

KRIEK, CAREL GUSTAV

**WISKUNDEKURRIKULUMONTWIKKELING VIR DIE SENIOR
SEKONDêRE FASE**

PhD

UP

1996

WISKUNDEKURRIKULUMONTWIKKELING

VIR DIE SENIOR SEKONDÊRE FASE.

deur

CAREL GUSTAV KRIEK

HOD, BSc, B Ed, BSc (Hons), MSc

voorgelê ter vervulling van 'n deel van die
vereistes vir die graad

PHILOSOPHIAE DOCTOR

(VAKDIDAKTIEK)

in die

DEPARTEMENT DIDAKTIEK

FAKULTEIT OPVOEDKUNDE

UNIVERSITEIT VAN PRETORIA

PRETORIA

Promotor: Prof J G Maree

Medepromotor: Prof P M Kachelhoffer

MEI 1996

DANKBETUIGINGS

- * Prof J G Maree vir sy uiters bekwame en professionele leiding, motivering, entoesiasme, werktempo en -ywer.
- * Prof P M Kachelhoffer vir sy professionele insette en hulp.
- * My ouers, vir hulle lewenslange aanmoediging, ondersteuning en geloof in my.
- * My vrou, Anneke vir haar liefde, ondersteuning en 'daar-wees'.
- * My Skepper, vir talente, geleenthede en die voorreg om te kan studeer.

SOLI DEO GLORIA

INHOUDSOPGAWE

HOOFSTUK EEN

TITEL- EN BEGRIPSVERHELDERING, HISTORIESE OORSIG, PROBLEEMSTELLING, HIPOTESEFORMULERING EN METODOLOGIE

1.1	INLEIDING.....	1
1.2	TITEL- EN BEGRIPSVERHELDERING.....	3
1.2.1	Titelverheldering.....	3
1.2.2	Begripsverheldering.....	4
1.2.2.1	Wiskunde.....	5
1.2.2.2	Kurrikulum.....	6
1.2.2.3	Vakkurrikulum.....	7
1.2.2.4	Kurrikulering.....	9
1.2.2.5	Sillabus.....	10
1.2.2.6	Kurrikulumontwikkeling.....	11
1.2.2.7	Senior sekondêre fase.....	12
1.3	HISTORIESE OORSIG VAN WISKUNDEKURRIKULUMONTWIKKELING..	13
1.3.1	Internasionale kurrikulumontwikkeling.....	13
1.3.2	Kurrikulumontwikkeling in die RSA.....	15
1.4	PROBLEEMSTELLING.....	17
1.5	HIPOTESEFORMULERING.....	19
1.6	METODOLOGIE.....	20
1.7	VERLOOP VAN STUDIE.....	22

HOOFSTUK TWEE

DIE BETEKENIS VAN ENKELE LEERTEORIEË IN WISKUNDE VIR WISKUNDEKURRIKULUMONTWIKKELING

2.1	INLEIDING.....	24
2.2	LEER.....	24
2.2.1	Oriëntering.....	24
2.2.2	Kinderlike leer.....	27
2.2.3	Leerwyses.....	29
2.2.3.1	Motoriese leer.....	30
2.2.3.2	Taalverwerwing.....	31
2.2.3.3	Verteenwoordigende leer.....	33
2.2.3.4	Konseptuele leer.....	34
2.2.3.5	Voorstellende leer.....	36
2.2.3.6	Ontdekkende leer.....	38
2.2.3.7	Probleemoplossing.....	41
2.3	LEERTEORIEË IN WISKUNDE.....	43
2.3.1	Inleiding.....	43
2.3.2	Wiskunde as rekenkunde.....	44
2.3.2.1	Die behaviouristiese leerteorie van Edward Thorndike.....	44
2.3.2.2	Die leerteorie van William Brownell.....	47
2.3.2.3	Robert Gagné se neo-behaviouristiese leerteorie.....	49
2.3.2.4	Die leerteorie van B.F. Skinner.....	51
2.3.3	Wiskunde as die verwerf van konsepte, probleem- oplossing en informasie-prosessering.....	54
2.3.3.1	Die gestaltpsigologiese leerteorie van Köhler.....	55
2.3.3.2	Die kognitiewe leerteorie van Bruner.....	57
2.3.3.3	Z.P. Dienes se teorie van veelvuldige beliggaming.....	60
2.3.3.4	Die verbale leerteorie van Ausubel.....	62
2.3.3.5	Die konstruktivistiese of ontwikkelings-	

prosesmatige leerteorie van Piaget.....	64
(i) Inleiding.....	64
(ii) Kognitiewe ontwikkelingsstadia van Piaget..	66
(iii) Die leer- en kognitiewe teorie van Piaget.....	69
2.3.3.6 Konstruktivistiese leerteorieë.....	72
2.3.3.7 J.P. Guilford se intellek-struktuur model...	75
2.3.3.8 Informasie-prosesseringsanalises van insig as kognitiewe leerteorie.....	78
(i) Semantiese geheue.....	79
(ii) Gestruktureerde wiskundige kennis.....	80
(iii) Kennis en begrip tydens probleem- oplossing.....	81
(iv) Probleemoplossing via informasie- prosessering.....	82
2.4 METALEER.....	85
2.5 KOÖPERATIEWE LEER.....	87
2.5 SAMEVATTING.....	91

HOOFSTUK 3

ENKELE ASPEKTE VAN 'n VAKDIDAKTIESE PERSPEKTIEF OP DIE KURRIKULERINGSBETEKENIS VAN WISKUNDE (MET SPESIFIEKE VERWYSING NA DIE SITUASIE IN POST-APARTHEID SUID-AFRIKA)

3.1 ORIËNTERENDE PERSPEKTIEF.....	94
3.1.1 Inleiding.....	94
3.1.2 Historiese perspektief.....	95
3.1.3 Vakdidaktiek.....	97
3.1.4 Wiskunde.....	99
3.2 AARD EN STRUKTUUR VAN WISKUNDE.....	103
3.2.1 Die komplekse aard en struktuur van wiskunde...	104

3.2.2	Fasette van wiskunde	106
3.2.2.1	Die formele faset.....	107
3.2.2.2	Die logiese faset.....	108
3.2.2.3	Die intuïtiewe faset.....	110
3.2.2.4	Die empiriese faset.....	112
3.2.2.5	Die toepassingsfaset.....	113
3.2.2.6	Die estetiese faset.....	114
3.2.3	Doelstellings met die onderrig en leer van wiskunde	117
3.2.3.1	Samelewingsdoelstellings.....	119
3.2.3.2	Algemene onderrig- en leerdoelstellings....	119
3.2.3.3	Spesifieke doelstellings vir wiskunde- onderwys.....	120
3.3	DIE TAAL VAN WISKUNDE	121
3.3.1	Lees- en gespreksvaardighede.....	122
3.3.2	Taalvaardighede en woordeskat.....	123
3.3.3	Onderrig- en leerimplikasies van wiskunde as taal.....	125
3.4	DIE PROBLEEMGESENTEERDE BENADERING IN WISKUNDE	128
3.4.1	Inleiding.....	128
3.4.2	Kritiek op die nuwe benadering.....	130
3.4.3	Die probleemgesentreerde benadering.....	132
3.5	DIE BESTUDERING VAN MEETKUNDE OP SKOOLVLAK	136
3.5.1	Meetkunde op primêre skoolvlak.....	137
3.5.2	Meetkunde op sekondêre skoolvlak.....	140
3.6	MULTIKULTURALITEIT AS FASET VAN WISKUNDE-ONDERRIG EN LEER IN POST-APARTHEID SUID-AFRIKA	142
3.6.1	Inleiding.....	142
3.6.2	Ethnomathematics.....	144
3.7	SAMEVATTING	149

HOOFSTUK 4

KURRIKULA EN KURRIKULUMONTWIKKELING MET SPESIFIEKE VERWYSING NA DIE VAK WISKUNDE

4.1	ORIËNTERENDE PERSPEKTIEF	151
4.1.1	Inleiding.....	151
4.1.2	Kurrikulum.....	152
4.1.3	Kurrikulumontwikkeling.....	155
4.1.3.1	Begripsomskrywing.....	155
4.1.3.2	'n Historiese oorsig oor kurrikulum- ontwikkeling tydens die laaste paar dekades.....	157
4.1.3.3	Die aard van kurrikulumontwikkeling.....	159
4.2	MODELLE VIR KURRIKULUMONTWIKKELING	163
4.2.1	Liniêre kurrikulumontwikkelingsmodelle.....	163
4.2.1.1	Tyler se model.....	163
4.2.1.2	Taba se model.....	166
4.2.2	Sikliese kurrikulumontwikkelingsmodelle.....	167
4.2.2.1	Die model van D.K. Wheeler.....	167
4.2.2.2	Die model van R.A. Krüger.....	170
4.2.3	'n Kurrikulumontwikkelingsmodel vir hierdie studie: Die vyf-fase model.....	171
4.3	TENDENSE IN KURRIKULUMONTWIKKELING IN DIE RSA	176
4.3.1	Oriënterende perspektief.....	176
4.3.2	Nasionale voorstelle en aanbevelings ten aansien van kurrikulumontwikkeling.....	178
4.4	WISKUNDEVERWANTE TENDENSE IN KURRIKULUMONTWIKKELING WÊRELDWYD	182
4.4.1	Inleiding.....	183
4.4.2	Nasionaal en/of skoolgebaseerde kurrikulum- ontwikkeling.....	185
4.4.2.1	'n Algemene oorsig.....	185
4.4.2.2	Addisionele rolspelers in die	

kurrikuleringsproses.....	187
(i) Die ouers.....	188
(ii) Die gemeenskap.....	190
(iii) Die onderwyser.....	191
4.4.2.3 'n Kritiese beskouing van sentraal- en skoolgebaseerde kurrikulumontwikkeling.....	195
4.4.2.4 Die balans tussen skoolgebaseerde - en sentrale kurrikulumontwikkeling.....	197
4.4.3 Internasionale ontwikkelinge ten aansien van wiskundekurrikula.....	200
4.4.3.1 Algemene ontwikkelinge.....	200
4.4.3.2 Ontwikkelinge aan die Engelse wiskundekurrikulumfront.....	202
(i) Die Cockcroft-verslag.....	203
(ii) Evaluering en toetsing.....	204
(iii) Probleemoplossing.....	206
(iv) Die 'back to basics'-beweging.....	207
4.5 SAMEVATTING.....	208

HOOFSTUK 5

DIE ONTWERP VAN 'n WISKUNDEKERNKURRIKULUM BINNE 'n SUID- AFRIKAANSE KONTEKS.

5.1 INLEIDING.....	211
5.1.1 Werksontleding as navorsingsmetode in diens van kurrikulumontwikkeling.....	211
5.1.1.1 Die betekenis van werksontleding as navorsingsmetode vir wetenskaplik- verantwoorde kurrikulering in wiskunde.....	211
5.1.1.2 Die invloed van tersiêre inrigtings en die privaatsektor op kurrikulumontwikkeling....	213
(i) Aanbevelings vir wiskundekurrikulum- ontwikkeling vanuit die mediese wetenskappe.....	214

(ii)	Aanbevelings vir wiskundekurrikulum-ontwikkeling vanuit die ingenieurswese...	215
(iii)	Aanbevelings vir wiskundekurrikulum-ontwikkeling vanuit die ekonomiese en bestuurswetenskappe.....	215
(iv)	Aanbevelings vir wiskundekurrikulum-ontwikkeling vanuit die natuurwetenskappe.....	216
(v)	Aanbevelings vir wiskundekurrikulum-ontwikkeling vanuit die politieke arena.....	218
5.1.1.3	Samevatting.....	219
5.1.2	Die vrae: wat, waar en hoe ten aansien van wiskundekurrikulumontwikkeling.....	221
5.1.2.1	Inhoud.....	221
5.1.2.2	Milieu.....	222
5.1.2.3	Vorm.....	223
5.2	WISKUNDEKURRIKULUMONTWIKKELING IN DIE RSA.....	223
5.2.1	Oriënterende perspektief.....	223
5.2.1.1	Situasie-analise en behoeftebepaling.....	223
(i)	Onttrekking van die 1993-sillabus.....	226
(ii)	Enkele vereistes vir kurrikulum-ontwikkeling in die RSA.....	226
(iii)	Die wiskundekernkurrikulum en die leerling in die wiskundeklas.....	228
(iv)	Die verskil tussen algemeen-, beroepsgerigte en beroepsonderwys.....	228
5.2.1.2	Doel, doelstellings en doelwitte ten aansien van wiskundekurrikulumontwikkeling.....	229
5.2.1.3	Leerinhoudkeuse en -ordening.....	231
5.2.1.4	Leergeleenthede, onderrig- en leerhandelinge en leerervarings.....	233
5.2.1.5	Evaluering.....	235
5.2.2	'n Kritiese beskouing van wiskundekurrikulumtemas en -inhoude in die RSA die afgelope 25 jaar....	237
5.2.2.1	Inleiding.....	237

5.2.2.2	Sillabusinhoudes van algebraïese aard.....	238
	(i) Groepe en ringe.....	238
	(ii) Versamelingsleer.....	239
	(iii) Wiskundige induksie.....	239
	(iv) Differensiasie.....	241
	(v) Logaritmes.....	241
	(vi) Liniêre programmering.....	242
	(vii) Som en produk van wortels.....	242
	(viii) Die res- en faktorstelling.....	243
5.2.2.3	Sillabusinhoudes van meetkundige, trigonometriese en analities-meetkundige aard.....	243
	(i) Meetkunde.....	243
	(ii) Trigonometrie.....	244
	(iii) Analitiese meetkunde.....	245
5.2.2.4	'n Vergelykende opsomming van die 1993- kernsillabus vir standerd nege en tien....	246
5.3	INTERNASIONALE ONTWIKKELINGS IN WISKUNDEKURRIKULA EN WISKUNDEKURRIKULUMINHOUE.....	249
	5.3.1 Inleiding.....	249
	5.3.2 Internasionale wiskundekurrikulumonderwerpe....	252
5.4	RIGLYNE EN KURRIKULUMINHOUE VIR 'n WISKUNDESILLABUS VIR DIE SENIOR SEKONDÊRE FASE IN POST-APARTHEID SUID- AFRIKA.....	256
	5.4.1 Riglyne vir kurrikulumontwikkeling in die RSA..	256
	5.4.1.1 Verskillende tipes skole.....	256
	5.4.1.2 Differensiasie by wyse van 'n modulêre kurrikulum.....	257
	(i) Akademiese wiskunde.....	259
	(ii) Hoogs begaafde leerlinge.....	259
	5.4.1.3 Redes waarom die huidige stelsel nie aan die behoeftes van die RSA voldoen nie.....	259
	(i) Die toekomstige plek van funksionele wiskunde in die RSA.....	260

(ii)	Wysigings ten opsigte van vakpakkette wat wiskunde insluit.....	260
(iii)	Multi-kulturaliteit en die rol van die privaatsektor as aspekte van die beoogde kurrikulum.....	261
(iv)	Eksamining.....	262
5.4.1.4	Die aangeleentheid van standaardhandhawing.....	263
5.4.1.5	Die verwydering van seksistiese, rassistiese en apartheidskonnotasies uit die wiskundekurrikulum.....	263
5.4.1.6	Die betrokkenheid van alle rolspelers tydens die kurrikulumproses.....	264
5.4.1.7	Samevatting.....	264
5.4.2	Moontlike wiskundekurrikuluminhoude vir die senior sekondêre fase in post-apartheid Suid-Afrika.....	265
5.4.2.1	Algebraïese inhoude.....	265
(i)	Uitbreiding van die opsiemodules na standerd agt en nege.....	267
(ii)	Sillabusinhoudes.....	267
(a)	Analise.....	267
(b)	Probleemoplossing en differensiasie.....	267
(c)	Die oppervlakte onder krommes.....	268
(d)	Die wiskunde van finansies.....	268
(e)	Polinoomalgebra.....	269
5.4.2.2	Meetkundige en trigonometriese inhoude.....	269
(i)	Euklidiese meetkunde.....	269
(ii)	Trigonometrie.....	270
(iii)	Koördinaatmeetkunde.....	270
5.4.2.3	Statistiek.....	270
5.5	AFSLUITEND.....	272

HOOFSTUK SES

SAMEVATTING EN AANBEVELINGS

6.1	INLEIDING.....	273
6.2	VERSLAG VAN HIPOTESEVERIFIKASIE.....	274
6.3	SAMEVATTING MET DIE OOG OP AANBEVELINGS.....	275
6.3.1	Hoofstuk een: Titel-, begripsverheldering, historiese oorsig, probleemstelling, hipoteseformulering en metodologie.....	275
6.3.2	Hoofstuk twee: Die betekenis van enkele leerteorieë in wiskunde vir wiskunde- kurrikulumontwikkeling.....	276
6.3.3	Hoofstuk drie: Enkele aspekte van 'n vakdidaktiese perspektief op die kurriku- leringsbetekenis van wiskunde (met spesifieke verwysing na die situasie in post-apartheid Suid-Afrika).....	276
6.3.4	Hoofstuk vier: Kurrikula en kurrikulum- ontwikkeling met spesifieke verwysing na die vakwiskunde.....	277
6.3.5	Hoofstuk vyf: Die ontwerp van 'n wiskundekurrikulum binne 'n Suid-Afrikaanse konteks.....	278
6.4	AANBEVELINGS VIR VERDERE NAVORSING.....	279
	BIBLIOGRAFIE.....	282
	OPSOMMING.....	300
	SUMMARY.....	303
	ADDENDUM.....	306

HOOFSTUK EEN

TITEL- EN BEGRIPSVERHELDING, HISTORIESE OORSIG, PROBLEEMSTELLING, HIPOTESEFORMULERING EN METODOLOGIE

1.1 INLEIDING

Howson (1991:3) beweer dat die ontwikkelde- en geïmplementeerde kurrikulum nie altyd dieselfde is nie. Hy (1991:3) stel dit soos volg:

It is well known that teachers throughout the world do not slavishly (or even unslavishly) follow their national (mathematics) curriculum. What is 'intended' by those who draw up national curricula is never 'implemented' in all classrooms

Howson is dus van mening dat dit wat deur nasionale kurrikula voorgestel word, nooit in alle klaskamers geïmplementeer word nie. Howson, wat 'n volledige studie van die wiskundekurrikula van 'n aantal EEG-lande, Japan en Hongarye¹ gedoen het, vra die volgende vraag:

*Are national curricula, therefore, so important?
And, ... what is it about them that repays study?*

Die onderhawige studie poog om die belangrikheid van 'n nasionale wiskundekurrikulum te onderstreep. Die studie wys verder daarop dat 'n kurrikulum onder andere 'n duidelike didaktiese, wiskundige en pedagogiese onderbou behoort te hê.

¹ Kyk: Hoofstuk Vier, paragraaf 4.4.3

Volgens Calitz (1982:3) word druk van orals uitgeoefen om die onderrig-leersituasie te verbeter. 'n Goeddeurdagte kurrikulum behoort leerlinge op te lewer wat probleme met selfvertroue kan aanpak en oplos. Kurrikula (veral in wiskunde) behoort 'n land van toekomstige leiers op intellektuele, tegniese, industriële en handelsgebied te voorsien. Howson (1991:3) stel dit soos volg :

...entry to this elite must be open to all - it cannot be reserved for males, or those belonging to certain social classes or ethnic groups, or living in particular geographical areas.

Hierdie stelling is veral geldig vir post-apartheid Suid-Afrika. Ter plaatse word in die 'National Education Policy Investigation'- (NEPI-) verslag (1992:2) die volgende verklaar:

*There are important **social and political** dimensions to the curriculum. The way in which knowledge is organized in the school curriculum is a social activity which produces a social product.*

Die riglyne waaraan enige kurrikulum moet voldoen is, volgens die NEPI-verslag (1992:3) soos volg: **'n Kurrikulum moet nie-rassig, nie-seksisties, unitêr, demokraties en regstellend van aard wees.** In die lig hiervan is dit duidelik dat kurrikulumontwikkeling op hierdie stadium 'n baie hoë prioriteit moet geniet. Nuwe en hoër eise word dus aan kurrikuleerders gestel, en die leerling-onderwyser-samelewing verhouding divergeer verder.

Hiermee saam moet die hoofdoel van onderwys naamlik die volwassewording van die kind nooit uit die oog verloor word nie. Die volgende stelling van Schoeman (1985:3) sluit soos volg hierby aan:

Dit is die taak van die volwassene om die seleksie en

ordening van inhoude te onderneem aangesien die kind as nie-volwassene nie die verantwoordelikheid daarvoor kan neem nie.

Die seleksie en ordening van kurrikuluminhoud kan nie aan toeval of enige vorm van willekeur oorgelaat word nie (Wheeler, 1983:55). Een van die essensies van die didakties-pedagogiese situasie is leerinhoud. Die opvoeder kan nie in sy bemoeienis met die kind inhoude na willekeur kies en toepas nie. Hill (1975:2) spesifiseer die inhoude wat in die didakties-pedagogiese niveau tuishoort, soos volg:

Slegs daardie (inhoude) wat bydra tot die kind se volwassewording, met ander woorde die wat pedagogies relevant is ...

Die wiskundekurrikulum moet dus tred hou met snel veranderende tye, sonder om enige didakties-pedagogiese grondbeginsels te misken.

1.2 TITEL- EN BEGRIPSVERHELDERING

Ten einde 'n duidelike begrip te kry van die studieveld wat bestudeer word, is dit belangrik om die titel : ***Wiskundekurrikulumontwikkeling vir die senior sekondêre fase***, deeglik te omskryf. Die verskillende begrippe hierin verwoord, sal ook volledig belig word.

1.2.1 Titilverheldering

Die veranderende toestande in die RSA oefen 'n groot invloed op die onderwys uit. Te midde van baie onsekerhede is die implementering van die nuutste kurrikulum in wiskunde in die

begin van 1993, onbepaald uitgestel. Die ANC het hom by verskeie geleenthede al uitgespreek oor die belangrikheid van onderwys in die nuwe Suid-Afrika. Die NEPI-verslag insake kurrikulum (1992:9) stel dit onomwonde dat:

The current system (of curriculum design) is based on the 'new' constitution of 1983; however it is built on a powerful historical legacy of racial segregation, provincial control over white education, and the philosophy of Christian National Education.

Kurrikulumontwikkeling in Suid-Afrika tot op datum is grootliks deur die onderskeie provinsiale onderwysdepartemente hanteer. 'n Bestudering van die onderskeie wiskundesillabusse en -kurrikula tot op datum, kan as 'n wegspringplek dien vir die daarstelling van nuwe wiskundekurrikula wat in die onderskeie nege streke in die nuwe RSA geïmplementeer gaan word. Alle rolspelers¹ behoort tydens die kurrikulumontwikkelingsproses betrek te word. Wiskunde is een van die vakke wat 'n besondere onus plaas op die toereikende aktualisering van leerlinge se kognitiewe vaardighede. Om optimale onderrig en geordende kognitiewe aktualisering te verseker moet daar wetenskaplik-verantwoordbare kurrikula wees.

1.2.2 Begripsverheldering

Maree stel begripsverheldering as 'n voorvereiste vir wetenskaplikheid (1992:4). Volgens Landman (1980:5) moet alle begrippe wat gebruik word 'n konstante inhoud hê. Die vernaamste begrippe in die titel aangeraak, word nou verder omskryf.

¹ Kyk: Hoofstuk Vyf, paragraaf 5.4.1.6

1.2.2.1 Wiskunde¹

Volgens Odendal & Schoonees (1992:1364) is wiskunde 'n wetenskap wat die eienskappe van getalle en figure ondersoek. Meetkunde, algebra en rekenkunde is van die onderafdelings van wiskunde. Maree (1992:11) kom na 'n etimologies-semantiese ontleding van die woord 'wiskunde' tot die gevolgtrekking dat:

... hierdie vak (wiskunde) nie sonder harde werk, leer, ervaring, oefening, deeglike insig, die opregte begeerte om te wil leer, verantwoordelikheid, selfdissipline en volharding, op 'n bykans daaglikse basis, bemeester kan word nie.'

Howson (1991) stel dit dat wiskunde vanuit verskillende gesigspunte gedefinieer kan word. Hy onderskei die volgende perspektiewe:

... (maths is) an abstract structure with seemingly miraculous inter-relationships, (or) a collection of interesting and potentially useful results, methods and results, (or) an activity that relies upon the participant's ability to conjecture, prove, generalize, model, apply, define, ...

Die filosoof en wiskundige Bertrand Russell (1929:23) verklaar weer:

Mathematics is the subject in which we never know what we are talking about, nor whether what we are saying is true.

Dit is duidelik dat wiskunde 'n baie komplekse vak is en die

¹ Vergelyk Hoofstuk Drie, paragraaf 3.1.4 vir 'n volledige beskrywing van die konsep wiskunde.

spesifieke aard¹ daarvan word later breedvoerig omskryf.

1.2.2.2 Kurrikulum

Odendal & Schoonees (1992:627) omskryf 'n kurrikulum met behulp van sinonieme. Volgens hulle is 'n kurrikulum 'n studiekursus of 'n leergang. Hulle omskryf 'n leergang of kurrikulum verder as 'n reeks lesse wat mekaar volgens 'n uitgewerkte plan opvolg en 'n afgeslote geheel vorm.

Kurrikulum is 'n omvangryke begrip, wat sentraal staan teenoor die onderrigproses. Die NEPI-verslag (1992,1) verwys soos volg na 'n kurrikulum:

... curriculum refers to the teaching and learning activities and experiences which are provided by schools.

Die verslag van die werkkomitee vir kurrikulering, 'n uitvloeisel van die RGN-onderzoek na die onderwys, wat in 1981 verskyn het, was die begin van verskeie boeke, artikels en verslae wat rondom hierdie onderwerp in die literatuur verskyn het. Jansen (1986:69) het 'n intensiewe studie rondom die begrippe kurrikulum en kurrikulering onderneem. In sy proefskrif ondersoek hy 23 verskillende definisies deur verskeie kundiges. Hy verdeel hierdie kurrikulum-definisies in sewe klasse. Hieruit formuleer hy 'n algemene/universele definisie van kurrikulum. Jansen (1984:90) se definisie lui soos volg:

'n Kurrikulum is 'n plan of program vir onderrigleer wat gekonseptualiseer is in die lig van sekere doelstellings en waarin minstens geselekteerde en geordende inhoude opgeneem is.

De Vaal (1977:10) omskryf kurrikulum as die verskillende vakke

¹ Vergelyk Hoofstuk Drie rakende aspekte van 'n vakdidaktiese perspektief op die konsep wiskunde.

en al die vereistes daar rondom wat deur onderwysowerhede voorgeskryf word en in die skole onderrig moet word. Die keuse, omskrywing en sistematiese ordening van die totale leerstof vir 'n skool word in die kurrikulum vervat. Taylor (1981:128) stel dit as volg:

'n Kurrikulum is 'n sistematiese weergawe van die inhoudelik-intensionele van die onderwys...

Mostert (1986:7) maak die volgende gevolgtrekkings rondom 'n kurrikulum. 'n Kurrikulum sluit nie onderrig in nie, maar die kurrikulum word deur onderrig geaktualiseer. Die begrip kurrikulum is nie slegs tot die didakties-pedagogiese of die formele onderrigsituasie beperk nie, dit kan selfs na die gesin deurgetrek word.

Kachelhoffer (1987:33) gebruik ook bogenoemde definisie van Jansen en wys daarop dat die kurrikulum primêr 'n didaktiese aangeleentheid is. Rondom die 'doelstelling'- en 'inhoud'-komponente van die definisie wys hy daarop dat inhoude op skool primêr onderrig word om die kind te begelei tot volwassewording. Van der Stoep & Louw (1984:14) sluit hierby aan:

By die opvoedingsdoelstellings word alles onder een finale oogmerk saamgevat, naamlik, die uiteindelijke volwassenheid van die kind.

Die opvoedingsgebeure, waaronder kurrikulering en die kurrikulum ressorteer, streef daarna om die kind op sy weg na volwassenheid te begelei. Die kurrikulum moet bydra om hierdie proses te vergemaklik en die kind dan tydens sy vormingsjare affektief te stabiliseer en kognitief te lei.

1.2.2.3 Vakkurrikulum

Kriel (1990:6) definieer 'n vakkurrikulum soos volg:

... 'n kurrikulum wat vir die onderwys van 'n sekere vak soos wiskunde of ekonomie ontwerp is...

Hy onderskei verder tussen 'n kurrikulum en 'n vakkurrikulum deur na die spesifieke aard van laasgenoemde te verwys. Hierteenoor kan 'n kurrikulum vakinhoud vanuit verskillende vakdissiplines insluit, selfs nie-vakkundige inhoud bevat en soms soos in 'n skoolkurrikulum 'n klomp verskillende vakke insluit. Die term kurrikulum omsluit dus die term vakkurrikulum.

Malan & du Toit (Reds, 1991:4) definieer die begrip soos volg:

'n Vakkurrikulum word saamgestel deur die sillabusse van elk van die vakkursusse waaruit die vak saamgestel is bymekaar te voeg.

'n Wiskundekurrikulum op skoolvlak bestaan dus uit die verskillende sillabusse vir elke standerd, waarin daar onderskei word tussen verskillende afdelings per standerd. Vir matriekleerlinge bestaan die sillabus byvoorbeeld uit vier hoofkomponente nl. algebra, euklidiese meetkunde, analitiese meetkunde en trigonometrie. Die verslag van die Raad vir Geesteswetenskaplike Navorsing (RGN) oor kurrikulering onder voorsitterskap van professor van der Stoep (1981:91) stel dit dat:

... die kurrikulum van die vak wiskunde vir die senior sekondêre fase bestaan uit die sillabusse vir standerd agt, nege en tien asook alle bykomstige verfynings van doelstellings en inhoud asook bypassende studiegidse, handleidings en riglyne.

Jansen sien 'n vakkurrikulum as die uitkoms van kurrikulumontwikkeling¹. Jansen (1984:134) omskryf 'n

¹ Vergelyk paragraaf 1.2.2.6

vakkurrikulum soos volg:

('n Vakkurrikulum is die) ... totale pakket van gedetailleerde leerinhoud en moontlike onderwys hulpmiddels van 'n vak vir 'n bepaalde skoolfase...

Die Departement van Onderwys en Opleiding: Administrasie Volksraad se kernsillabus vir wiskunde hoër graad (1993:1) omskryf 'n vakkurrikulum soos volg:

Die wiskunde-sillabus moet geïnterpreteer word binne die raamwerk van die beginsels en riglyne van die vakkurrikulum. Laasgenoemde is nie slegs gemoeid met die inhoudelike van die vak nie, maar is 'n onderwysplan waarvolgens die leerplan-inhoud onderrig behoort te word, waarvoor sekere beginsels geld en waarin bepaalde doelstellings nagestreef word.

'n Vakkurrikulum raak dus verskeie aspekte van 'n spesifieke vak aan. Onderrigstrategieë, vakdoelstellings en die ter sake vakinhoud maak onder andere deel uit van die vakkurrikulum.

1.2.2.4 Kurrikulering

Jansen (1984:114) omskryf kurrikulering as:

... die handeling waardeur die kurrikulum tot stand kom.

Maree (1986:320-1) gaan verder deur kurrikulering te omskryf as die verantwoordbare daarstelling van onderwysinhoud in die vorm van 'n kurrikulum. Hill (1975:17) sien kurrikulering as die daarstelling van 'n dokument wat die doelstellings, onderrigtemas en riglyne ten opsigte van onderrigmetodes en evalueringstegnieke bevat.

1.2.2.5 Sillabus

Malan & du Toit (Reds, 1991:4) stel dit dat 'n sillabus wat vir 'n vakkursus saamgestel word, 'n bepaalde struktuur het en sillabustemadoelstellings beskryf. De Vaal (1977:10) gee die volgende definisie van 'n sillabus:

'n Sillabus omskryf ... 'n samehangende geheel van geordende, geselekteerde en afgebakende leerstofinhoud vir elke skoolvak waarmee 'n leerling in sy gang deur die skool gekonfronteer word ter verowering van die kultuurgoedere van die volwasewêreld.

Krüger (1980:20) wys soos volg op die verskil tussen die begrippe sillabus en kurrikulum:

Die basiese verskil is dat laasgenoemde (die sillabus) gewoonlik weinig meer is as 'n strak opgawe van inhoud wat 'voorgeskryf' is en in die loop van 'n sekere tyd (gewoonlik 'n jaar) onderrig moet word. 'n Kurrikulum, daarenteen, verteenwoordig 'n dinamiese program van geselekteerde leerervarings en leerinhoud gesien in doelformulering en evalueringsperspektief.

Die RGN se werkkomitee oor kurrikulering (1981,92) definieer 'n sillabus of leerplan soos volg:

'n Sillabus is 'n kort samevatting van verpligte en opsionele onderwerpe of temas behorende tot 'n gegewe vak of kursus wat op 'n bepaalde vlak en oor 'n bepaalde tydperk onderrig moet word.

'n Voorbeeld hiervan is die standerd agt tot tien hoër graad wiskundesillabus.

Dit is vervolgens ook sinvol om 'n kernsillabus te omskryf. Hierdie gemeenskaplike sillabusse dui slegs die essensiële inhoud aan. Volgens Jansen (1984:133) is die kernsillabus:

... daardie verpligte of essensiële onderwerpe of temas wat deur twee of meer instansies/skole/ onderwysers in hulle sillabusse opgeneem moet word.

In die RSA is die kernsillabus vroeër deur die Komitee van Onderwyshoofde (KOH) opgestel. Volgens die NEPI-verslag rondom kurrikulum (1992:9) is die kurrikulum in apartheid Suid-Afrika ontwerp en geïmplementeer deur die negentien verskillende onderwysdepartemente¹. Tans word verskeie rolspelers by die kurrikuleringsproses van die Departement van Onderwys betrek². Die belangrikheid van die daarstelling van 'n kernkurrikulum word later in hierdie studie³ uitgewys.

1.2.2.6 Kurrikulumontwikkeling

Odendal & Schoonees (1992:776) definieer ontwikkeling as 'n handeling, die proses van ontwikkel, groei of vorming. Kurrikulumontwikkeling is dus die proses waardeur die kurrikulum gevorm word en verder groei. Volgens Krüger (1979:50) dui kurrikulumontwikkeling op:

...die verbetering, die verandering of hervorming van kurrikula, veral binne 'n projek of by wyse van empiriese ondersoek.

Krüger (1980:22) beskryf kurrikulumontwikkeling verder as beplande verbetering van onderrigleerprogramme. Die veranderende onderrigmilieu maak 'n al groter aanspraak op die

¹ Kyk: Hoofstuk Vier, figuur 4.5 op bladsy 177

² Vergelyk paragrawe 4.3 en 5.2 in hierdie verband.

³ Kyk: Hoofstuk Vier, paragraaf 4.3.1

verskeie vakkurrikula. Wiskunde is hier geen uitsondering en vooruitgang moet in die kurrikulum weergegee word. Die implementering van die sakrekenaar teenoor die gebruik van wiskundetafels is hier 'n sprekende voorbeeld.

Die RGN-verslag oor kurrikula (1981:91-2) omskryf onder andere kurrikulumontwikkeling. Jansen (1984:136) definieer aan die hand hiervan die weg waarlangs kurrikulumontwikkeling plaasvind:

Dit (kurrikulumontwikkeling) dui op die doelgerigte en sistematiese opbou van 'n vak of breë kurrikulum en die voortdurende evaluering, hersiening en vernuwing daarvan. Die opbou geskied langs die weg van vasgestelde prosedures soos situasie-analises, doelstellingformulering, seleksie en ordening van inhoude volgens kriteria, bepaling van geskikte aanbiedingswyses en onderwys hulpmiddels, uittoetsing, evaluering en hersiening, implementering, summatiewe evaluering en vernuwing.

1.2.2.7 Senior sekondêre fase

Die senior sekondêre fase sluit standerd agt, nege en tien of die laaste drie jaar van die huidige twaalf-jaar skoolstelsel in (DOK, 1993:2). Standerd vyf tot sewe word saamgroepeer en hierdie drie jaar staan bekend as die junior sekondêre fase. Onder 'n nuwe onderwysstelsel is daar sprake van twee strukture. Eerstens staan die Hartshorne-voorstelle bogenoemde struktuur voor. Die onderwysvernuwingstrategie (ERS - Educational renewal strategy) stel 'n junior sekondêre fase van slegs twee jaar (standers ses en sewe) en ook 'n senior sekondêre fase van drie jaar voor (NEPI, 1992:94-95).

Hartshorne (1992:7) stel verpligte onderwys tot standerd sewe in die vooruitsig. Hierteenoor voorsien die ERS verpligte onderwys slegs tot standerd vyf (NEPI, 1992:94). Hierdie moontlike

veranderinge kan verskillende eise aan die owerhede, onderwysers, ouers en leerlinge stel. Die finansiële las op leerlinge is tans reeds heelwat groter as wat vroeër die geval was. Groter insprake van ouers, gemeenskappe en onderwysers in onderwys sake (ook kurrikulerings sake) word huidig verwag¹.

1.3 HISTORIESE OORSIG VAN WISKUNDEKURRIKULUMONTWIKKELING

1.3.1 Internasionale kurrikulumontwikkeling²

Die industriële revolusie in die negentiende eeu het gelei tot verskeie veranderinge in die bestaande wêreld. Een hiervan was die bring van onderrig na die hele bevolking. Onderrig was vroeër gereserveer vir die rykes, die adel en monnike in kloosters. Gepaardgaande met die uitbreiding van onderrig na die massa het ook verskeie ontwikkelinge in vak- en ook wiskunde-onderrig gevolg.

Aanvanklike wiskunde-onderrig was grotendeels gebaseer op Euklides se 'Elemente'. 'n Klemverskuiwing het aan die einde van die negentiende eeu, na meer wetenskaplik toepaslike wiskunde, gevolg. In die eerste deel van die twintigste eeu het ontwikkeling op die gebied van wiskunde-onderrig en leer redelik ongestruktureerd plaasgevind. Hiermee saam was daar van wiskundekurrikulumontwikkeling weinig sprake. Watson (1976:5) maak die volgende stelling:

It is said that school mathematics in 1955 was little different from that of the 1930's, the subject had assumed a settled, almost fossilised appearance.

¹ Kyk: Hoofstuk Vier, paragraaf 4.4.2.2

² Kyk: Hoofstuk Vier, paragraaf 4.4 en Hoofstuk Vyf, paragraaf 5.3

Infinitiesmaalrekening (calculus) het vanaf die middel van die eeu sy verskyning in wiskundekurrikula gemaak. Aanvanklik was dit slegs beskore vir die hoogs intelligente leerlinge. Al hoe meer westerse lande het egter die Verenigde State van Amerika (VSA) se voorbeeld gevolg en calculus ingesluit in hulle wiskundekurrikula.

Vanaf die vroeë vyftigerjare het verskeie organisasies hulle beywer vir veranderinge aan die bestaande wiskundekurrikulum. Veral in die VSA het verskeie organisasies hulle hierop toegespits. Volgens Hatfield & Price (1992:34) was van die vernaamstes die School Mathematics Study Group (SMSG), die University of Illinois Committee on School Mathematics (UICSM) en die Madison Project. Hatfield & Price (1992:34) beweer verder insake hierdie projekte dat :

... they were well intentioned but fell short of attaining the anticipated reforms.

Die belangrikste veranderinge wat voorgekom het, was dat die leerinhoud meer modern was. Topologie, Abstrakte Algebra en Calculus was van die vernaamste kurrikulumonderwerpe. Leerlinge moes meer betrokke by die onderriggebeure wees en die hele aanbieding van die vak het onder die vergrootglas gekom. Thom (1973:194) beweer dat leerlinge geprikkel moes word om self deel te neem en self te dink. Leerlinge moes pedagogies meer heuristies (ontdekkend) te werk gaan.

In die 1989 publikasie van die National Council of Teachers of Mathematic's Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics (NCTM) is baie van bogenoemde probleme ondervang. Navorsing hieroor is nie net deur tersiêre akademici nie, maar ook deur onderwysers op die grondvlak gedoen. Die veranderinge moet op skoolvlak haalbaar en implementeerbaar wees en derhalwe moet die leerling, onderwyser en ouer betrek word. Tyler (1983:462) sê in die verband:

... improvement has to be planned and implemented where the students, the teachers, the parents and the other actors are- that is, at the building level.

1.3.2. Kurrikulumontwikkeling in die RSA¹

Van kurrikulumontwikkeling op die tuisfront was daar aanvanklik nie veel sprake nie. Aan die begin van die eeu is die Engelse en ook Europese neigings redelik slaafs nagevolg. Daar was van ware kurrikulumanavorsing en -ontwikkeling weinig sprake. Onderrig met die oog op die matriekeindeksamen was aan die orde van die dag². Van Zyl (1942:23) haal Viljoen (superintendent-generaal van onderwys in die Kaapprovinsie in 1919) soos volg aan:

.....breaking away from the fetish of the matriculation examination as the be-all and end-all of secondary education.

Die eerste ware vordering het in die sestigerjare gevolg. Tot op hierdie stadium was net akademië, verbonde aan tersiêre inrigtings en die GMR (Gemeenskaplike Matriekulasie Raad), verantwoordelik vir kurrikulumontwikkeling. Die Transvaalse Onderwys Departement (TOD) het in 1965 'n afvaardiging oorsee gestuur. Kotzee & Steyn (1965:38) het na aanleiding van hierdie sending onder andere die volgende aanbevelings en uitsprake gemaak:

Die neiging in verband met die onderrig van wiskunde in al die lande wat besoek is, is om in ooreenstemming met die eise van die tyd, die onderrig van die vak te moderniseer nie slegs ten

¹ Kyk: Hoofstuk Vier, paragraaf 4.3 en Hoofstuk Vyf, paragraaf 5.2

² Vergelyk paragrawe 4.4.3.2 (ii) en 5.4.1.3 (iii)

opsigte van die inhoud daarvan nie, maar ook ten opsigte van doelstellings en metodes van onderrig.

Die TOD-komitee, onder leiding van Kotzee, beweer verder dat nuwe onderwerpe soos hellingfunksies, analitiese meetkunde en die teorie van tweedegraadse vergelykings in die sillabusse bygevoeg is. Daar het egter geen verandering ten opsigte van die benadering tot die onderrig van die vak plaasgevind nie. Daar is volhard met tradisionele wyses van onderrig en afrigting vir die eindeksamen. Die kernsillabus wat opgestel is vir standerd nege en tien leerlinge en in die laat sestigerjare geïmplementeer is, het min nuwe vakinhoud ingesluit. Hellingfunksies is byvoorbeeld weer uitgelaat. Wiskunde-onderwysers het op hierdie stadium weinig inspraak gehad.

In 1970 is die SAWP, die Suid-Afrikaanse Wiskunde Projek van stapel gestuur. De Vaal & van den Berg (1977:2) wys daarop dat die doelstelling van die SAWP onder andere die volgende was:

...om tot die bevordering en vernuwing van Wiskunde-onderrig in die RSA by te dra...

Die Wetenskaplike Nywerheids en Navorsings Raad (WNNR), die Wiskundegenootskap van Suid-Afrika en die Stigting vir Onderwys, Wetenskap en Tegnologie was gesamentlik verantwoordelik vir die SAWP. Die gedifferensieerde kernsillabus wat in 1973 verskyn, het nuwe leerinhoud soos vektoralgebra, groepe en ringe ingesluit. Weer eens was die inspraak vanaf sekondêre onderwysvlak minimaal. Akademici by tersiêre inrigtings en by onderwysdepartemente self was grootliks verantwoordelik vir die daarstelling hiervan. Na groot teenkating vanaf skoolvlak, is in 1978 afgesien van die gedeelte rondom groepe en ringe.

Die kernsillabus wat in 1986 die eerste keer vir matriekleerlinge voorgeskryf is, het groot veranderinge teweeggebring. Infinitesimaalrekening (calculus) is ingesluit. Ander nuwe onderwerpe was die res- en faktorstelling, liniêre programmering

en (weer) analitiese meetkunde. Intensiewe navorsing het gevolg en 'n nuwe kernkurrikulum vir sekondêre skole is daargestel. Matriekleerlinge in 1995 sou reeds hieroor geëksamineer word; weens ekonomiese en politieke woelinge is die implementering van hierdie kurrikulum egter onbepaald uitgestel. Na die daarstelling van die interimsillabusse is kurrikulumnavorsing in 'n oorgangsfase. Die daarstelling en implementering van provinsiale institute vir kurrikulumnavorsing (Laridon, 1995:1) word tans in die vooruitsig gestel.

Die eise wat baie groot klasse aan leerkragte gaan stel, is een van die vele oorweginge wat nou swaar weeg. Die kompleksiteit van kurrikulumontwikkeling word mooi deur Twain (1978:2) saamgevat:

...what we are ultimately concerned with is essentially the problem of deciding what mathematics should be communicated to the next generation to satisfy their individual needs as well as the needs of the subject itself and of society.

Hierdie uitspraak is steeds geldig. As naastenby vasgestel kan word hoe Suid-Afrika oor tien jaar gaan lyk, sal dit soveel makliker wees om 'n sinvolle kurrikulum tans daar te stel.

1.4 PROBLEEMSTELLING

As aanloop tot die probleemstelling word enkele relevante aspekte eers onder die loep geneem. Maree (1992:12) noem die volgende diskrepansie tussen sillabusinhoud en werkinhoud en wys op die:

... bestaan van 'n gaping tussen die wiskundesillabusinhoud en werkinhoud, asook tussen wiskundige sillabuservarings en werkdoeltreffendheid.

Jansen (1984:4-5) wys daarop dat kurrikuleringsdienste op ongeëwenaarde wyse in die RSA versnipper word en dat doeltreffende en funksionele koördinerings 'n wesenlike probleem is. Die nege streke van die RSA bemoeilik tans, gesentraliseerde finansiering en veral kurrikulumontwikkeling. Howson (1991,v) wys op die volgende aanhaling deur 'n Amerikaanse kurrikulumontwikkelaar wat die komplekse aard van kurrikulumontwikkeling illustreer:

... England led the world in giving individual lessons and in producing chapters of textbooks , but they failed in putting this together to form a well-directed, coherent curriculum.

Die NEPI-verslag (1992:8) oor kurrikula ter plaatse spel dit uit dat kurrikulum- en breër opvoedkundige beleid nie los van mekaar gesien moet word nie.

... curriculum policies need to be related to the development of a unified system embracing all sectors, to human resources policies, and to national democratic goals¹.

Voor genoemde aanhalings illustreer die relevantheid van die probleem ten aansien van wiskundekurrikulumontwikkeling in post-apartheid Suid-Afrika, wat hierdie studie aanspreek. Die relevantheid van die interim-wiskundekurrikulum wat tans in die senior sekondêre fase gebruik word, vorm verder deel van die probleemstelling.

Die relevantheid, al dan nie, van wiskundekurrikuluminhoud en -ontwikkeling in post-apartheid Suid-Afrika rig dan ook die onderhawige studie en kan tereg as die hoofnavorsingsprobleem beskou word.

¹ Vergelyk die inleidende opmerkings in paragraaf 1.1

1.5 HIPOTESEFORMULERING

Odendal & Schoonees (1992:393) definieer 'n hipotese as 'n onbewese stelling wat moet dien as grondslag vir redenering. 'n Hipotese word ook hier beskryf as 'n voorlopige veronderstelling wat gebruik word om iets anders te bewys. De Wet, Monteith, Steyn & Venter (1981:75) sien 'n hipotese as:

... 'n voorlopige stelling oor die verwagte verband(e) tussen twee of meer veranderlikes in 'n navorsingsprobleem.

Binne die voormelde breë probleemformulering kan daar enkele hipoteses geformuleer word waaroor hierdie navorsing uitspraak sal moet lewer. Die volgende kan dien as verfynde hipoteses vir hierdie studie ten aansien van *wiskundekurrikulumontwikkeling vir die senior sekondêre fase*:

- * Wiskundekurrikulumontwikkeling behoort pedagogies en wetenskaplik verantwoordbaar te wees
- * Wiskundekurrikulumontwikkeling vind ten beste plaas as dit geskied met behoorlike inagneming van erkende leerteorieë
- * Probleemgesentreerde onderrig- en leer dien wiskunde en wiskundekurrikulumontwikkeling die beste
- * Wiskundekurrikulumontwikkeling sal relevant vir post-apartheid Suid-Afrika wees as die aard en struktuur (veral die fasette) van wiskunde daardeur onderskryf word
- * Alle rolspelers, insluitende die gemeenskap, ouers en onderwysers, behoort tydens die ontwikkeling van wiskundekurrikula betrek te word om die daarstelling van relevante kurrikuluminhoude te verseker
- * **Samevattend:** Die identifisering van riglyne vir die ontwikkeling van, en relevante kurrikuluminhoude vir wiskundekurrikula is van uiterste belang om in teenstelling met die verlede, tred te hou met die snel

veranderende samelewing.

Ten einde in hierdie studie tot probleemoplossing te kom, sal die volgende wetenskaplike werkwyse gevolg word.

1.6 METODOLOGIE

Landman (1985(b):4) wys daarop dat 'n navorser wat homself nie verantwoord ten opsigte van die ontsluitingsweg wat gevolg of die navorsingprosedures wat toegepas gaan word nie, in onvermoë sal verval om die essensies te identifiseer. Maree (1992:17) sluit hierby aan en wys daarop dat die navorsing gevolglik in onwetenskaplikheid kan verval.

Landman (1985(b):42) stel dit dat die fenomenologiese metode homself oor etlike jare, as besondere fundamentele (eerste) metode bewys het. Landman (1975:64) brei soos volg hierop uit:

Dit gaan vir die fenomenoloog (respektiewelik: wiskunde-onderwyser) om 'n aan-die-lig-bring van die werklike essensie van 'n verskynsel en, gepaard daarmee, die aantoon van die werklike sin en sinsamehange daarvan.

Landman (1975:64) beskryf verder 'n fenomenoloog as iemand wat toelaat dat die werklikheid homself beskryf en uitlê soos wat die werklikheid dit sou doen as hy kon.

'n Literatuurstudie vorm die basis van die navorsing. Landman (1981: 139-144) bevestig dat effektiewe literatuurstudie in wese fenomenologies goedgekeurde literatuurstudie is. Effektiewe literatuurstudie word in die onderhawige studie aangevul deur persoonlike onderhoude met onder andere wiskunde vaksuperintendente en ander kundiges direk of indirek betrokke by die kurrikuleringsproses. 'n Vergelyk en evaluering van die

kernsillabusse vir wiskunde wat sedert 1973 verskyn het, word ook gedoen.

'n Wye literatuurstudie word onderneem om die werklike essensies van wiskunde-onderrig en leer en kurrikulumontwikkeling te identifiseer. Verskeie aspekte rondom wiskunde, kurrikula en kurrikulumontwikkeling word aangeraak. Die daarstelling van 'n wiskundekurrikulum behoort rekening te hou met die leerling wat die inhoud moet aktualiseer en sy eie maak nie. Verskillende leerteorieë word bestudeer, aangesien die wyse waarop wiskunde in die klaskamer onderrig en geleer word 'n invloed op kurrikulering het. Laridon (1981:24) sluit hierby aan en verwys soos volg na die komplekse leerteorieë wat op wiskunde van toepassing is:

Of all subjects mathematics could possibly lay claim to having the most advanced and successful learning theory.

Die teoretiese deurskouing van wiskunde en die kurrikulum (met al hulle verwante afdelings) dien as rugsteun vir die gevolgtrekkings en aanbevelings wat ten opsigte van wiskundekurrikulumontwikkeling gemaak word. Benewens die fenomenologiese proses, waar die verskynsel soos hy in die praktyk vergestalt word, bestudeer word, is ook van die hermeneutiese metode gebruik gemaak. Landman & Roos (1973,158) omskryf die hermeneutiese metode soos volg:

Om hermeneuties te werk te gaan, beteken om 'n saak uit te lê ten einde aan te toon wat die sin en doel daarvan is.

Maree (1992:19) wys in aansluiting hierby daarop dat die doel van die hermeneutiese denkstap is om te verklaar, om uit te lê, om perspektief te bring en om te interpreteer. Sodra die essensies van wiskundekurrikulumontwikkeling aan die lig gebring is, word daar onder andere hermeneuties gevra:

- * Wat is die sin en doel van kurrikulumontwikkeling?
- * Wat beteken kurrikulumontwikkeling vir wiskunde?
- * Watter perspektief bring kurrikulumontwikkeling op wiskunde in post-apartheid Suid-Afrika?
- * Wat is die samehang tussen kurrikuluminhoude en die samelewing en veral die toekomstige arbeidsmark van die leerlinge?
- * Op watter wyse behoort internasionale en bestaande nasionale wiskundekurrikulumtendense geïnterpreteer te word?

Sokratiese vraagstelling, wat denke stimuleer, is tydens die onderhoudvoering met onder andere vaksuperintendente en fakulteitsdekane gebruik. Deur vrae oor selfs bekende onderwerpe soos die aard en struktuur van wiskunde te vra, word die mens geprikkel om daarvoor na te dink. Die volgende stelling van Plato (Socrates se beroemdste leerling), motiveer 'n mens om antwoorde na te jaag (Pistorius, 1966:49):

Laat ons die argument volg waarheen dit ook al lei.

Ten aansien van hierdie gestruktureerde onderhoude is daar gepoog om deskundiges en gesaghebbendes by die studie te betrek. Die verloop van hierdie studie ten aansien van wiskundekurrikulumontwikkeling vir die senior sekondêre fase word vervolgens aangeraak.

1.7 VERLOOP VAN STUDIE

In die eerste hoofstuk is die onderwerp wat bestudeer word vanuit verskeie hoeke belig. Die tema is omskryf en alle begrippe daaraan verbonde is volledig gedefinieer. 'n Kort historiese oorsig oor kurrikulumontwikkeling in wiskunde is gegee. Die probleem is geformuleer en die metodologie agter die studie belig.

Aangesien die leerling sentraal staan in die onderrig- en leergebeure, sal verskillende leerteorieë in Hoofstuk Twee ontleed word. Enkele van die verskillende wyses waarop leerlinge wiskunde leer, word omskryf. In Hoofstuk Drie word die resultate van 'n literatuurstudie na die aard en struktuur van wiskunde weergegee. Enkele aspekte van 'n vakdidaktiese perspektief op die kurrikuleringsbetekenis van wiskunde vind neerslag in hierdie vakbeskouing oor wiskunde.

'n Teoretiese deurskouing van kurrikula en kurrikulering word in Hoofstuk Vier gedoen ten einde die essensies daarvan te identifiseer. Begrippe eie aan die kurrikulumveld word verder toegelig. Vakkurrikula en spesifiek wiskundekurrikula word bestudeer om die begrip wiskundekurrikulumontwikkeling verder te belig. Om later tot relevante gevolgtrekkings en aanbevelings te kom, word enkele kurrikuleringstendense ter plaatse en ook internasionaal van nader beskou.

'n Kritiese vergelyking en evaluering van wiskundesillabusse in die senior sekondêre fase word aan die hand van die voorafgaande literatuurstudie en onderhoude met betrokke persone, in Hoofstuk Vyf uiteengesit. Enkele riglyne vir en kurrikuluminhoude ten aansien van wiskundekurrikulumontwikkeling in post-apartheid Suid-Afrika word verder in Hoofstuk Vyf uitgespel. In Hoofstuk Ses verskyn 'n samevatting van die studie, ter sake afleidings, aanbevelings, gevolgtrekkings en implikasies hiervan word gegee.

HOOFSTUK TWEE

DIE BETEKENIS VAN ENKELE LEERTEORIEË IN WISKUNDE VIR KURRIKULUMONTWIKKELING

2.1 INLEIDING

Salomo beklemtoon reeds die belangrikheid van leerstof oftewel kurrikuluminhoude (in sy geval spreuke) in die leerproses in die Bybel (1983:584):

Die spreuke is bedoel om mense wysheid te leer en hulle te onderrig sodat hulle sal weet as iemand verstandig praat. So sal hulle 'n behoorlike opvoeding ontvang en 'n sin vir regverdigheid, reg en billikheid. Wie nog nie kennis het nie, sal verstandig word, jongmense sal leer om met kennis en oorleg op te tree (Spreuke 1:2-4).

Alvorens besin kan word oor kurrikula sal leer en spesifiek die aanleer van wiskundige beginsels en konsepte van naderby beskryf word. Leer (respektiewelik: kinderlike leer) word aanvanklik in hierdie hoofstuk vanuit 'n psigopedagogiese perspektief belig. Daarna word oorgegaan na die strukturering van leer en 'n aantal leerwyses word beskryf. Daarna word daar aandag gegee aan 'n aantal leerteorieë wat spesifieke raakvlakke met die onderrig en leer van wiskunde openbaar.

2.2 LEER

2.2.1 Oriëntering

Odendal & Schoonees (1992:643) omskryf leer as:

... onderwys, onderrig, les gee in, vaardigheid in iets laat kry, kennis oordra; met die verstand probeer vat, jou eie maak, in die geheue opneem.

In die onderwyssituasie leer (onderrig) die onderwyser die leerling, wat op sy beurt weer die leerinhoude moet leer (bemeester en sy eie maak). Landman (1985(a):53) brei hierop uit:

Die primêre rede waarom die kind die skool besoek, is om op so 'n wyse onderrig te ontvang dat hy aangeleenthede wat waardevol sal wees vir sy grootwording en sy uiteindelijke volwassenheid, sal leer.

Sonnekus & Ferreira (1986:440) gaan verder en sien leer as 'n handeling van die kind wat ingestel is op die verwerwing van kennis. Hulle sien leer enersyds as die ontsluiting van inhoud of kennis deur die onderwyser en andersins as leer deur die kind self. Sonnekus & Ferreira (1986:440) haal Langeveld en Van Parreren soos volg aan:

Langeveld asook van Parreren het leer omskryf as 'n handeling uitgaande van 'n kind wat verloop vanaf 'n toestand van nie-weet-nie, tot 'n toestand van weet of ken.

Die kind wil sy ervaringsbesit orden en van 'n toestand van entropie (wanorde) na geordendheid beweeg. Nel, Sonnekus & Garbers (1975:224) definieer leer samevattend soos volg:

Leer is 'n proses waarin en waardeur nuwe gedragspatrone tot stand kom as gevolg van die wisselwerking tussen die individu en die omgewing.

Hulle wys egter verder daarop dat bogenoemde die geestelik-personale gedrag-niveau van die mens totaal misken. Gedrag by

die mens is ontdekkend van aard. *Leer beteken dus wesenlik ontdek, want in die ontdekking word die leer bevestig.* Die mens gee self betekenis aan die wêreld om hom.

Die kind word geleer aan die hand van die kurrikuluminhoude. Leerlinge moet self sin en betekenis aan die kurrikuluminhoude, spesifiek wiskundekurrikuluminhoude gee voordat hy effektief of sinvol leer. Die manier waarop 'n kind leer en waarop hy sin en betekenis aan die inhoude gee, is probleemareas wat kurrikuleerders moet bestudeer.

Brown (1993:78) wys op 'n breedvoerige studie van leer wat Säljö in 1978 in Swede gedoen het. Säljö beskryf leer as: die toename van kennis, memorisering, die verwerking van feite, prosedures wat in die praktyk herroep en/of gebruik word, die abstrahering van kennis en 'n proses van interpretasie met die doel om die werklikheid te verstaan en te begryp (Brown, 1993:79). Sy konsipiëring van leer toon 'n duidelike ontwikkeling van slegs kennisinwinning tot meer abstrakte abstrahering en interpretasie.

Hierdie komplekse aard van leer word soos volg deur Novak & Gowin (1984:xi) beklemtoon:

For almost a century, students of education have suffered under the yoke of the behavioural psychologists, who see learning as synonymous with change in behaviour. We reject this view, and observe instead that learning by humans leads to a change in the meaning of experience.

Daar bestaan uiteenlopende sienings en perspektiewe rondom leer. Dit is vir kurrikuleerders van kardinale belang om eerstens self 'n toereikende begrip van die konsep leer te hê en om tweedens te besef dat leer nie 'n passiewe aktiwiteit is nie (Candy, 1991:251):

... learners are not passive beings who respond to stimuli, and learning is not merely the appropriation of previously devised labels and categories. Instead learning is an active process of constructing meaning and transforming understandings.

In aansluiting by die konstruktivistiese leerteorie¹ in wiskunde definieer De Corte (1995:7) leer soos volg:

... it is a constructive, cumulative, self-regulated, goal-oriented, situated, collaborative, and individually different process of knowledge building and meaning construction

Voorts word na kinderlike leer en later na leerteorieë in wiskunde², gekyk.

2.2.2 Kinderlike leer

Langeveld (1967:63) stel dit dat die kind as mens, self iemand wil wees en wil word. Die kind moet dus verander op sy weg na volwassenheid. Sonnekus & Ferreira (1986:33) stel dit soos volg:

... (dit) blyk dat 'n kind slegs kan verander (word) op grond daarvan dat iets hierdie verandering moontlik maak. Hierdie "iets" kan ons beskryf met die begrip leer. Leer is ... 'n oorspronklike wyse waarop die mens hom in die wêreld bevind. 'n Kind leer omdat hy 'n mens is en hy leer soos 'n mens.

'n Kind is iemand wat self wil leer. 'n Kind leer nie omdat hy

¹ Kyk: Hoofstuk Twee, paragraaf 2.3.3.6

² Kyk: Hoofstuk Twee, paragraaf 2.3

opgevoed word nie, hy word opgevoed vanweë die feit dat hy kan leer. 'n Kind se vermoë om te kan en wil leer maak dit vir hom moontlik om begelei te word tot volwassenheid. Die leer van wiskunde dra ook direk by tot die volwassewording van die kind. Die DOK: Administrasie Volksraad se kernsillabus (1993:2) stel dit soos volg:

In beginsel word die leerling wat wiskunde leer gesien as 'n aktiewe wiskundige denker wat probeer om betekenis te heg aan wat hy doen op grond van persoonlike ervaring en wat sy manier van dink ontwikkel namate sy ondervinding verbreed, terwyl hy voortdurend voortbou op die kennis wat hy reeds gekonstrueer het.

'n Wiskundekurrikulum behoort verder by te dra tot die ontwikkeling van logiese denke by die kind (DOK,1993:1). Die kurrikuluminhoude kan nie losgemaak word van die kinderlike leergebeure nie. Die belangrikheid van kurrikula in die proses word verder deur Osborne & Witrock (1986:76) onderstreep:

... curricula should be planned to enable pupils to consider, contemplate, expand, modify or change their views of the world and meanings for words.

Kinderlike leer omskryf leer soos dit by die kind in opvoeding voltrek word. Sonnekus & Ferreira (1986:99) onderskei die volgende wesenskomponente van kinderlike leer:

Kinderlike leer is - 'n oorspronklike leefwyse, 'n intensionele verskynsel, 'n handeling gewortel in die kind se iemand-wil-wees, 'n gegewe menslike moontlikheid, 'n persoonlike stellingname, 'n aangeleentheid van sin-ontdekking en betekenisgewing, 'n wordingsverskynsel, afhanklik van die kind se inisiatief en opvoeding.

Kurrikuleerders moet kurrikula daarstel wat kinderlike leer sal bevorder en die kind se leerinisiatief sal rig. Alhoewel die kind self leer is leer ook afhanklik van opvoeding. Die volwassene (onderwyser) moet die kind begelei tydens leer. Van der Stoep (1972:109) beklemtoon die samehang tussen onderwys en onderrig soos volg:

Die opvoeding word in die onderrig daadwerklike aangeleentheid. Hierdie daadwerklikheid sien mens in die opvoedingswerklikheid as 'n dinamiese samehang van leer (selfaktualisering) en laat leer, oftewel onderrig (begeleide aktualisering) van beleefde sin.

Sonnekus & Ferreira (1986:105) stel dit soos volg:

Opvoeding voltrek aan die hand van inhoud en dit is die volwassene se taak om hierdie leefinhoud deur sy onderrig binne bereik van die kind te plaas.

Hulle gaan verder en beskou die kognitiewe leerwyse as die bekroning van die kind se leeraktiwiteit. Die kognitiewe leerwyses, te wete waarneem, dink, voorstel en fantaseer en memoriseer word begelei deur gewaarword en aandaggee. Die kind se ervaringsbesit (kennis) word uitgebrei. Verskillende leerwyses kom by leerlinge op skool voor en vervolgens word 'n aantal van nader bekyk.

2.2.3 Leerwyses

Janse van Rensburg (1987:45), beklemtoon die invloed van leerwyses tydens kurrikulumontwikkeling en wys daarop dat dit noodsaaklik is om leerwyses in gedagte te hou tydens kurrikulering. Alvorens kurrikulum-ontwikkeling van naderby bestudeer kan word, moet leerwyses dus eers belig word.

Vrey (1979:261) onderskei tussen verskeie strukturerings van leerwyses. Hy verwys onder andere na strukturering van leerwyses volgens leerhandelings, doeleindes en die graad van bewustheid (intensionele, insidentele en onbewuste leer is hier ter sprake). Hy verwys ook na die indelings van Van Parreren en Coetzee wat onderskeidelik insig, memorisering, outomatismes en objektiewe en subjektiewe prosesse voorop stel.

Na deeglike oorweging van hierdie strukturerings, beklemtoon Vrey leersoortstrukturering egter ooreenkomstig betekenisvolheid. Hy groepeer die leerwyses aan die hand van hul betekenis en onderskei twee hoofgroepe, naamlik motoriese en verbale leer.

2.2.3.1 Motoriese leer

Tydens die bestudering van leer en leerwyses blyk dit dat die leerder nie slegs gedeeltelik by die leergebeure betrokke is nie. Vrey (1979:267) beweer dat sinvolle leer slegs geaktualiseer word as die leerling in sy totaliteit by die leergebeure betrokke is:

Dit is nooit net die verstandelike of gevoelsmatige of fisieke wat leer nie. Die mens leer.

Vrey (1979:268) gaan verder en stel dit dat motoriese leer fisieke handeling wat uitgevoer en aangeleer moet word, omsluit. Vrey (1979:269) wys daarop dat fisieke handeling wat deur oefeninge aangeleer word later outomaties uitgevoer word:

... die ideaal vir motoriese leer (is) die vorming van outomatismes. Selfs hier is betekenisvolheid, persoonlike betrokkenheid en die geleidelike belewing van sukses voorwaardes vir die spoedige bereiking van outomatismes.

In wiskunde is daar ook van outomatismes sprake. Vermenigvuldiging word vir die leerling na herhaalde gebruik 'n outomatiese handeling. Die vermenigvuldiging word gedoen sonder om na die beginsel van herhaalde optelling te verwys. Differensiëring van funksies van die vorm x^n na nx^{n-1} volg later outomaties by leerlinge. Die teoretiese onderbou en intuïtiewe aanvoeling wat leerlinge volgens die sillabus (DOK,1985:8) vir die limietbegrip moet ontwikkel, word hier op die agtergrond geskuif. Die herhaalde differensiëring van funksies van hierdie vorm, lei daartoe dat leerlinge die handeling outomaties uitvoer. Janse van Rensburg (1987:45) wys op die volgende:

In Wiskunde is dit noodsaaklik dat sekere feite as outomatismes sal funksioneer. Kinders aanvaar gewoonlik dat $-x - = +$ sonder om dit self te deurdink, terwyl baie bewerkings soos $2 + 3 = 5$ of formules soos die volume van 'n sfeer $V = 4\pi r^3 / 3$ outomaties moet funksioneer.

Motoriese (soos beskryf) en verbale leer vorm volgens Vrey die hoofkategorieë van leer. Vervolgens word 'n aantal verbale leervorme van nader belang.

2.2.3.2 Taalverwerwing¹

Vrey (1979:135) beklemtoon die belangrikheid van taalontwikkeling by die kind soos volg:

Taalgebruik is die mees karakteristieke funksie van die menslike gees. Van sy vroegste jare tot volwassenheid is die kind gedurig besig om sy taalvermoë te verbeter. Elke ding wat hy leer is in sekere mate afhanklik van sy kennis en beheer van die taal; vandaar sy groot opvoedkundige betekenis. Nie

¹ Vergelyk paragraaf 3.3 wat handel oor die taal van wiskunde.

slegs veronderstel alle skoolaktiwiteite taalvaardigheid nie, maar die hele geestelike ontwikkeling van die kind veronderstel die bekwaamheid om die taal te gebruik.

Die kind se taalvermoë blyk onlosmaaklik deel van sy leer te wees. Sonnekus & Ferreira (1986:419) stel dit dat die kind taal as sin- en betekenisgewingsmiddel aanwend. Die kind gee sin aan die wêreld rondom hom deur middel van taal. Wiskunde openbaar homself aan die leerling aan die hand van taal. Wiskunde het sy eie besondere vaktaal wat stelselmatig deel van die leerling se taalwoordeskat word. In die senior sekondêre fase word wiskundige betekenis gegee aan begrippe soos: liniêre programmering, logaritmes, differensiasie, rye en reekse en analitiese meetkunde (DOK,1985 en 1993).

Janse van Rensburg (1986:46) wys op die unieke simboliese aard van wiskundige taal. Hy beklemtoon verder die feit dat leerlinge wat die simbolisme van wiskunde nie volledig verstaan nie, daartoe aanleiding gee dat:

... 'n probleem glad nie begryp word nie, of verkeerd verstaan word, die oplossing nie logies neergeskryf kan word nie (en) die resultate van geskrewe werk nie geëvalueer kan word nie.

Die wiskundesillabus (DOK,1993:3) stel dit as een van die beginselgrondslae van wiskunde dat dit 'n essensiële element is van kommunikasie in die moderne samelewing. Die sillabus beklemtoon verder die volgende feit:

Die wiskunde-kurrikulum het ten doel om in leerlinge te ontwikkel; die vermoë om wiskundige taal te verstaan, vertolk, lees, praat en skryf.

Die feit dat leerlinge wiskunde aan die hand van taal en spesifiek wiskundige taal leer is gevolglik onlosmaaklik deel

van die kurrikulum. Die kurrikulum moet daarna streef om die vaktaal by die leerlinge te ontwikkel. Cooper (1989:112) raak die twispunt rondom onderrigstaal¹ aan en wys op die volgende:

Since education is, from the state's point of view, a primary means of social control and, from the individual's or family's point of view, a means for social mobility, it is scarcely surprising that the language of instruction should be an important political issue.

2.2.3.3 Verteenwoordigende leer

Betekenisvolle leer veronderstel dat daar 'n kognitiewe struktuur by die persoon wat wil leer bestaan en tweedens dat daar op die leerstof gefokus word (Vrey,1979:271). Die kognitiewe struktuur omsluit 'n persoon se bepaalde organisering van sy kennis, begrippe en teorieë op 'n bepaalde tydstip. Vrey (1979:272) omskryf verteenwoordigende leer as volg:

Verteenwoordigende leer kan kortweg benoeming genoem word. Een van die vernaamste intellektuele take vir die kind is om die betekenis van individuele simbole te leer ken. ... Die eerste betekenis wat dinge vir die kind het, berus op wat hy daarmee kan doen. Hierdie betekenis is in talle gevalle reeds funksioneel, al is dit in beperkte mate, nog voordat die naam bekend is. ... Uit hierdie ervaring verkry die kind die insig dat dit moontlik is om enige of elke voorwerp voor te stel deur 'n simbool wat hom verteenwoordig, met ander woorde om die voorwerp te benoem.

Die kind koppel dus die betekenis van 'n voorwerp aan 'n sekere

¹ Kyk: Hoofstuk Drie, paragraaf 3.3.3

simbool. Verteenwoordigende leer is onlosmaaklik deel van wiskunde, die kind koppel onder andere sekere bewerkings aan spesifieke simbole. Optelling word op 'n stadium deur die leerling met die '+' simbool vereenselwig, waarna die simbool optelling in die leerling se kognitiewe verwysingsraamwerk verteenwoordig. Voorbeelde van soortgelyke simbole waaraan senior sekondêre leerlinge betekenis koppel, is die wat logaritmes en limiete voorstel.

Engelbrecht, Kok & van Biljon (1982:159) wys daarop dat verteenwoordigende leer lewenslank gebruik word. Nuwe begrippe soos sellulêre telefone, faksmasjiene, regerings van nasionale eenheid ensomeer, word op dieselfde manier deur volwassenes tot hul verwysingsraamwerk toegevoeg. Verteenwoordigende leer of naamgewing kom regoor die spektrum van menslike ontwikkeling en volwassewording voor.

'n Spesifieke woord of naam herroep by die individu 'n bepaalde prentjie of betekenis. Leerlinge wat nie die simboletaal van wiskunde verstaan nie of wat nie self 'n betekenis aan die simbole toegeken het nie, sal sukkel om hul kognitiewe vermoë toereikend te aktualiseer en sal voortdurend probleme met wiskunde ondervind.

2.2.3.4 Konseptuele leer

Vrey (1979:273) definieer 'n konsep soos volg:

('n Konsep) is nie 'n werklike, konkrete grootheid in die natuur nie. Dit is 'n konstruksie geskep deur die bewussyn in 'n poging van die persoon om betekenis te gee aan 'n gedeelte van sy leefwêreld.

'n Onderwyser kan slegs sy eie konsepte in woorde stel. 'n Leerling behoort self betekenis aan die konsepte te gee en kan nie die van die onderwyser sy eie maak nie. Woodruff (1970:238)

stel dit onomwonde:

Each person has to make his own concepts.

Woodruff gaan verder en onderskei die volgende drie dimensies van konsepte: Die betekenis of verstaan daarvan, die gevoel of waardevoorkeur waarmee dit verband hou en laastens 'n taalsimbool waarmee dit hanteer word. Elke leerling sal 'n onderwerp van die wiskundesillabus op sy eie manier verstaan, interpreteer en 'n persoonlike gevoel daarvoor ontwikkel. Sommige leerlinge geniet meetkunde, terwyl dit by andere 'n gevoel van onsekerheid, vrees en onbekwaamheid laat ontstaan. Rondom konsepvorming beweer Woodruff (1970:243) verder dat:

When a person is having his first significant experience with any fact or truth, it should not be a secondhand experience such as a lecture, or any other form of verbal teaching. It should be a direct 'seeing' of the actual referent itself. There is no possible substitute for the mental images we acquire through our senses.

Die eerste kennismaking wat 'n leerling met 'n nuwe begrip of konsep het, is blywend en die onderwyser moet hierdie ontmoeting deeglik beplan en so visueel moontlik maak. Tydens begripsvorming word onderskeidende kenmerke van hierdie konsep op induktiewe wyse, sintuiglik waargeneem. Die aanleer van begrippe na die vroeë kinderjare vind hoofsaaklik deur konsepassimilasie plaas. Leerlinge bring nuwe konsepte in verband met hulle bestaande kognitiewe raamwerk. Vrey (1979:274) verduidelik die proses soos volg:

Die nuwe begrip word geassimileer deurdat die onderskeidende kenmerke deur verklaring uitgelig en in verband gebring word met die onderskeidende kenmerke van die relevante aspekte in die bestaande kognitiewe struktuur.

Die leerling koppel differensiasie aan bestaande en bekende wiskundebegrippe soos hellings van lyne, limiete, oneindigheid en dies meer. Die nuwe konsep word in terme van hierdie bekende aspekte in die bestaande kognitiewe struktuur geassimileer. Stanton (1989:24) beskryf konsepte as: *constructs of the human mind*. Konsepte is abstrakte denkkategorieë wat die mens self skep om betekenis aan die werklikheid te gee. Wiskundige konsepte verteenwoordig dus algemene, abstrakte denkkonstruksies, wat aan die hand van die bestaande wiskundige begrippe en verskynsels gevorm word.

Volgens Slabbert (1984:14) ontwikkel 'n konseptuele raamwerk vanuit konsepte en die onderlinge samehange tussen hierdie konsepte. Lötter (1990:64) beweer dat die konseptuele raamwerk van die vakdissipline biologie 'n integrering van biologiese konsepte in 'n samehangende struktuur verteenwoordig. Dieselfde geld vir wiskunde wat homself in 'n spesifieke struktuur openbaar. Die aanleer van konsepte word in die volgende paragraaf, onder voorstellende leer, bespreek.

2.2.3.5 Voorstellende leer.

Hierdie leersoort impliseer dat die leerling die nuwe inhoud of konsepte sy eie maak en die prentjie in sy geheel sien. Vrey (1979:276) sien voorstellende leer soos volg:

Die opgawe by voorstellende leer is om die betekenis van die saamgestelde idee wat in 'n sin uitgedruk word te verstaan. Al bestaan die sin uit betekenisvolle woorde, is die saamgestelde idee meer as die somtotaal van die woorde.

Hieruit blyk dit dat voorstellende leer die fase van betekenisgewing na verbale verklaring behels. Hierdie nuwe betekenis word in verhouding gebring met die leerling se bestaande kognitiewe struktuur. Janse van Rensburg (1987:47)

onderskei die volgende drie moontlike wyses waarop dit geskied:

- a) *Die voorstelling kan by 'n meer oorkoepelende begrip inskakel.*
- b) *Die nuwe inhoud kan 'n meer oorkoepelende karakter hê.*
- c) *Die voorstelling kan uniek wees en net van ander begrippe gebruik maak.*

In die eerste geval skakel die voorstelling by 'n bestaande begrip in die kognitiewe struktuur in. Die bestaande oorkoepelende begrip kan ook uitgebrei word, as dit byvoorbeeld bekend is dat 'n parallelogram se oorstaande sye gelyk en ewewydig is, word hierdie begrip uitgebrei met die inskakeling van 'n ruit waarvan die oorstaande sye ewewydig en die sye almal ewe lank is.

In die tweede geval het die nuwe inhoud 'n meer algemene of oorkoepelende karakter. 'n Kind wat reeds weet dat die binnehoeksom van 'n vierkant, reghoek en parallelogram 360° is, sal 'n nuwe stelling wat beweer dat die binnehoeksom van enige vierhoek 360° is, meer oorkoepelend vind. Die nuwe inhoud vat die bestaande kennis saam onder 'n nuwe titel.

Die laaste voorstelling is gewoonlik heeltemal nuwe begrippe. Die nuwe inhoude staan gewoonlik los van reeds bestaande inhoude en kan slegs teen 'n agtergrond van 'n vae, algemene relevansie aangebied word (Vrey, 1979:277). Die limietbegrip, asook differensiasiereëls in wiskunde, is voorbeelde van nuwe vakinhoud wat moeilik deur die leerlinge in verband met vroeëre kennis gebring word. Die verbindingsverhoudinge kan vergemaklik word deur konkrete beeldvorming (waar moontlik) of deur herhaling van die nuwe begrippe.

Konkrete en imaginêre¹ beeldvorming is onlosmaaklik deel van

¹ Imaginêre beeldvorming wys op denkbeeldige, werklikheidsvreemde voorstellings deur leerlinge

voorstellende leer. Die belangrikheid van beeldvorming word as volg deur Pribram (1969:200) bepleit:

My plea is, therefore, that we not lose sight of the picturesque (imagemaking) for the brain is built to work with pictures. ... instructors must help decode and recode the flux of material as it is registered.

Roberts (1975:404) haal Einstein, wat hierby aansluit, aan:

The words or the language as they are written or spoken, do not seem to play any role in my mechanism of thought. The physical entities which seem to serve as elements in thought are certain signs and more or less clear images.

Tydens voorstellende leer vind daar by die leerling 'n rekonstruksie van individuele betekenis plaas. Volgens Slabbert (1988:242) moet die nuwe konsepte nou subsumeer¹ in 'n eie voorstelling daarvan. Indien die leerling sy eie voorstelling van die werk kan maak, het die inhoud vir hom fundamentele geword. Die leerling wat die nuwe inhoud in 'n duidelike prentjie of beeld kan vergestalt, sal meer effektief leer.

2.2.3.6 Ontdekkende Leer

Slabbert (1984:123) omskryf ontdekkende leer soos volg:

Ontdekkende leer vind plaas wanneer 'n leerling deur sy eie kognitiewe aktiwiteite, konsepte (begrippe) beginsels of ander feitlikhede self ontdek met of

¹ Subsumeer wys op die insluiting van die nuwe konsepte in 'n eie voorstelling. Volgens Odendal et al (1979:1107) wys subsumeer op *daarby inbegryp of 'n geskikte plek gee.*

sonder die verskaffing van 'n probleem.

Slabbert wys ook hier daarop dat ontdekkende leer nou aansluit by Maarschalk se heurostentieke model. Die model bestaan uit twee pole te wete 'n *heuristiese*¹ en *ostensiewe*² pool. Probleme wat die leerling self moet formuleer en oplos tydens ontdekkende leer, sal na die heuristiese pool van die model neig. Hierteenoor sal vooraf bepaalde probleme waarmee die leerling tydens ontdekkende leer gekonfronteer word meer na die ostensiewe pool van die model neig. Die mate van begeleiding wat tydens ontdekkende leer geskied, wissel voortdurend.

Engelbrecht et al (1982:160) sien ontdekkende leer soos volg:

Dit is die soort leer wat nodig is as die leerinhoud nie in die finale vorm ostensief aangebied word nie. Hier moet die kind op heuristies wyse inligting versamel, analiseer, sintetiseer, herrangskik en langs 'n logiese weg, wat induktief of deduktief kan wees tot 'n oplossing kom.

Tydens ontdekkende leer word die leerinhoud nie in 'n finale reeds verklaarde vorm aangebied nie. Die leerling moet self die essensies van die leerinhoud ontdek en sy eie maak. Vrey (1979:277) sluit by Engelbrecht aan en stel dit soos volg:

Voordat die leerder kan assimileer, moet hy eers herrangskik, reorganiseer of herstruktureer, waarvoor analise, sintese, ensovoorts nodig mag wees om betekenis daaraan te gee.

¹ Heuristies wys op 'n leermetode waardeur waarhede ontdek word deur antwoorde op stelselmatige vrae, die leerling leer selfontdekkend en geen direkte informasie word aan die leerlinge verskaf nie.

² Die ostensiewe pool van die model verteenwoordig aantoonende en aanwysende leer, alle informasie word aan die leerling verskaf en die onderwyser interpreteer inhoude namens die leerling.

Die aard van die inhoud sal bepaal tot watter mate die student begelei sal word. Deur 'n aantal lang deelsomme te doen, kan die leerling self die resstelling ontdek en dit deel van sy kognitiewe verwysingsraamwerk maak. 'n Standaard nege leerling kan op induktiewe wyse begelei word om die resstelling te ontdek. Die leerling sal baie gouer vertrou met die nuwe inligting wees as 'n leerling wat op 'n deduktiewe, minder-ontdekkende wyse begelei word.

Lötter (1990:127) wys daarop dat die leerkrag met behulp van toereikende begeleiding en die skep van leergeleenthede, behoort te verseker dat die leerling sal leer om die inhoud selfstandig te ontdek, aangesien die inisiatief tot leer in die kind geleë is. Basson (1983:38) stel dit dat die leerling self-iemand-wil-word:

Hierdie basiese instelling van die mens dwing die onderwyser om sy leerlinge geleentheid te gee tot eie prestasie in die vakgebied.

Lötter (1990:127) wys daarop dat tydens effektiewe onderrig:

... die onderwyser slegs die hoeveelheid leiding sal gee wat vir effektiewe leer benodig word, en dat die leerling daardeur die leerhandeling toenemend selfstandig sal voltrek.

Die volwassewording van die leerling kan tydens die lessituasie teweeggebring word deur 'n toenemende onttrekking van die leerkrag. Die leerling moet nou al meer ontdekkend leer en die begeleidende aktualisering van inhoud gaan oor in selfaktualisering. Die lessituasie moet 'n geleentheid tot selfprestasie vir die leerling bied en die onderwyser se bydrae moet beperk wees tot kontrole en hulp waar benodig. Die onderwyser se onderrig in die wiskundeklas moet 'n appèl tot die leerlinge rig om die inhoud selfstandig te ontdek. Ontdekking en probleemoplossing loop hand aan hand.

2.2.3.7 Probleemoplossing¹

Probleemoplossing is onlosmaaklik deel van leer by die kind. Vrey (1984:278) beklemtoon die volgende:

Die kind word van kleins af in elke stadium van ontwikkeling gekonfronteer met probleme as struikelblokke in sy wêreld wat hy moet oorkom of oplos.

Die leefwêreld rig van kleins af 'n appèl tot die kind en hierdie probleme wat sy leefwêreld hom bied en sy reaksie daarop, is sy eerste kennismaking met probleemoplossing. Probleemoplossing figureer in enige vakdissipline, maar wiskunde leen hom by uitstek tot die ontwikkeling van leerlinge se probleemoplossingstrategieë. 'n Hele aantal stappe kan tydens die oplos van enige probleem onderskei word. Rossman (1931:44) het na deeglike bestudering van 700 produktiewe ontdekkers, die volgende stappe in probleemoplossing geïdentifiseer:

Waarneming van 'n probleem

Analise van die probleem

Opname van alle beskikbare informasie

Formulering van objektiewe oplossings

Kritiese analise van die oplossings

Die geboorte van 'n nuwe ontdekking - die werklike idee

Eksperimentele uittoetsing van die idee

John Dewey en George Polya het ook elk fases van die denkverloop tydens probleemoplossing beskryf. Polya (1946:106) onderskei tussen die volgende vier fases in sy alombekende probleemoplossingstrategie:

* *Understanding the problem*

¹ Vergelyk die probleemgesentreerde benadering in wiskunde soos in Hoofstuk Drie, paragraaf 3.4 omskryf.

- * *Devising a plan*
- * *Carrying out the plan*
- * *Looking back*

Die belangrikste stap in die probleemoplossingsproses is waarskynlik die eerste, naamlik die bewuswording van die probleem. Aangesien 'n situasie wat een persoon as problematies ervaar nie noodwendig 'n probleem vir 'n ander is nie, is dit moeilik om te bepaal wanneer 'n probleem 'n appèl tot 'n leerling sal rig. Bell (1978:310) stel dit soos volg:

A situation is a problem for a person if he or she is aware of its existence, recognises that it requires action, wants or needs to act and does so, and is not immediately able to resolve the situation.

Hier is die onderrigstrategie van die onderwyser belangrik en moet die kurrikuluminhoud aan die leerling gebied word op 'n manier wat hom daarby betrokke kry. Bell (1978:311) gaan verder en onderstreep die belangrikheid van probleemoplossing:

Problem solving is an appropriate and important activity in school mathematics because the learning objectives which are met by solving problems and learning general problem solving procedures are of significant importance in our society.

Die basiese onderrig van wiskunde aan sekondêre skole vandag, bevorder ongelukkig nie altyd die basiese ingesteldheid van leerlinge jeens wiskunde nie. Ondanks die belangrikheid daarvan en die genot wat sekere leerlinge daaruit put, koester die meeste leerlinge 'n negatiewe houding jeens wiskunde as hulle die skool verlaat (Charles & Lester, 1984:67). Die onderwyser en kurrikulum kan ook hier sentraal staan om hierdie probleem aan te spreek en te probeer oplos.

Kreatiwiteit sluit nou aan by probleemoplossing in wiskunde.

Probleemoplossing impliseer gewoonlik konvergente denke, terwyl kreatiwiteit meer neig na die vlak van divergente denke . 'n Meetkundeprobleem¹, wat op verskeie manier opgelos kan word, sal makliker deur meer kreatiewe leerlinge bemeester word. Leerteorieë is 'n besonder belangrike aspek wat kurrikulering in wiskunde onderlê. In die volgende afdeling word gevolglik gefokus op enkele leerteorieë wat as relevant vir die onderhawige navorsing beskou kan word.

2.3 LEERTEORIEË IN WISKUNDE

2.3.1 Inleiding

Maree (1992:48) vra die volgende relevante vrae rondom leer:

Hoe leer 'n kind wiskunde? Is sy verstandspesesse dieselfde as die van 'n volwassene? Kan wiskunde tot so 'n vereenvoudigde vlak geanaliseer word dat dit 'n punt bereik waar enige kind dit kan verstaan (Skinner)? Of is die ontwikkelingspsigoloog meer korrek in sy aanname dat 'n kind 'n ontwikkelende wese is en nie soos 'n volwassene leer nie; dat hy tewens spesifieke ontwikkelingstadia noodwendig moet deurloop alvorens hy hoegenaamd gereed is vir sekere wiskundige inhoude?

Alvorens leerlinge in staat is om probleme op te los, moet basiese rekenkundige reëls en vaardighede aangeleer word. Basiese rekenvaardighede sluit optel, aftrek, vermenigvuldiging en deling en later magsverheffing, wortel- en logaritmetrekking in. Die leerteorieë wat beskou word, is in twee groepe verdeel. Eerstens word na die teorieë wat die aanleer van basiese

¹ Kyk: Hoofstuk Drie, paragraaf 3.5

rekenkunde ten doel het, gekyk. Daarna sal teorieë wat die meer komplekse vlak van konsepverwerking, probleemoplossing en informasie-prosessering aanraak, belig word. Resnick & Ford (1981:9) wys op die volgende:

Elementary school mathematics is dominated by computation, and computational proficiency remains a major goal for instruction, despite efforts to reform the mathematics curriculum in the 1960's. Curriculum changes notwithstanding, there is no doubt that computation still constitutes the bulk of children's experiences in elementary school mathematics. We expect children to know how to perform complex computations and to do them quickly and accurately. We also aim, but less successfully, at making them capable of applying these computational skills in problem solving.

Kurrikulering hang dus nou saam met die onderskeie leerteorieë, hetsy teorieë rondom die aanleer van basiese rekenvaardighede of meer komplekse informasie-prosessering en probleemoplossing.

2.3.2 Wiskunde as rekenkunde

Vervolgens word 'n paar leerteorieë eksimplaries aangewend om aan te dui hoe wiskunde as basiese rekenkunde in die praktyk onderrig word. Hierdie teorieë raak ook die bemeestering van 'n paar rekenkundige vaardighede aan. Die leerteorie van Thorndike, as verteenwoordigend van die behaviorisme, word eerstens bestudeer.

2.3.2.1 Die behavioristiese leerteorie van Edward Thorndike

Thorndike word beskou as 'n gematigde behavioris (Sonnekus & Ferreira, 1986:11). Hy het 'n diepgaande studie van diere-

gedrag onder eksperimentele toestande gedoen. Hy het onder andere die gedrag van katte, hoenders, muise, apies en honde in probleemsituasies soos in doolhowe en hokke met knipslotte en valdeure bestudeer. Hy het op grond hiervan afleidings in verband met menslike leer gemaak.

In een van sy klassieke eksperimente is 'n kat in houtkis met 'n knipslot geplaas, die kat krap en klou dan totdat hy toevallig die knipslot oopkrap. Indien die kat herhaaldelik in die houtkis geplaas word, sal die tydsverloop nodig om die knipslot oop te maak, telkens afneem. Thorndike sien leer as 'n proses van ongemotiveerde, toevallige probeerslae, wat by wyse van toeval sukses tot gevolg het. Leer vind meganies plaas en wel op grond van assosiasies of konneksies wat grotendeels met behulp van 'n probeer-en-tref benadering ontdek en dan deur middel van inoefening en herhaling versterk word.

Thorndike breek menslike gedrag op in twee eenhede, prikkels (stimuli) of gebeurtenisse ekstern aan die persoon en reaksies (response) of aksies wat die persoon uitoefen na aanleiding van die prikkels. Thorndike (1913:4) formuleer aan die hand hiervan seker leerwette, waarvan die wet van effek (genot of weersin) die bekendste is:

When a modifiable connection between a situation and a response is made and is accompanied or followed by a satisfying state of affairs, that connection's strength is increased: When made and accompanied or followed by an annoying state of affairs, its strength is decreased.

Dit beteken derhalwe dat oefening wat beloon of versterk word 'n belangrike wyse is waarop die mens leer. Die wet staan vandag bekend as die beginsels van versterking. Minder bekend is Thorndike se wet van gebruik of oefening (ontdekte konneksies (bonds) word verstrek deur inoefening) en die wet van gereedheid (leer vind beter plaas as die dier (mens) gereed is daarvoor)

(Nel et al, 1975:208).

In sy *Psychology of Arithmetic* (1922) veralgemeen Thorndike sy waarnemings en maak dit van toepassing op leer in die skoolmilieu. Hy beweer dat alle kennis, hoe kompleks ook al, opgebreek kan word in eenvoudige fragmente waartussen samehange en konneksies bestaan. Thorndike (1922:xi) spreek hom soos volg oor die skoolsituasie uit:

The aims of elementary education, when fully defined will be found to be the production of changes in human nature represented by an almost countless list of connections or bonds whereby the pupil thinks or feels or acts in certain ways in response to the situations the school has organized and is influenced to think and feel and act similarly to similar situations when life outside of school confronts him with them.

Hieruit blyk dit dat Thorndike die leer van wiskunde beskou as die verbinding tussen afsonderlike elemente. Die leerkrag behoort hierdie verbindings (bonds) te identifiseer en aan die leerlinge deur te gee. Die verbindings en gewoontes wat leerlinge benodig om berekeninge uit te voer en probleme op te los, kan op hierdie wyse aan hulle openbaar word. Dit plaas 'n belangrike onus op kurrikuleerders. Thorndike beklemtoon hierdie aangeleentheid soos volg (Resnick & Ford, 1981:13-4):

As a first step, one would have to select the bonds to be formed. Naturally, any carefully constructed arithmetic curriculum, with or without benefit of psychological analysis, would divide the subject matter up into broadly defined topics.

Vir die klaskamer moet die verbindinge (bonds) geanaliseer word (soos in enige wiskunde-kurrikulum) en na seleksie moet hulle gevorm en versterk word. Die belangrike verbindings word meer

gereeld inge oefen en herhaal en die minder belangrikes, minder dikwels. Drilwerk en herhaling staan sentraal in Thorndike se leerteorie en die onderrig van rekenkunde geskied hoofsaaklik aan die hand van drilwerk. Resnick & Ford (1981:16) wys op die belangrikheid van sy bydrae:

*...this (Thorndike's) research continues to influence instructional practice even today. Thorndike thus took a big step in the direction of bringing psychological theory to bear on instruction. His contributions to the psychology of mathematics was to focus attention on the **content** of learning and to do so in the context of a specific subject matter.*

Sy teorie is nie sonder kritiek aanvaar nie en 'n aantal sielkundiges van sy tyd het reeds op 'n paar probleme wat vanuit sy drilwerk en verbindings (bonds) volg, gewys. Vervolgens word na die leerteorie van Brownell, wat een van Thorndike se tydgenote en kritici was, gekyk.

2.3.2.2 Die leerteorie van William Brownell

Hoewel Thorndike dit beklemtoon het dat drilwerk interessant aangebied en met konkrete objekte geverifieer behoort te word, het sy leerteorieë drilwerk as die hoofmetode in die onderrig van rekenkunde uitgewys. William Brownell het nie hiermee saamgestem nie (Resnick & Ford, 1981:17). Sy eerste probleem met Thorndike se teorie is dat dit nie kwalitatiewe verskille in die rekenvaardighede en rekenvermoëns van kinders in ag neem nie. Die teorie stel ook die rekenvaardighede van kinders en volwassenes op dieselfde vlak en geen onderskeid tussen leer by kinders en volwassenes word getref nie.

Brownell het 'n groep negejarige se rekenvaardighede getoets en ontdek dat ondanks die feit dat almal aan meganiese drilwerk blootgestel was, hulle op verskillende maniere moontlike

antwoorde bereken. Sommige leerlinge het op hulle vingers getel en ander het van bekende kombinasies gebruik gemaak, om by die antwoorde uit te kom. (Sommige leerlinge sal byvoorbeeld die som van ses en sewe bereken deur te redeneer dat dit een meer as die bekende kombinasie $6 + 6$ is, dus $6 + 7 = 12 + 1 = 13$.) Uit die verskillende antwoorde van die leerlinge het dit ook geblyk dat sommige leerlinge bloot antwoorde raai. Resnick & Ford (1981:17) verduidelik:

Brownell interpreted this to mean that drill simply made them faster and better at the 'immature' procedures they had discovered for themselves, not at the kind of direct recall that adults possess.

Tweedens het Brownell gekonstateer dat die drilmetode 'n verwronge siening van die leerdoel verteenwoordig. Hy sien die kriteria vir rekenkundige vermoë as kwantitatiewe denke en nie blote korrekte beantwoording van gegewe vrae en probleme nie. Brownell (1928:198) brei hierop uit:

The child who can promptly give the answer 12 to $7 + 5$ has by no means demonstrated that he knows the combination. He does not 'know' the combination until he understands something of the reason why 7 and 5 is 12; until he can demonstrate to himself and to others that 7 and 5 is 12; until he is so thoroughly convinced that 12 is the correct answer for $7 + 5$ that he can give it as the answer with assurance of its correctness; and until he can use the combination in an intelligent manner - in a word, until the combination possesses meaning for him.

Hierdie tipe sinvolle onderrig vereis insig in wiskundige beginsels en patrone eie aan berekeninge. Brownell se teorie is verder uitgebrei en verfyn deur onder andere McConnell en Swenson. Swenson (1958) het gevind dat wiskundige veralgemening in vergelyking met drilwerk of 'n kombinasie van beide, as

onderrigmetode die beste resultate lewer. Tydens die proses van wiskundige veralgemening wat ook deur Brownell gepropageer is, pas kinders in elke fase hul kennis op nuwe probleme toe en word toegelaat om bekende probleemoplossingmetodes te gebruik totdat hulle gemaklik tot outomatisering kan oorskakel.

Brownell staan die aanleer van wiskundige beginsels en patrone deur middel van sinvolle onderrig en leer voor. Onderrig en leer aan die hand van meer komplekse leerteorieë word later in hierdie hoofstuk¹ belig. Brownell bly in gebreke om te verklaar hoekom die aanleer van eenvoudige werk, die aanleer van meer komplekse ingewikkelde werk moontlik maak. Robert Gagné se neo-behavioristiese leerteorie gee aandag aan die resultate van leer.

2.3.2.3 Robert Gagné se neo-behavioristiese leerteorie

Gagné het veral op die uitkomst of resultate van leer gekonsentreer. Aangesien die resultate meetbaar is, kon hy baie uitsprake rondom leer maak. Hy beskou leer soos volg (1976:3):

Learning is change in human disposition or capability, which persists over a period of time, and which is not simply ascribable to processes of growth.

Leer vind plaas as daar 'n verandering in die persoon se optrede, gedrag of prestasie teweeggebring word. Gagné (1976:5) beskryf hierdie verandering soos volg:

*A learning occurrence, then, takes place when the **stimulus situation** together with the **contents of memory** affect the learner in such a way that his **performance** changes from a time **before** being in that*

¹ Vergelyk die teorieë omskryf in paragraaf 3.3

*situation to a time **after** being in it. The **change** in **performance** leads to the conclusion that learning has occurred.*

Gagné onderskei die volgende kategorieë van prestasie (1985:47):

- * Intellektuele vaardighede
- * Verbale informasie (die leerling kan gegewens in sy eie woorde weergee)
- * Kognitiewe strategieë
- * Gesindhede
- * Motoriese vaardighede

Gagné se teorie analiseer wiskundige vaardighede in geordende subvaardighede of leerhierargieë. Dit help onderwysers en kurrikuleerders om die verskille in die leerproses by individuele leerlinge beter te verstaan. Dit dra verder by om te verseker dat basiese rekenvaardighede aan alle leerlinge ontsluit word (Resnick & Ford, 1981:57):

... carefully developed hierarchies can be useful in assuring that all children, including the less able, master the essentials of school mathematics, especially computational skills.

Enige leer begin vir Gagné verder met 'n taakanalise: Wat moet geleer word? Die vaardigheid moet spesifiek en behavioristies verwoord word. Indien 'n leerling met 'n probleem gekonfronteer word, moet hy sekere beginsels leer ken, wat weer op sekere konsepte berus. Die konsepte vereis weer sekere bestaande assosiasies en feite (Gagné in Maree, 1992:51). Volgens Shulman (1974:173-5) eindig enige sodanige analise in wese met operante kondisionering. Gagné (1983:11-16) verduidelik die begrip taakanalise soos volg:

A task analysis of the performance expected of a mathematics student would, I think reveal three major phases.

Hierdie drie fases is:

- * *Translating verbally described situations into mathematics.* Vir Gagné is verbale stellings bloot voorstellings van konkrete situasies.
- * *The central computation phase.* Vir Gagné (1983:13) is rekenvaardigheid volkome konkreet van aard:
It appears to me that the operations of computation are entirely concrete. The objects with which they deal are numerals and operations signs printed or written on a page.
- * *Validating the solution.* Vir Gagné is dit van besondere belang dat leerlinge moet leer om hulle antwoorde op soveel moontlike maniere te toets.

Gagné sien leeroperasies as 'n georganiseerde, additiewe opbou vanuit eenvoudige elemente. 'n Leerling is gereed om iets nuuts te leer as hy die voorkennis en voorvereistes vir die aanleer van die nuwe werk onder die knie het (Gagné, 1976:27). Die leerling word nou getoets om vas te stel wat hy weet en wat hy nog moet leer. 'n Logiese uitvloeisel van hierdie benadering is geprogrammeerde onderrig.

Die laaste teorie in die afdeling waar basiese rekenvaardighede sentraal staan is die van Skinner. Sy teorie sluit nou aan by die van Thorndike, Brownell en Gagné.

2.3.2.4 Die leerteorie van B.F. Skinner

(Sonnekus & Ferreira, 1986:81-85)

Skinner word beskou as 'n eksponent van die meer moderne behavioristiese siening in die leerpsigologie. Yelon & Weinstein (1977) vat sy beskouinge oor leer soos volg saam:

Learning results in a change in observable behaviour and behaviour - and therefore learning - is modified by conditions in the environment.

Leer is gevolglik afhanklik van die omgewing waarbinne dit plaasvind. Skinner verdeel leer in drie fases, naamlik 'n prikkel, 'n reaksie en 'n bepaalde gevolg. Die prikkel induseer 'n reaksie (hetsy positief of negatief), en die reaksie versterk die gedrag. Hierdie uitbreiding van Thorndike se wet van effek vind neerslag in Skinner se teorie van *versterking*.

Skinner het ook eksperimente met diere en veral duiwe uitgevoer. Honger duiwe moes onder andere aan 'n hefboompie pik om kos te kry. Die duif ontvang kos en dit dien as versterking van of beloning vir die reaksie by die duif (die pik van die hefboom). Volgens Skinner is die wet van versterking op soortgelyke wyse van toepassing op die mens, tafelmaniere by kleuters word byvoorbeeld aangeleer deur voortdurende goedkeuring deur die ouers. Yelon & Weinstein (1977) bevestig dit soos volg:

Every element of human thought and feeling according to the behavioristic learning theory, may be defined in terms of reinforcement - not just table manners but good study habits and socially approved behaviour of all kinds, even love itself.

Du Toit (1986:105-127) sluit hierby aan en motiveer dat Skinner se vertrekpunt geleë is in Thorndike se stelling dat gedrag wat bevrediging verskaf, *versterk* of bevorder word, terwyl gedrag wat tot frustrasie lei, *afgeleer* word. Skinner (1974:5-8,70-78) sluit hierby aan en omskryf die begrip operante kondisionering. Dit beteken dat die resultaat van gedrag, gedrag bepaal. Operante kondisionering is nie net blote response op prikkels nie, maar wel die effek van daaropvolgende gedrag. Nie die stimulus nie, maar die resultaat van die gedrag dien as versterking.

Daar word tussen die volgende tipes versterking onderskei:

* *Voortdurende versterking:*

Gedrag word telkens as dit voorkom, versterk.

* *Versterking met tussenpose:*

Gedrag word met tussenpose beloon al het dit nie die verlangde uitwerking nie.

* *Berekende versterking:*

'n Vasgestelde aantal handeling word vereis voordat gedrag beloon word.

* *Bygeloof:*

As 'n leerling toevallig 'n berekening uitvoer wat op die regte antwoord uitloop, sal hy waarskynlik die handeling in 'n soortgelyke situasie herhaal.

* *Positiewe -, negatiewe versterking en straf:*

Positiewe versterking is enigiets wat bepaalde gedrag aanmoedig. Negatiewe versterking figureer indien onaangename omstandighede of gevolge verander of vermy kan word deur gedrag. Indien dit nie vermy kan word nie, is dit straf. Skinner is van mening dat positiewe versterking die beste manier is om negatiewe gedragspatrone af te leer.

* *Uitwissing:*

Wanneer gedrag wat vroeër beloon is, nie meer beloon word nie sal die gedrag begin vervaag en in onbruik raak. Die blote terughouding van versterking kan gedrag dus beïnvloed.

Skinner se leerteorie het 'n groot hupstoot aan geprogrammeerde onderrig gegee. Op grond van sy diere-eksperimente het hy breë riglyne vir die onderrig van wiskunde getrek. Die onderrig vind plaas aan die hand van sekere onderrigsprogramme en -apparaat genaamd die *teaching machine*. 'n Algebraïese probleem word byvoorbeeld stap vir stap opgelos en die korrekte respons word telkens beloon (versterk).

Skinner self (in Sonnekus & Ferreira, 1986:83) het egter reeds weens die komplekse struktuur van menslike gedrag probleme hiermee voorsien. Hy formuleer sy siening soos volg:

*Human behavior is an extremely complex subject. ...
The most effective techniques of instruction will be*

drawn only from the fullest possible understanding of human behavior.

Skinner se bydrae tot die leerpsigologie deur onder andere sy teorie van versterking, kan nie onderskat word nie. Thorndike, Brownell, Gagné en Skinner het elk 'n groot bydrae gelewer tot die ontwikkeling van leerteorieë op die vlak van rekene en rekenvaardighede. In die volgende paragraaf word daar gekyk na teorieë wat die meer komplekse aard van wiskunde uitlig.

2.3.3 Wiskunde as die verwerf van konsepte, probleemoplossing en informasie-prosessering

Leerteorieë wat aandag aan rekenvaardighede gee, beklemtoon die belangrikheid van leerlinge se basiese wiskundige agtergrond. Wiskunde en wiskunde probleme op sekondêre vlak kan dikwels hierheen herlei word. Kurrikuleerders behoort die basiese leerteorieë te alle tye tydens kurrikulumontwikkeling in gedagte te hou. Kurrikuleerders het 'n belangrike taak ten aansien van die insluiting van probleemoplossende, konsepverwerwende en informasie-prosesserende inhoude in 'n wiskundekurrikulum.

Leerlinge moet sekere konsepte verwerf of bemeester om latere probleme sover moontlik te beperk. Leerling moet gelei word tot 'n vlak waar hulle hul kognitiewe en veral wiskundige vermoëns toereikend kan aktualiseer. 'n Grondige kennis van die leerteorieë wat hierdie hoër niveaus beskryf is nodig vir sinvolle kurrikulering. Maree (1992:53) wys op die volgende vrae wat beantwoord moet word om sinvolle leer te verseker:

Hoe verstaan leerlinge wiskundige konsepte? Hoe gebruik hulle hierdie konsepte? Hoe leer hulle die konsepte? Hoe word hierdie konsepte ten beste onderrig? Wat is die verband tussen die verwerf van sekere wiskundige konsepte en probleemoplossingsvaardighede?

Die probleem van betekenisvolle wiskunde is reeds in Thorndike se tyd raakgesien. Vroeëre pogings om sin en betekenis aan wiskunde te gee rekenkundige vaardighede en konsepte in alledaagse probleme, vervat. Papegaaiwerk was egter aan die orde van die dag en werklike verandering het eers in die laat sestigerjare ingetree¹. Met die lansering van Sputnik en ontwikkeling van gepaardgaande ruimte-eeuse tegnologie het verandering ingetree. Volgens Maree (1992:54) het :

'n Tydperk van kurrikulêre herevaluering begin en die behoefte aan betekenisvolle wiskunde is as krities uitgewys.

'n Konseptuele benadering tot wiskunde, in teenstelling met 'n rekenkundige benadering, is op hierdie stadium gepropageer. Betekenisvolle onderrig en leer moes hierby aanpas. Die blote aanleer van rekenvaardighede om alledaagse probleme op te los was nie meer voldoende nie. Probleme en onderrig moes in geheel by die bestaande wiskundige kennis geïntegreer word. Op sielkundige terrein het ook nuwe ontwikkelings plaasgevind. Die gestaltsielkunde van Köhler, Koffka, Ausubel en Wertheimer het aanleiding gegee tot kognitiewe sielkunde (Bruner). Vervolgens gaan enkele van hierdie leerteorieë belig word.

2.3.3.1 Die gestaltpsigologiese leerteorie van Köhler

Die ontwikkeling van die gestaltsielkunde is grotendeels gerig deur die sjimpanseeproewe wat Köhler op die eiland Teneriffe uitgevoer het. Hy het 'n gevange kolonie sjimpansees oor 'n aantal jare dopgehou en ook 'n klomp eksperimente op hulle uitgevoer. Sy eksperimente het op die ape se pogings om voedsel te bekom, gekonsentreer.

Piesangs is buite bereik van die ape geplaas, daar is 'n aantal

¹ Kyk: Hoofstuk 1, paragraaf 1.3

stokke in die hok geplaas en na vele pogings kon die aap die piesang met die regte lengte stok nader trek. In 'n ander eksperiment is die piesangs op 'n sekere hoogte in die hok geplaas en die ape het met behulp van kratte wat hul opmekaar gestapel het by die piesangs uitgekom (Nel et al, 1975:211).

Köhler stel hieruit sy 'leer-deur-insig' -teorie, in teenstelling met Thorndike se 'probeer-en-tref' -teorie, op. Leer vind volgens hom plaas wanneer die aap die totale situasie opsom en skielik die stok as voorwerp ter oplossing van die probleem sien. Die situasie vorm nou 'n sinvolle 'gestalt' of geheel. Hierdie moment wat aanleiding daartoe gee dat die dele as 'n geheel gesien word noem Köhler *insig* (Karl Brünner beskryf dit as 'n *Aha-erlebnis*). 'n Belangrike bydrae tot die leerpsigologie het hieruit voortgespruit (Nel et al, 1975:212):

... die primêre bevinding (is) dat 'insig' plotseling kan ontstaan en wel tydens die insien van 'n verband of verhouding tussen die probleem (piesang) en die middele om dit op te los (stok) binne die totale verhouding.

Köhler (1930:140-9) se waarnemings het hom daarvan oortuig dat daar meer globaal georganiseerde prosesse werkzaam is tydens probleemoplossingsgedrag by diere. Gedrag is nie altyd op die direkte doel gerig nie en ompaaie (kratte en stokke) word soms gevolg om probleme op te los. Köhler beskryf insigtelike leer as die vorming van 'n 'gestalt' of geheel wat deur afsonderlike dele gevorm word. Hy definieer die begrip soos volg (Olivier, 1985:37):

According to the most general definition of gestalt, the process of learning, of reproduction, of striving, of emotional attitude, of thinking, acting, and so forth, may be included as subject matter of gestalt-theory in so far as they do not consist of independent elements, but are determined in a

situation as a whole.

Dit blyk hieruit dat opvoeders nie ondermeer kan aanvaar dat leerlinge wat die onderdele van sekere inhoud bemeester het, tot 'n gestalt of geheelsiening sal kom nie. Leerlinge moet begelei word om die verbande tussen dele en die geheel en probleme en hul oplossings te identifiseer. Leerprestasie in wiskunde is daarin geleë dat die geheel van die leerproses ingesien moet word en kurrikula moet hiervoor voorsiening maak. 'n Woordprobleem moet gevisualiseer en konkreet deur die leerling voorgestel word, voordat hy lukraak na oplossings begin soek.

Insig rondom wiskundige strukture aanwesig by leerlinge in die klaskamer is nie genoeg om te verduidelik waar, wanneer en onder watter omstandighede leerlinge wiskunde optimaal behoort te bemeester nie. 'n Grondige kennis van enersyds die wisselwerking tussen hierdie strukture en die onderrigsituasie en andersyds die kognitiewe vermoëns van leerlinge, is nodig vir wetenskaplik-verantwoordbare wiskundekurrikulumontwikkeling. Vir hierdie doel behoort teorieë rondom die funksionering van leerlinge se intellek bestudeer te word. Bruner se leerteorie het in die sewentigerjare navorsing in hierdie rigting gestuur. Hy het veral die aanleer van die struktuur van wiskunde ondersoek.

2.3.3.2 Die kognitiewe leerteorie van Bruner

Jerome Bruner het hoofsaaklik 'n studie van kognitiewe prosesse gemaak. Onder kognitiewe prosesse verstaan Bruner: *The means whereby organisms achieve, retain, and transform information* (Bruner in Resnick & Ford, 1981:111). Bruner het die kognitiewe prosesse van kinders bestudeer en aandag gegee aan die maniere waarop kinders die idees en konsepte wat hulle aanleer verstandelik voorstel. Bruner (1964(a):2) sien hierdie voorstelling soos volg:

If we are to benefit from contact with recurrent regularities in the environment, we must represent them in some manner. ... the most important thing about memory is not storage of past experiences, but rather the retrieval of what is relevant in some usable form. This depends upon how past experience is coded and processed so that it may indeed be relevant and usable in the present when needed. The end product of such a system of coding and processing is what we may speak of as a representation.

Bruner onderskei drie modi van voorstelling waarmee vorige ondervindings, vergestalt kan word: Uitvoerende, beeldvormende en simboliese voorstellings (Bruner, 1964(b):306-335). Die modi hou onderling verband en die een ontwikkel vanuit die vorige. Die leerling se uitvoerende (enactive) voorstelling moet eers volledig gemaak word, voordat dit sal oorgaan in die beeldvormende (iconic) voorstelling, wat weer op sy beurt oorgaan in 'n simboliese voorstelling. 'n Komplekse wiskundeprobleem wat 'n leerling via hierdie drie voorstellingswyses kan ontleed, sal toereikende leer tot gevolg hê. Vervolgens word die drie modi afsonderlik bekyk.

*** Uitvoerende of 'Enactive' voorstellings**

Bruner verwys met die eerste modus van voorstelling na die motoriese voorstelling van iets uit die verlede. Hy beskou dit as die enigste wyse waarop 'n klein kindjie iets kan onthou, so sal 'n kindjie sy hand nabootsend skud om aan te dui dat hy sy ratel verloor het. Baie kinders leer tel deur blokkies opeenvolgend te tik, tel sal by hulle 'n motoriese handeling bly. Alhoewel uitvoerende voorstelling hoofsaaklik by kinders voorkom, kom dit ook onder bepaalde omstandighede by volwassenes voor. Volwassenes se spierstelsels onthou byvoorbeeld hoe om fiets te ry, al het hulle dit vir jare nie gedoen nie.

*** Beeldvormende of 'Iconic' voorstellings**

Dit is reeds 'n stap weg vanaf die blote konkrete en fisiese ,

na die werklikheid van verstandelike voorstelling. Volgens Bruner vind hierdie voorstelling by 'n kind plaas as hy nie net 'n gebeurtenis onthou nie, maar self 'n verstandelike 'prentjie' daarvan herroep. 'n Volwassene wat aan iemand verduidelik hoe om iewers heen te ry, maak vir homself 'n verstandsbeeld van die wyse waarop hy self na die bestemming sal ry.

*** Simboliese of 'Symbolic' voorstellings**

Hierdie voorstellingsmodus word moontlik gemaak deur die mens se taalvermoë. 'n Simbool is 'n woord of teken wat iets voorstel, maar nie naboots nie. Die syfer vyf (5) lyk byvoorbeeld glad nie na vyf voorwerpe bymekaar nie. Dit is egter 'n simbool waaraan 'n spesifieke betekenis gekoppel word. Die mens gebruik simbole om na objekte, gebeure en idees te verwys en die betekenis van die simbole word soos ooreengekom deur mense gedeel; 'n plusteken '+' tussen twee getalle beteken dat hulle bymekaar getel moet word en die simbool word wêreldwyd so aanvaar.

Daar is vroeër reeds gemeld dat die modi in volgorde ontwikkel en dat die een afhanklik is van die deeglike bemeestering van die vorige. Bruner sluit hier nou aan by Piaget. Bruner (1964(b):330) wys egter op die volgende:

Any idea or problem or body of knowledge can be represented in a form simple enough so that any particular learner can understand it in a recognizable form.

Piaget propageer dat sekere inhoude van die kind weggehou moet word totdat hy daarvoor gereed is. Bruner glo egter dat daar maniere is waarop selfs die mees gekompliseerde konsepte aangebied kan word sodat kinders van enige ouderdom dit kan bemeester op 'n vlak wat ooreenstem met hul verstandsvermoëns. Bruner het byvoorbeeld die eienskappe van groepe en kwadratiese vergelykings aan leerlinge in die laer standerds probeer leer. Dienes, verbonde aan die Universiteit van Harvard het nou saam

met Bruner gewerk.

2.3.3.3 Z P Dienes se teorie van veelvuldige beliggaming

(Resnick & Ford, 1981:116-127 ; Bell, 1978:123-128)

Dienes het onderrigmetodes bestudeer wat beide die struktuur van wiskunde en die kognitiewe vermoë van die leerling in ag neem. Sy werk was toegespits op die ontwerp van hulpmiddels wat tydens wiskunde-onderrig en leer gebruik kan word. Hy het ook eksperimente uitgevoer om die verwerwing van wiskundige konsepte by leerlinge te verfyn. Hy was 'n voorstander van die kombinering van sielkundige en wiskundige beginsels in struktuur gebaseerde onderrig.

Die kenmerk van sy benadering tot wiskundige onderrig is die gebruik van konkrete materiaal en speletjies in fyn gestruktureerde onderrigsessies. (Dienes het byvoorbeeld sy eie stel wiskundige blokkies genoem *multibase arithmetic blocks - MAB* - ontwerp.) Resnick & Ford (1981:116) motiveer sy benadering soos volg:

Dienes believes that children are by nature fundamentally constructivist rather than analytic. They piece together (i.e. construct) a picture of reality from the experiences they have with objects in the world. ... mathematical patterns and relationships are not obvious in children's everyday environment, Dienes proposes the creation of teaching materials that embody these structures and bring them within the realm of concrete experience.

Dienes was van mening dat wiskundige konsepte op verskillende konkrete maniere aan leerlinge geopenbaar moet word. 'n Konsep behoort homself op veelvuldige maniere via verskillende soorte materiaal, aan die leerling te openbaar. Vir Dienes behels die

studie van wiskunde die bestudering en klassifisering van strukture en die identifisering en kategorisering van verwantskappe tussen strukture onderling. Dienes definieer die begrip *konsep* as 'n struktuur en hy onderskei tussen drie verskillende soorte konsepte:

- * Suiwer wiskundige konsepte wat numeriese klassifikasie en verwantskappe tussen syfers insluit. Die konsep van 'n ewe getal word byvoorbeeld verskillend deur '4', 'ses' en 'ii' voorgestel.
- * Konsepte te make met notasies wat 'n direkte effek op hul voorstelling het, so beteken 56 vyf tiene en ses ene.
- * Toegepaste konsepte dui op die toepassing van suiwer en notasieverwante konsepte in probleemoplossing in wiskunde.

Basiese foute, soos foute wat uit gebrekkige eksponentwetkennis spruit, wys daarop dat leerlinge die konsepte toepas sonder dat hulle dit behoorlik verstaan. Ten einde hierdie tipe fout te vermy en wiskunde toereikend aan te leer, doen Dienes die volgende aan die hand (Dienes & Golding, 1971:95):

Mathematical concept development, can best be achieved through a series of cyclic patterns, each involving a sequence of learning activities ranging from the concrete to the symbolic. The learning cycle is a planned interaction between one segment of a structured body of knowledge and an active learner, conducted through the medium of specially designed math material.

Dienes glo dus dat wiskundige konsepte in progressiewe stadia tydens die leerling se ontwikkeling aangeleer moet word. Die eerste stap in hierdie leersiklus is *vrye spel* wat indirek en ongestruktureerd plaasvind. Dit gaan oor in *gestruktureerde speletjies*, waartydens leerlinge self patrone en reëlmatighede begin ontdek. Die reëls van sommige speletjies bring die leerling reeds in aanraking met die gedagte van sekere

beperkings en voorskrifte in meer formele wiskunde. Tydens hierdie fase van gestruktureerde spel begin die leerling na *gemeenskaplikhede* soek, die leerling begin ook nou die konsep abstraher. Die veelvuldige beliggaming (multiple embodiments) van die konsepte is belangrik om die korrekte identifisering van gemeenskaplikhede te verseker.

Die volgende fase in hierdie siklus behels die voorstelling van die konsep. Die gemeenskaplikhede wat waargeneem is, moet nou in 'n enkele *voorstelling* vergestalt word, hetsy diagrammaties, verbaal of as 'n voorbeeld of prentjie wat die konsep omskryf. Hierdie voorstelling moet nou in simbole uitgedruk word. Die *simbolisering* geskied aan die hand van reeds verworwe taalvaardighede van die leerling. Die laaste stap behels *formalisering*, waartydens die leerlinge die nuwe konsepte en wiskundige strukture meer formeel orden en beoordeel. Die gevolge wat vanuit die nuwe konsepte spruit word ook nou bestudeer.

Hierdie leerstadia van Dienes toon groot ooreenkomste met Piaget se stadia van intellektuele ontwikkeling¹. 'n Navorser wat minder klem op ontdekkende leer geplaas het en veral bekendheid vir sy kognitiewe struktuurmodel verwerf het, is Ausubel.

2.3.3.4 Die verbale leerteorie van Ausubel

In teenstelling met die behavioriste, glo die kognitiewe leerpsigoloë dat leer by die mens en by diere nie essensieel dieselfde is nie. Die innerlike kognitiewe struktuur se verhouding tot die leerstof staan sentraal hier. Vir Ausubel is die voorwaarde vir suksesvolle leer die individu se bestaande kognitiewe struktuur of te wel sy voorkennis in die bepaalde vakgebied. Nuwe kurrikuluminhoud kan slegs aan die leerling aangebied word indien hy die voorgaande inhoud sy eie gemaak

¹ Kyk: Hoofstuk Twee, paragraaf 3.3.5

het. Ausubel (1963:230) stel dit soos volg:

Hence new material in the sequence should never be introduced until all previous steps are thoroughly mastered.

Die funksionering van die leerling se innerlike kognitiewe struktuur in terme van die leerstof is breedvoerig deur Ausubel bestudeer. Hy beklemtoon dat ware leer slegs moontlik is indien die nuwe leerstof sinvol by die leerling se bestaande kognitiewe struktuur inskakel. Kurrikuluminhoud kan slegs potensieel sinvol wees, dit kry eers werklik betekenis wanneer die leerling dit sinvol vind (Ausubel, 1968:475):

Meaning can never be anything more than a personal phenomenological product that emerges when potentially meaningful ideas are integrated within an individually unique cognitive structure.

Betekenis van inhoud lê nie in die simbool wat dit verteenwoordig nie, maar in die individu self. Die leerling moet betekenis vind in sy eie verwysingsraamwerk en die nuwe inhoud dan koppel aan bestaande konsepte. Die nuwe inhoud word nou geassimileer in die bestaande kognitiewe struktuur. Ausubel sien in aansluiting hiermee leer tweedimensioneel. Hy onderskei tussen die maniere waarop 'n mens leer (reseptiewe leer en ontdekkende of verklarende leer) en die wyses waarmee die mens nuwe inhoud tot sy bestaande verwysingsraamwerk toevoeg (sinvolle leer en sinledige leer). Indien leerstof bloot gememoriseer en nie in verband met bestaande strukture gebring word nie, is daar sprake van sinledige leer.

Ausubel verwaarloos egter die affektiewe sy van leer en redeneer ook grotendeels nog vanuit die standpunt dat leer- en onderriggebeure op die opvoedkundig sielkundige terrein tuis hoort. Sonnekus & Ferreira (1986:95) beklemtoon egter die waarde van sy bydrae soos volg:

In die geheel gesien het Ausubel egter 'n noemenswaardige bydrae tot die leerpsigologie gelewer en ons insigte grootliks verryk ten aansien van hierdie komplekse menslike gebeure

Alhoewel Ausubel en Bruner se leerteorieë 'n hele aantal raakvlakke openbaar, verskil hulle egter ook van mekaar. 'n Verdere leerteorie wat nou met die van Ausubel, Bruner en Dienes saamgaan is konstruktivisme. Die ontwikkelingsprosesmatige leerteorie van Piaget word derhalwe vervolgens onder die loep geneem.

2.3.3.5 Die konstruktivistiese of ontwikkelingsprosesmatige leerteorie van Piaget

(Barnard, 1987:212-218 ; Resnick & Ford, 1981:155-195)

(i) Inleiding

Jean Piaget het sy studies as 'n bioloog begin in Geneve. Sy biologiese agtergrond het 'n groot invloed gehad op sy sielkundige denkwysse en voortvloeiende teorieë. As bioloog het hy die fisiese eienskappe wat organismes van mekaar onderskei, bestudeer. Die ontwikkeling van organismes oor die eeue heen om beter by hul omgewing aan te pas het hom veral gefassineer. As sielkundige het hy in kognitiewe strukture en eienskappe belang gestel (Resnick & Ford, 1981:156):

As a psychologist, Piaget was interested in cognitive structures - the structures of thinking. Although cognitive structures could not be observed directly, as physical ones could, Piaget tried to reveal the thought processes of children through a technique of activity-based interviewing.

Volgens Piaget moet die kind aktief deelneem aan die leerproses. Kennis kan nie op 'n rekenaarmatige wyse van een persoon na 'n ander oorgedra word nie. Hierdie aktiewe deelname met behulp van die prosesse van **assimilasie** en **akkommodasie** staan sentraal in konstruktivisme. Assimilasie behels die inkorporering van nuwe idees by bestaande kennis en ervaringsbesit. Akkommodasie behels die herrangskik van bestaande strukture om die nuwe idees wat andersins geen raakpunte met bestaande kennis het nie, te kan akkommodeer. Olivier (1989:11) brei soos volg hierop uit:

Wanneer 'n nuwe idee dus verstaan word, dan beteken dit eenvoudig dat dit by 'n toepaslike, bestaande skema geïnkorporeer is

Kognitiewe strukture bestaande uit aktiwiteite en denkpatrone waarvolgens die leerling sy handelinge orden, word voortdurend gevorm, aangepas en verander. Die inhoud waaraan die kind betekenis gee, is die inhoud waarmee hy gekonfronteer word. Kognitiewe strukture ontwikkel in skemas, wat eie is aan elke kind. Die kurrikulum behoort by te dra tot die vorming van gestruktureerde skemas by leerlinge. Kinders funksioneer hul lewe deur aan die hand van aanpassing en organisasie. Vrey (1984:302) beskryf dit soos volg:

As gevolg van hierdie organisasie is die mens nou aangepas by die omgewing. Hierdie aanpassing berus op akkommodasie en assimilasië. Akkommodasie is die verandering wat die persoon (in sy kognitiewe struktuur) ondergaan om die nuwe konkrete of formele denkoperasies te kan uitvoer en assimileer. ... Hierdie assimilasië en akkommodasie vind wisselwerkend plaas en hierdeur soek die leerder na doeltreffender skemas vir aanpassing aan die veranderde omgewing.

Effektiewe leer vind volgens Piaget plaas wanneer daar 'n balans of ewilibrum tussen die prosesse van assimilasië en

akkommodasie bestaan. Piaget beklemtoon ook die invloed van die ontwikkeling van die kind op sy interaksie met die omgewing. Hy onderskei verskillende kognitiewe stadia wat vervolgens belig word.

(ii) Kognitiewe ontwikkelingsstadia van Piaget

Hierdie kognitiewe ontwikkelingsstadia van Piaget word deur Copeland (1982:10-14) en Barnard (1987:191-211) uiteengesit. Hiervolgens onderskei Piaget duidelike fases wat tred hou met die biologiese ontwikkeling van die kind. Die eerste fase, die sensories-motoriese fase duur tot ongeveer twee jaar, die pre-operasionele fase daarna, duur tot om en by sewe jaar. Hierna volg die konkreet-operasionele fase tot 12 jaar en dan die formele operasionele denkfase. Hierdie fases is nie eksak-afgebakende stadia nie en die een sal oorvloei in die ander. Die ouderdomsgrense is slegs riglyne en sal van individu tot individu verskil.

(a) Die sensories-motoriese fase (0 - 2 jaar)

Piaget bestudeer die baba as 'n wese by wie ontwikkeling 'n proses van interaksie tussen die omgewing en oorerwing is. Hierdie interaksie vertoon 'n paar refleksaksies tydens die ontwikkeling van die baba, die gryp- en suigrefleks is tiperend hiervan. Hierdie kort fase van twee jaar begin met 'n pasgebore baba wat oor geen kennis van die wêreld of oor homself beskik nie. Hy ontwikkel nou as gevolg van prikkels vanuit sy omgewing waarop hy reageer. Gedurende hierdie fase leer die kind om sy sensories-motoriese vaardighede te beheer en te koördineer.

Die kind verkry 'n praktiese kennis van die wyse waarop hy met die omgewing omgaan, maar geen begrip daarvan nie. Die kennis wat hy opdoen is baie subjektief van aard en sy taalontwikkeling is baie gering tydens hierdie fase. Die kind leer slegs om sy onmiddellike omgewing en sy eie liggaam te beheer met behulp van

sy sensories-motoriese vaardighede.

(b) Die pre-operasionele stadium (2-7 jaar)

Vanaf 2-4 jaar is die kind in die stadium van pre-konseptuele of simboliese denke en daarna (4-7 jaar) in die stadium van intuïtiewe denke. Tydens die pre-konseptuele fase vorm die kind simbole op grond van sy belewing van sy omgewing. Vorige ervarings van die kind word ook nou nageaap en op nuwe situasies toegepas. Taalverwerwing en taalontwikkeling is van groot belang en is noodsaaklik tydens hierdie fase.

Die kind se simboolvorming ontwikkel en hierdie simbole word uitgedruk met behulp van die kind se eie verworwe woordeskat en taalbelewing. Die kind beleef sake nog baie subjektief en is egosentrië ingestel tydens hierdie fase. Die oorgang vanaf die pre-operasionele tot die operasionele stadium word getoets deur vas te stel of die kind oor *konservasie* of *invariansie* beskik: dit dui daarop dat 'n bepaalde aspek van 'n saak konstant bly terwyl ander aspekte verander. Piaget (1952:49) illustreer die beginsel met 'n eksperiment rakende die behoud van hoeveelhede of getalle.

In die eksperiment word die kind gekonfronteer met 'n opstelling van ses blomme en ses blompotte wat regoor mekaar gerangskik is. Daarna word die blomme uitgesprei en die een-tot-een korrespondensie is nie so duidelik sigbaar nie. Die kind in die pre-konseptuele of pre-logiese fase kan nog nie insien dat daar steeds ewe veel blomme en potte is nie. Die kind beweeg geleidelik oor na die intuïtiewe fase waar hy reeds op die drumpel van operasionele denke is. Die kind heroriënteer homself ten opsigte van sy omgewing.

(c) Die konkreet-operasionele stadium (7-12 jaar)

Die kind bereik nou 'n konkreet-operasionele stadium ten aansien van getalle. Die kind kan nou sake in geheel begin sien sonder

om sy begrip van die onderafdelings te verloor. Verbande en samehange tussen voorwerpe kom na vore. Die kind is ook nou in staat om hierdie voorwerpe te orden en te klassifiseer. Die ontwikkeling van wiskundige konsepte en beginsels by die kind vind tydens hierdie fase plaas.

Die leerling moet met genoeg konkrete wiskundige materiaal gekonfronteer word om hierdie ontwikkeling toereikend te laat aktualiseer. Piaget (1973:103-104) beskou die tekort aan wiskundige materiaal in sekere klaskamers as die basis van menige leerling se wiskunde probleme. Alhoewel meeste leerlinge die beginsel van getalkonservering naastenby op sewe jaar bemeester, wys Piaget daarop dat hierdie tydsaanduiding relatief is. Laratelli (1974:158) bevestig hierdie siening soos volg:

So, it's essentially relative to a statistical convention. Secondly, it is relative to the society in which one is working ... in certain societies we have found a delay of three to four years. Consequently the age at which those problems are solved is only relative to the society in question. What is important is the order of the succession. The mean chronological age is variable.

Hierdie aspek rig 'n groot appèl tot kurrikuleerders in die RSA vandag. Die reënboog samestelling en geografiese verspreiding van leerlinge in die RSA is so kompleks dat enige kurrikulum baie duidelike riglyne hieroor sal moet hê. Biologiese ouderdom alleen kan nie gebruik word om leerlinge in wiskunde-klasse in te deel nie.

(d) Die formeel-operasionele stadium (12 jaar tot volwassenheid)

Sistematiese, logiese en meer abstrakte denke tree tydens hierdie intellektuele fase na vore. Die leerling se denke is meer gesistematiseer en abstrak tydens die formeel-operasionele

fase. Die leerling hoef nie meer afhanklik van die konkrete, reële wêreld te wees nie en kan op 'n meer abstrakte denkvlak opereer. Die leerling is nou gereed en ontvanklik vir formele wiskunde-onderrig en leer.

Die kurrikulum en leerkrag moet die leerling nou vanaf vaste punte lei om deur middel van logiese, deduktiewe stappe na die vlak van die abstrakte en simboliese te beweeg. Hierdie denkvlak is tipies van die hoërskoolkind en veral die hoërgraad-leerling in die senior sekondêre fase is afhanklik van gesonde formeel-operasionele denke. Die beheersing van hierdie denkvlak is nie vir almal beskore nie.

Copeland (1982:14) wys daarop dat Piaget se aanvangsouderdom van 12 jaar slegs op enkele leerlinge van toepassing is. Copeland haal Herron (1975:146) aan wat in 'n studie bevind het dat minder as 25% van alle toetreders tot universiteitskolleges in die VSA volkome formeel-operasioneel funksioneer. Die fases in Piaget se teorie en eienskappe daarvan word opsommenderwys in Tabel 2.1¹ weergegee. Alhoewel hierdie kognitiewe ontwikkelingsfases van Piaget enkele gebreke toon, kan die belangrikheid van sy bydrae nie misken word nie. Resnick & Ford (1981:186) wys soos volg op die verreikende invloede van Piaget se teorie:

Many lessons have been drawn from Piaget and a surprising variety of specific educational practices and recommendations attribute to the influence of his theory.

(iii) Die leer- en kognitiewe teorie van Piaget

Piaget se werk toon enkele ooreenkomste met die van die gestaltpsigoë. Hy verskil egter van hulle daarin dat hy met 'n strukturerende stelsel werk, terwyl die gestaltpsigoë met

¹ Kyk: Tabel 2.1 op bladsy 70

STAGE	CHARACTERISTICS	EXAMPLE
Sensorimotor (0-2)	Goal directed behaviour Object permanence (Represents objects in memory)	Makes jack-in-the box pop up Searches for object behind parent's back
Preoperations (2-7)	Rapid increase in language ability with overgeneralized language Symbolic thought Dominated by perception	'We goed to the store.' Points out car window and says, 'Truck!' Concludes that all the water in a sink came out of the faucet
Concrete Operations (7-11)	Operates logically with concrete materials Classifies and serial orders	Concludes that two objects on a 'balanced' balance have the same mass, even though one is larger than the other Orders containers according to decreasing volume
Formal Operations (11-adult)	Solves abstract and hypothetical problems Thinks combinatorially	Consider outcome of WW II ¹ if the 'Battle of Britain' had been lost Systematically determines how many different sandwiches can be made from three different kinds of meat, cheese, and bread

TABEL 2.1 : Piaget's stages and characteristics

(Eggen & Kauchak, 1994:45)

'n gestruktureerde stelsel werk. Met ander woorde Piaget beskou kennis nie as 'n vooraf bepaalde, ontvouende proses nie. Kennis en intelligensie ontstaan volgens hom weens 'n interaksie tussen

¹ World War II

die leerder en sy omgewing. Die tipe interaksies bepaal die struktuur van die stelsel. Wiskundige konsepte waarmee die leerder gekonfronteer word, rig 'n appèl tot hom en hierop reageer hy.

Piaget is ook 'n voorstander van groepwerk¹ en sosialisering. Hy is nie 'n voorstander van individuele onderrig nie. Die interaksie wat tussen die leerder en sy omgewing bestaan kom tot sy volste reg as die leerder tussen ander leerlinge is wat met dieselfde probleme gekonfronteer word. Hy leer nie net vanuit sy eie reaksie nie, maar ook vanuit hulle reaksies. Met behulp van groepwerk kan die leerling reeds vroeg 'n aantal standpunte assimileer en sy eie konsepverwerwing dienooreenkomstig aanpas. Maree (1992:62) som hierdie aspek van Piaget se siening soos volg op:

Botsende sienings maak juis die kind bewus van ander standpunte waarmee hy homself moet versoen, en op hierdie wyse word die kind uit die toestand van egosentrisiteit gehelp.

Piaget verwerp die stelling dat sekere leerlinge bloot 'n aanleg vir wiskunde het en daarom beter presteer (Piaget, 1971:44):

(Mathematics involves) a technical language comprising a very particular form of symbolism ... So the so-called aptitude for mathematics may very well be a function of the student's comprehension of that language itself, as opposed to that of the (mathematical) structures it describes ... Moreover, since everything is connected in an entirely deductive discipline (such as mathematics), failure or lack of comprehension of any single link in the chain of reasoning causes the student to be unable to understand what follows.

¹ Vergelyk paragraaf 2.5 rakende koöperatiewe leer

Piaget het op die stadia van intellektuele ontwikkeling gekonsentreer. Piaget se teorie het as basis gedien vir sosiale konstruktivisme wat probleemgesentreerde onderrig en leer voorstaan.

2.2.3.7 Konstruktivistiese¹ leerteorieë

Die wêreldwye probleem van onderprestering in wiskunde is onder andere toe te skryf aan die oorbeklemtoning van die absolute, objektiewe en strukturele aard van wiskunde. Hierdie uitgangspunt het oorsprong gegee aan verskeie produkte-georiënteerde onderrig- en leerbenaderings (Ernst, 1989:556). In teenstelling hiermee kan die sosiaal konstruktivistiese benadering, wiskunde meer toeganklik en verstaanbaar vir leerlinge maak. Marsh (1992:145) sluit soos volg by Ernst aan:

Perhaps social constructivism with its group-based, process oriented, problem solving and investigatory approach can serve to make the subject more accessible, more user-friendly and palatable to the average pupil, worldwide, and in particular in Ciskei classrooms.

Voormelde stelling van Marsh is nie net op die gewese Ciskei nie, maar op post-apartheid Suid-Afrika in die geheel van toepassing. Kurrikula behoort wiskunde meer toeganklik vir die deursnee leerling te maak. Die konstruktivistiese onderrig en leerbenadering staan juis aktiewe optrede van die leerling tydens die onderrig en leergebeure voor. In aansluiting hierby definieer Von Glasersfeld (1991:31) konstruktivisme soos volg:

Constructivism ... asserts two main principles whose application has far-reaching consequences for the study of cognitive development and learning as well

¹ Kyk: Hoofstuk Drie, paragraaf 3.4

*as for the practise of teaching, psychotherapy, and interpersonal management in general. The two principles are: (a) **knowledge is not passively received but actively built up** by the cognizing subject; (b) the function of cognition is adaptive and serves the organization of the experiential world, not the discovery of ontological reality.*

Von Glasersfeld (1991:32) wys verder op die radikale verskil tussen 'n konstruktivistiese benadering, waar onderrig- en leerstrategieë gemik is op die verstaan van probleme en vakinhoud (teaching), en 'n behaviouristiese benadering waar die hoofdoel die herhaling en indril van sekere vaste patrone of metodes is (training). Volmink (1993(a):33-34) sluit soos volg hierby aan:

Loosely defined, constructivism is a theory about how we construct our knowledge as active participants rather than receive knowledge as passive recipients. One of the perspectives that a constructivist paradigm provides, is a strong commitment to encourage students to realise that they live in a world constituted by their own experience and that they therefore should take charge of their own learning experiences.

Kurrikuluminhoud behoort gevolglik nou by leerlinge se verwysingsraamwerk aan te sluit en leerlinge te motiveer om daarmee om te gaan. Inhoud moet leerlinge tot aktiewe deelname aan die onderrig- en leergebeure in die wiskundeklaskamer aktiveer. Volmink wys egter daarop dat moderne konstruktivisme klein, goedtoegeruste klaskamers as 'n gegewe aanvaar. Volmink (1993(a):34) skets die Suid-Afrikaanse problematiek soos volg:

In South Africa ... large classes will be the norm rather than the exception. We need to ask therefore, what adjustments need to be made to the

constructivist approaches to teaching and learning, in order to make it more effective and appropriate within our context.

Onderwysers ondervind wêreldwyd probleme met sommige leerlinge se betrokkenheid by, deelname aan en begrip van die onderrig- en leergebeure. Probleemoplossing in wiskunde is een van die aspekte van die vak waarmee leerlinge die meeste probleme ondervind. De Corte (1995:2) motiveer hierdie siening soos volg:

There is at present substantial research evidence showing that many students in today's schools do not, or at least not sufficiently master the knowledge and skills underlying skilled learning and problem solving.

Leerlinge openbaar in die algemeen 'n kortsigtigheid as hulle met wiskundeprobleme gekonfronteer word. Die meeste leerlinge ondervind probleme met die praktiese interpretering van wiskundige oplossings. De Corte (1995:3) verwys na 'n studie in die VSA waarin leerlinge die volgende probleem moes probeer oplos:

'n Weermagbus kan 36 soldate vervoer. As 1128 soldate na 'n opleidingsterrein vervoer moet word, hoeveel busse sal die weermag benodig?

Die wiskundige uitkoms van die deelsom is 31 res 12. 70% van die leerlinge kon die deelsom korrek uitvoer, maar slegs 23% kon die antwoord korrek interpreteer en tot die gevolgtrekking kom dat 32 busse benodig word. Kurrikuleerders behoort daarna te streef om kurrikuluminhoud daar te stel wat leerlinge vir hulle toekomstige dagtaak voorberei. Leerlinge wat self probleme probeer oplos en hulle eie metodes daarstel, ondervind in die algemeen nie probleme met die interpretering van hulle resultate nie. Hierteenoor vind leerlinge wat sekere metodes slaafs

navolg, meer dikwels probleme met die interpretering van hulle resultate.

Maree J G (1995(b):68) wys ook daarop dat die konstruktivistiese benadering tans as onderrig- en leerbenadering in wiskunde baie aandag geniet. Hy wys verder daarop dat dit vir 'n leerling uiters sinvol is om self te leer. Hy beklemtoon ook die feit dat kinders nie volkome op hulle eie kan leer nie, maar dat leerlinge wel die leerproses in 'n sekere mate rig. Maree J G (1995(b):68) omskryf die rol van konstruktivisme binne die komplekse onderrig- en leergebeure soos volg:

Die probleemoplossingsbenadering, probleemgesentreerde leer, (sosiale) konstruktivisme, leerlingbetrokkenheid waartydens leerlinge hulle eie algoritmes of standaardstrategieë om probleme op te los, ontdek, 'konstrueer' of vorm, is baie aanvaarbaar - as een benadering, een manier om wiskundige 'waarheid' te ontdek, in kombinasie met ander benaderings.

Guilford het 'n model ontwerp wat die mens se intellektuele vermoëns saamvat. Sy leerteorie word vervolgens van nader bekyk.

2.3.3.7 J P Guilford se intellek-struktuur model

Volgens Bell (1978:104-107) het Guilford 'n studie van intelligensie en verskillende verstandsvermoëns onderneem. Hieruit het hy 'n drie-dimensionele model ontwerp wat 120 verskillende tipes intellektuele aanlegte bevat. Die alomteenwoordige vraag waarom sekere leerlinge met spesifieke onderwerpe of afdelings van wiskunde sukkel en ander nie, is gedeeltelik deur sy studies aangespreek.

Die feit dat Guilford intelligensie in terme van hierdie groot hoeveelhede verstandsaanlegte gedefinieer het, weerspieël sy siening dat individuele leerlinge elk oor 'n unieke aantal sterk en swak verstandsmoontlikhede beskik. Toetse is ontwerp om spesifiek hierdie moontlikhede by leerlinge te toets. Aan die hand van hierdie resultate kan leerlinge nou gehelp word met die vaardighede waarmee hulle spesifiek probleme ondervind. Die feit dat 'n meer intelligente leerling soms probleme ondervind met 'n konsep wat 'n minder intelligente leerling maklik begryp, kon hierdeur verklaar word.

Guilford se model verdeel intellektuele vermoë in drie hoofkategorieë. Operasies, wat op die leerinhoud inwerk wat leerprodukte lewer. Die operasies dui op die handeling of verstandspesesse wat tydens die leergebeure plaasvind; herinnering, waarneming (kognisie), evaluering, konvergente en divergente produksie word in die verband deur Guilford uitgesonder. Guilford se model toon 'n noue verband met Bloom se indeling van die kognitiewe domein. Bloom onderskei die volgende leerdoelwitkategorieë: Kennis, begrip, toepassing, analise, sintese en evaluering (Hannah & Oosthuizen, 1984,105).

Die inhoud staan sentraal in enige leergebeurtenis. Guilford onderskei tussen figuurmatige, simboliese, semantiese en behaviouristiese inhoud. Figuurmatige inhoude sluit in driehoeke, parabole en sirkels. Simboliese inhoude verwys na sekere simbole wat 'n spesifieke betekenis het. Die Σ -teken in wiskunde verwys byvoorbeeld na die som van 'n aantal terme of getalle. Semantiese inhoude verwys na woorde en idees wat 'n sekere voorstelling oproep wanneer dit gebesig word: 'n rugbybal roep byvoorbeeld 'n duidelike prentjie by die kind op. Behaviouristiese inhoude sluit op hul beurt menslike gedrag of te wel hul reaksies op sekere prikkels in.

Die natuur met al sy geheimenisse openbaar homself aan die mens deur middel van figure, simbole, die geskrewe en gesproke woord en gedrag. Kurrikuluminhoud openbaar hulself ook op een van

hierdie maniere aan die leerling. Die uitkoms van die leergebeure is verskillende produkte wat Guilford in groepe indeel.

Die leerprodukte bestaan eerstens uit eenhede wat enkele simbole, figure en woorde insluit. Die eenhede saam word in klasse gegroepeer en leerprodukte bestaan derdens uit verwantskappe tussen die eenhede en klasse. Sisteme hierteenoor bestaan uit verbindings van die eersgenoemde drie produkte. Die laaste twee produkte van die leerproses wat Guilford uitsonder is transformasies en implikasies. Transformasie behels die interpretering en strukturering van informasie, terwyl implikasies die voorspellings wat uit die interaksies voortspruit, insluit.

Die belangrikheid van Guilford se model van leer en intellektuele ontwikkeling word soos volg deur Maree (1992:63) vanuit Bell (1978:105) saamgevat:

... dit is belangrik dat onderwysers sal begryp dat individuele leerlinge oor 'n verskeidenheid van spesifieke verstandelike sterk en swak punte mag beskik.

Die voorafgaande leerteorieë van Köhler, Bruner, Dienes, Ausubel, Piaget en Guilford wys almal op die belangrikheid van probleemoplossing en konsepverwerwing by die leerling. Onderrig en inhoud moet daarop gemik wees om insig in die konsepte van wiskunde by die leerling tuis te bring. Die kurrikulum moet meewerk om die inhoud gestruktureerd aan die leerling te bied. Die onderskeie komponente van 'n probleem moet duidelik tydens onderrig openbaar word. Resnick & Ford (1981:196) verwoord dit soos volg:

... students of mathematics should be taught in ways that focus on an understanding of mathematical concepts - by making clear either the structure of

the subject matter or the interrelations among elements of a stated problem.

Navorsing toon dat selfs die eenvoudigste optellingsalgoritme gewortel is in basiese wiskundige konsepte. Leerlinge se foute dui dikwels op ontoereikende insig in basiese beginsels. Die manier waarop leerlinge wiskunde verstaan, is die sleutel tot beter onderrig en kurrikulering. Die wyse waarop leerlinge wiskunde verstaan, word onder andere beskryf deur die kognitiewe leerteorie wat Gagné (1983:7-8) soos volg benoem:

The current climate of opinion, then, is characterized by a new kind of learning theory, called cognitive learning theory, or information-processing learning theory.

2.3.3.8 Informasie-prosesseringsanalises van insig as kognitiewe leerteorie

(Resnick & Ford, 1981:196-237 ; Maree, 1992:65-72)

Die meeste informasie-prosesseringsinligting en -metodes het voortgevloei vanuit pogings om rekenaars te programmeer om menslike gedrag en denkwyses te simuleer. Gagné (1976:17) wys verder daarop dat sommige informasie-prosesseringssteorieë wiskundig gefundeer is:

... they have risen from the attempts of learning psychologists to formulate 'mathematical' learning theory, that is, to represent the variables of the learning process in mathematical equations.

Eerstens word gekyk na wyses waarop informasie gestoor en georganiseer word, met spesifieke verwysing na semantiese geheue. Die strukturering van wiskundige kennis en die rol van kennis en begrip tydens probleemoplossing word daarna aangeraak en ten slotte word spesifieke probleemoplossingstrategieë wat

vanuit informasie-prosessering voortspruit, bestudeer.

(i) Semantiese geheue

In die meeste informasie-prosesseringsmodelle word onderskei tussen 'n werksgeheue en 'n semantiese geheue. 'n Werksgeheue is 'n korttermyngeheue waar gekodeerde inligting tydelik gestoor word en onmiddellik beskikbaar is vir gebruik. Die inligting word ook hier verwerk. Hierteenoor is 'n semantiese geheue 'n langtermyngeheue. In die semantiese geheue word al die verworwe kennis van die leerling of individu permanent gestoor.

Die wyse waarop inligting gestoor word, het al tot vele teorieë aanleiding gegee. Een verklaring is dat inligting in die vorm van 'n lang reeks of lys feite gestoor word. Indien die individu informasie wil herroep, word die lys dan noukeurig bestudeer en die relevante inligting onttrek. Hierdie is egter 'n oorvereenvoudiging en bly in gebreke om te verklaar hoe die mens gevolgtrekkings en afleidings maak om onder andere verlore inligting te herroep.

Inligting word op 'n meer ingewikkelde wyse gestoor en hierdie proses het 'n definitiewe struktuur. Resnick & Ford (1981:198) motiveer soos volg:

To account for the complex range of people's ability to recall information, to make inferences, and generally to use their knowledge, it seems clear that we must conceive of our memories - our stores of knowledge - as organized and structured.

Die mees algemene informasie-prosesseringsteorieë onderskryf almal die feit dat kennis op 'n gestruktureerde en georganiseerde wyse gestoor word in spesifieke strukture. Hier sluit hulle nou aan by die gestaltsielkundiges soos Köhler. Hierdie teoretici glo net soos Piaget en Bruner dat die menslike

verstand aktief aan die werk is en nie net eksterne assosiasies inneem soos die behavioriste verkondig nie. Resnick & Ford (1981:200) wys soos volg hierop:

According to semantic memory theories, then, the human mind is active, not a passive recorder of associations from outside. Somehow in the course of development, knowledge becomes structured in meaningful ways.

In die semantiese geheue word inligting in kennisstrukture gestoor en hierdie strukturering van wiskundige kennis word voorts bestudeer.

(ii) Gestruktureerde wiskundige kennis

Die meer gestruktureerde aard van wiskunde maak dit die ideale vakgebied vir die bestudering van semantiese geheue. Greeno (1978:270) het kennisstrukture ontwerp vir vermenigvuldiging en deling. Sy ontwikkeling van die strukture wys duidelik op die verbande tussen die twee bewerkings wat aanvanklik afwesig is in 'n leerling se wiskundestruktuur. Die doel waarna wiskunde-onderrig en leer behoort te streef, is die ontwikkeling van wiskundige kennisstrukture by leerlinge.

Hierdie doel kan, met behulp van 'n goedbeplande kurrikulum bereik word. Goodstein (1981:31-46) beklemtoon 'n paar begrippe wat hiermee kan meehelp. Hy plaas 'n hoë premie op die teenwoordigheid van visuele hulpmiddels, 'n leerling wat 'n probleem self kan visualiseer kan die probleem meestal oplos. Idees en konsepte staan in 'n vaste verhouding tot mekaar. Leer bestaan uit die trek van verbande tussen bestaande strukture en die byvoeging van nuwe begrippe tot bestaande strukture.

Daar bestaan volgens Resnick & Ford (1981:235) drie kriteria vir die deeglike strukturering van wiskundige kennis:

ooreenstemming, integrasie en verbondenheid.

- * Ooreenstemming dui op ...*the match of one's own picture with correct mathematical concepts* . Die leerling se gevisualiseerde prentjie van die probleem moet ooreenkom met bestaande wiskundige konsepte.
- * Integrasie dui op die interafhanklikheid van konsepte in 'n sekere wiskundige vakgebied of domein.
- * Verbondenheid dui op die mate van verbinding tussen verskillende kennisdomeine onderling.

Die rol van kennis en begrip tydens probleemoplossing word voorts aangeraak.

(iii) Kennis en begrip tydens probleemoplossing

Gestoorte en gestruktureerde wiskundige kennis alleen kan nie probleme oplos nie. Hierdie kennis moet korrek toegepas word in 'n gegewe probleemsituasie. Tradisionele onderrig het taal-, kwantitatiewe - en rekenvaardighede beklemtoon soos vroeër aangetoon. Mayer (1982:68-82) stel probleemoplossing gelyk aan die bemeestering van kennisstrukture. Die strukture wat hy benoem is linguistiese-, feitelike-, algoritmiese-, skematiese- en strategiese kennis.

'n Meer moderne neiging is om suksesvolle probleemoplossing met bestuursvaardighede of metakognitiewe vermoëns te assosieer. Flavell (1985:104) definieer metakognisie soos volg:

(It is the capability of) monitoring and evaluating one's current capabilities, knowledge, or cognitive activity that takes as it's object, or regulates, any aspect of any cognitive enterprise.

Metakognisie dui op 'n hoër orde van bewustheid van gedagte-inhoude en denkprosesse. Spring (1985:291) omskryf metakognisie soos volg:

Metacognition is the ability of learners to know how they know and to regulate the learning process constantly.

Die verband tussen metakognisie en effektiewe leer spreek duidelik hieruit. Ford (1981:360) verwoord dit soos volg:

Developing an awareness not only of the nature of the learning in which one is engaged, but also of one's own learning processes, may be a prerequisite for learning how to learn effectively.

Probleemoplossing in wiskunde vereis 'n bewustheid by die leerder van die leerproses en sy eie unieke leerwyse. Alleen wanneer die leerling konsentreer op die wyse waarop kognitiewe strukture tydens die leerproses deel van sy verwysingsraamwerk word, kan effektiewe leer gedy. Daar is voortdurend 'n interaksie tussen die leerling, die probleem en die oplossingstrategieë tot sy beskikking. Voorts word die siening dat probleemoplossing deur middel van informasie-prosessering kan geskied, belig.

(iv) Probleemoplossing via informasie-prosessering

Resnick & Ford (1981:234) identifiseer drie basiese komponente van probleemoplossing, te wete *prior knowledge, the task environment and strategy*. Hulle stel dit verder dat onderrig daarop gemik moet wees om die funksionering van elk van hierdie komponente tydens probleemoplossing te verbeter. 'n Leerling moet aan die maksimum wiskundige konsepte en strukture blootgestel word. Sodanig verbeter sy kanse om verbande te vorm en insigte te verwerf wanneer hy met 'n nuwe probleem gekonfronteer word.

Probleme wat prakties aan leerlinge beskryf word, rig 'n groter appèl tot hulle. Die leerling moet uitgedaag word om met behulp

van sy bestaande wiskundige kennis en oplossingstrategieë die probleem aan te pak en te probeer oplos. Die komplekse teorie wat probleemoplossing en probleemoplossingstrategieë ten grondslag lê, hou vakdidaktici al vir jare besig (vergelyk Polya, 1946). Bell (1978:119), in navolging van Gagné, beskryf probleemoplossing soos volg:

... problem-solving is a higher order and more complex type of learning than rule-learning, and rule acquisition is prerequisite to problem-solving. Problem-solving involves selecting and chaining sets of rules in a manner unique to the learner ... Words like discovery and creativity are often associated with problem-solving ... the learner attempts to select and use previously learned rules to formulate a solution to a novel problem.

Die informasie-prosesseringsteoretici gaan 'n stap verder en konstater dat gestoorde inligting alleen nie genoeg is om probleme op te los nie. Meganismes word benodig om eerstens die soektog in die menslike brein te rig en om tweedens nuwe verwantskappe tussen konsepte en strukture te genereer waar die bestaandes ontoereikend is om die probleem op te los. Die menslike brein beskik oor probleemoplossingstrategieë wat die denkprosesse organiseer en kenniskomponente oproep tot aktiewe probleemoplossing. Enkele van hierdie strategieë wat deur Resnick & Ford (1981:236) genoem word, is: *Generate-and-test strategies, heuristic search, inference and the setting of subgoals*. Hierdie strategieë dra almal by tot die organisering van die denkprosesse in die soeke na oplossings vir 'n gegewe probleem.

Die manier waarop die menslike brein inligting verwerk toon ooreenkomste met die werking van 'n rekenaar. Swanson (1987:3-8) omskryf die volgende drie komponente van informasie-prosessering na analogie van die werking van die rekenaar.

* Die strukturele komponent dui op die gebied waarbinne

informasie op 'n sekere tydstip gestoor word (vergelyk met die hardeware van 'n rekenaar).

- * Die kontrollerende komponent wat die operasies op verskillende tye beskryf (soos die sagteware van 'n rekenaar).
- * Die uitvoerende proses waartydens die leerling se leerstrategieë bestuur en gemonitor word.

Gagné (1983:8-10) beskryf die hele aangeleentheid van informasie-prosessering as kognitiewe leerteorie soos volg:

- * *The fundamental unit that is learned and stored in human memory is a semantic unit ... it is inherently meaningful.*
- * *... the physical stimulation that is delivered to the senses is transformed into nervous impulses, which are then best viewed as indicate masses of information .. (where it) undergoes several kinds of transformation ...*
- * *The kinds of transformation that this information undergoes are called processes, and the main concern of modern cognitive theories is with what these processes are and how they work.*
- * *A prominent part is played by ... control processes ... which are controlled by the learner.*
- * *The processing that turns external stimulation into learned information may be said to be influenced by inputs from three sources: First, learning is affected by whatever organization or patterning is imposed on the external stimulus. Second, learning is influenced by the executive control processes available to, and used by, the learner. Third, learning is influenced by the contents of memory - in other words, by what has previously been learned.*

Opsommenderwys blyk dit dat kognitiewe leerteoretici die mening huldig dat leer en onthou deur interne prosesse teweeggebring word. Die leerder sowel as die inhoud in sy geheue, beheer en kontroleer hierdie prosesse. In die volgende paragraaf word na metaleer, 'n aktiwiteit wat die leerproses beheer, gekyk. Volgens Slabbert (1988:107) is metaleer die spil waarom alle

leer draai.

2.4 METALEER

Die snelveranderende en onbekende toekoms rig 'n al groter appèl tot kurrikuleerders. Slabbert (1989:158) beweer die volgende:

Opleiding van leerlinge om meer effektiewe en selfstandige leerders te word, het in kontemporêre onderwys belangriker geword as die onderrig en leer van vakinhoud.

Leerlinge moet nie bloot inhoudabsorbeerders wees nie, maar moet hulle vermoë om te leer ontwikkel. 'n Konsep wat daarop gemik is om aktiewe en selfstandige leer by leerlinge te ontwikkel is metaleer. Die konsep metaleer het in die Psigologie via twee ander terme, naamlik kognisie en metakognisie, ontstaan. John Flavell het die term metakognisie in 1970 ingevoer en beskryf dit soos volg (1976:98):

'Metacognition' refers to one's knowledge concerning one's own cognitive processes and products or anything related to them e.g. the learning-relevant properties of information or data. For example I am engaging in metacognition ... if I notice that I am having more trouble learning A than B; if it strikes me that I should double-check C before accepting it as a fact ...

Metakognisie en effektiewe leer loop dus hand aan hand¹. Die begrip metaleer wat hieruit ontstaan het, openbaar etlike raakvlakke met informasie-prosessering wat in die vorige paragraaf beskryf is. Metaleer is die aktiwiteit van 'n leerder wat intensioneel van sy leerhandelinge bewus is en dit self

¹ Vergelyk paragraaf 2.3.3.7 (iii)

beplan, uitvoer, monitor en evalueer (Biggs & Telfer, 1987:161). Die kurrikulum moet hiervoor ruimte laat. Metaleer is volgens Nisbet & Shucksmith (1986:vii) afhanklik van die volgende:

(Metalearning) depends on developing a 'seventh sense', an awareness of one's mental processes ... Cultivating this seventh sense should be the prime aims of the curriculum

Slabbert (1988:107) definieer metaleer soos volg:

Metaleer behels die hoërorde leerhandelinge of die beheerhandelinge van leer soos onder andere beplanning, monitor en evaluering. Hierdie hoërorde leerhandelinge oefen beheer uit oor die laerorde leerhandelinge of die uitvoerhandelinge van leer wat die leerproses as sodanig is. Metaleer stuur en rig (beheer) dus die leerproses.

Metaleer bestuur en beheer dus die totale leerproses. Die leerling moet voortdurend aandag skenk aan die wyse waarop hy leer om optimale leer te verseker. Metaleer spoor leerders aan om 'n meer aktiewe rol tydens leer te speel, deur hul eie leeraktiwiteite te bepaal eerder as om passief te wag op instruksies (Nisbet & Schucksmith, 1986:76). Brown (1993:124) lig die voordele van metaleer soos volg uit:

Gevolglik sal 'n leerder wat metaleer implementeer noodwendig 'n effektiewe en produktiewe leerder word wat in staat is om outonoom en selfgerig te kan leer en aan die eise van leertake te kan voldoen.

Die feit dat metaleer die leerproses stuur, beheer en rig, het besondere betekenis vir die aanleer van wiskunde (Maree, 1992:73). 'n Leerling wat sy eie wiskundige aktiwiteit beplan, monitor en evalueer, se hoërorde leerhandelinge sal sy laerorde leerhandelinge beheer en sinvolle, effektiewe leer sal

plaasvind. Die besondere betekenis van metaleer vir die vak wiskunde word deur Slabbert (1988:108-118) ontleed.

Die onderrig van wiskunde kom tans onder al groter druk in die snelveranderende wêreld en die vraag na opgeleide denkers word al groter. Leerlinge moet bewus gemaak word van hul eie denke en kurrikula moet daarna streef om nie blote nabootsing en herhaling, maar individuele denke te stimuleer. Lippert (1987:275) stel die hedendaagse dilemma soos volg:

As scientific knowledge proliferates, information selection becomes more of a critical issue ... education still seems to presuppose an image of the student as a retainer of, rather than a processor of experience and information. We require students to memorize unintegrated bits of information rather than helping them refine and structure their knowledge by useful employment of it.

'n Wiskundekurrikulum vir die senior sekondêre leerling vandag behoort leerlinge te stimuleer tot denke. Vakinhoude op hulle beurt behoort te lei tot die verwerf van 'n selfstandige probleemoplossingsingesteldheid via probleemgesentreerde onderrig en leer. Voordat hierdie hoërorde denkaktiwiteite egter tot hulle reg sal kom, moet leerlinge 'n volledige kennisbasis in wiskunde opbou (Lippert, 1987:279). 'n Kurrikulum behoort nie net inhoude nie, maar ook onderlinge verbande en strukture, aan die leerling voor te hou. Probleemoplossingstrategieë en nie bloot oplossings moet sentraal staan tydens die onderrig van wiskunde. Ter afsluiting van hierdie gedeelte rakende leerteorieë word koöperatiewe leer onder die loep geneem.

2.5 KOÖPERATIEWE LEER

Dit is belangrik om te onderskei tussen koöperatiewe leer en basiese groepwerk. Alhoewel koöperatiewe leer, leerlinge in klein groepies laat saamwerk, behels dit nie groepwerk alleen nie. Davidson (1990:1) definieer koöperatiewe leer aan die hand hiervan soos volg:

Cooperative learning involves more than just putting students together in small groups and giving them a task. It also involves very careful thought and attention to various aspects of the group process.

Koöperatiewe leer vind dus plaas indien 'n aantal leerlinge in 'n klein groepie saamwerk om te leer. Slabbert (1993:8) omskryf koöperatiewe leer soos volg:

In cooperative learning students in small groups help one another to enhance the quality of their learning through reflection on the learning process and what made it effective.

Slabbert (1993:8) wys op die volgende kenmerke en vereistes van koöperatiewe leer wat in die klaskamer behoort te figureer:

- * **Groepgrootte:** Twee tot vyf leerlinge (Vier leerlinge word as die ideaal beskou).
- * **Positiewe interafhanklikheid:** Om hulle kans op suksesvolle leer te verbeter behoort die groeplede op mekaar aangewese te wees.
- * **Bevorderende interaksie:** Leerlinge behoort mekaar tydens hulle probleemoplossingspogings te help, by te staan, te ondersteun en te motiveer.
- * **Koöperatiewe vaardighede:** Leerlinge behoort interpersoonlike en kleingroep-vaardighede soos byvoorbeeld leierskap, besluitneming, kommunikasie, respek, erkenning en konflikhantering, aan te leer en te gebruik.
- * **Individuele betrokkenheid:** Elke leerling behoort aktief by die leerproses betrokke te wees. Die groep se sukses word

aan die van elke individu gemeet.

- * **Evaluering:** Gereelde evaluering van die funksionering van elke groep is nodig. Bydraes en gedrag wat leer binne die groep bevoordeel of benadeel, behoort uitgewys te word.

Park (1995:40) wys daarop dat navorsers enersyds koöperatiewe leer as 'n positiewe leerwyse met besondere langtermynresultate beskou. Hierteenoor is daar egter ander navorsers wat dit ernstig betwyfel of koöperatiewe leer 'n bydrae tot die huidige onderwysuitdagings kan maak. Daniels & Anghileri (1995:75) sluit soos volg by laasgenoemde denkrigting aan:

*In the absence of a high level of confidence in the form of cooperative learning that arises in classrooms as a way of making progress, it would seem that the areas of curriculum content and pedagogic process involving the **teacher** deserve attention.*

Koöperatiewe leer is gevolglik afhanklik van kurrikuluminhoude wat hulle leen tot groepwerk. Die wyse waarop die onderwyser koöperatiewe onderrig en leer in die wiskundeklaskamer tot sy reg laat kom, dra by tot die sukses aldan nie van hierdie onderrig- en leerwyse. Park (1995:42) regverdig koöperatiewe leer soos volg:

Die konstruktivistiese leerteoretici is dit eens dat die konstruksie van kennis deur 'n sosiale leeromgewing waarin die leerder in interaksie met ander tree, in teenstelling met 'n individuele of geïsoleerde leeromgewing, bevorder word. Hierdie beklemtoning van leer as 'n sosiale aktiwiteit word veral deur die werke van Bruner ¹ en Vygotski bevestig.

Slabbert (1994:14) wys daarop dat die punt waar koöperatiewe

¹ Kyk: Hoofstuk Twee, paragraaf 2.3.3.2

leer regverdig behoort te word, reeds verby gesteeek is. Sapon-Shevin & Schniedewind (1994:2) verdedig die bestaansreg van koöperatiewe leer soos volg:

Both educational research literature and the more popular press abound with examples of the power and potential of cooperative learning to improve academic achievement, teach social skills and built classroom community.

Davidson (1990:4-5) verskaf die volgende redes ter ondersteuning van koöperatiewe leer in die klaskamer:

- * Leerlinge word voorsien van 'n sosiale ondersteuningsnetwerk, hulle ruil onder andere idees en gevoelens uit.
- * Alle leerlinge word voorsien van geleenthede tot sukses, leerlinge help mekaar om 'n gemeenskaplike doel te bereik.
- * Leerlinge bevraagteken mekaar se idees en oplossings.
- * Leerlinge word blootgestel aan verskillende metodes van probleemoplossing.
- * Deur konsepte aan medeleerlinge te verduidelik, verstaan 'n leerling dit self beter.
- * Leerlinge leer deur gesamentlik oor probleme te dink, te praat en aanmekaar onderling te verduidelik.
- * Wiskundekommunikasie- en gespreksvaardighede word aangeleer.
- * Geleenthede vir kreatiewe denke en die oplos van ingewikkelde probleme word geskep.
- * Groepe kan komplekse probleme aanpak wat buite die vermoëns van die individue lê.

Die eise wat wiskunde-onderwys in die RSA vandag aan onderwysers stel, kan onder andere met behulp van koöperatiewe leer aangespreek word. Die beoogde rasionalisering van die onderwys (TO, 1995(a):1) wat 'n onderwyser-leerling verhouding van een tot 33 voorstaan, kan met behulp van koöperatiewe leer tot voordeel van wiskunde-onderwys en leer aangewend word. Menige van Davidson se redes ter ondersteuning van koöperatiewe leer

sluit nou aan by die probleemgesentreerde benadering¹ ten aansien van wiskunde-onderrig en leer. Koöperatiewe leer berei leerlinge onder andere beter vir hulle toekomstige dagtaak voor. Park (1995:44) beklemtoon die voorbereidende aard van koöperatiewe leer soos volg:

Indien leerlinge voorberei moet word om tot 'n koöperatiewe wêreld van werk toe te tree, is dit wenslik dat hulle iets daarvan in die klaskamer sal ervaar. Die klaskamer behoort 'n mikrokosmos van die demokratiese wêreld te wees. Om in koöperatiewe groepe te leer, is 'n deel hiervan.

Die betekenis van leer en voormelde leerteorieë ten aansien van wiskunde vir kurrikulumontwikkeling word vervolgens saamgevat.

2.6 SAMEVATTING

Die wyse waarop leerlinge leer of te wel nuwe inhoude of konsepte hul eie maak het in hierdie hoofstuk aandag geniet. Daar is deurlopend gewys op die eise wat kinderlike leer, leerwyses en die verskillende leerteorieë vir kurrikuleerders uitspel. Die leerteorieë wat belig is, wissel van behaviorisme (Thorndike), via die gestaltpsigologie (Köhler) en konstruktivisme (Piaget) tot by meer onlangse teorieë soos informasie-prosessering en metaleer.

Die kurrikulumhervorming in die sestigerjare het tot gevolg gehad dat die klem na die onderrig van die basiese strukture van wiskunde verskuif het. Die leerlinge se individuele vermoë is ook in ag geneem en meer komplekse konsepte is op konkrete wyse aan jonger leerlinge openbaar. Die belangrikheid van die leerproses self en die leerling se aandeel daarin het later na

¹ Kyk: Hoofstuk Drie, paragraaf 3.4

vore getree.

Die kind moet aktief by die leergebeure betrokke wees en sy eie leerstrategieë ontwikkel waarmee hy self die leerproses kan rig en beheer. Resnick & Ford (1981:194) verwys na Piaget se leerteorie wanneer hul beweer:

These can help to create optimal matches between learner capabilities and instructional content and procedures. We argue, however, that mathematics instruction is likely to benefit most from detailed psychological analysis of the content of the mathematics curriculum itself.

Die wyse waarop leerlinge wiskunde leer, kan gedefinieer word aan die hand van een of ander leerteorie. Nie een van die voormelde teorieë openbaar hulle egter self as voldoende of allesomvattend nie. Fourie (1991:166) wys op die volgende:

This does not mean that (any specific view) is here regarded as 'correct'. It merely illustrates that one's observations tend to be directed by one's theory.

Maree (1992:78) verwys na Maas wat op die belangrikheid van elke teorie wys. Hy beklemtoon ook die feit dat elke teorie komponente van waarheid bevat en onder die regte omstandighede 'n positiewe bydrae tot praktykverbetering kan lewer.

'n Teorie wat leer en spesifiek leer in wiskunde in sy totaliteit beskryf, bestaan nie en sal waarskynlik ook nooit gevind word nie. Die ernstige navorser moet gebruik maak van een of meer van die bestaande leerteorieë. Daar word voortdurend gesoek na 'n teorie om as verwysingsraamwerk vir die bestaande probleem te dien; in die onderhawige navorsing word kurrikulum-ontwikkeling in wiskunde bestudeer. Hoofstuk Drie handel oor die aard en struktuur van wiskunde en die

probleemgesentreerde onderrig- en leerbenadering word verder omskryf.

HOOFSTUK DRIE

ENKELE ASPEKTE VAN 'n VAKDIDAKTIESE PERSPEKTIEF OP DIE KURRIKULERINGSBETEKENIS VAN WISKUNDE (MET SPESIFIEKE VERWYSING NA DIE SITUASIE IN POST- APARTHEID SUID-AFRIKA)

3.1 ORIËNTERENDE PERSPEKTIEF

3.1.1 Inleiding

Wiskundiges bestudeer dikwels gevorderde komplekse wiskunde soos getalteorie, topologie en funksionaalanalise, wat omvattende navorsing ten aansien van 'n relatief klein deel van die vakgebied impliseer. Hierdie aspekte vorm steeds 'n geïntegreerde deel van wiskunde. Die legio toepassingsmoontlikhede van wiskunde, in 'n sekere sin die bymekaarkomplek van talle wetenskappe¹, voeg die verlede en hede se abstrakte teorieë saam, om in die toekoms praktykgerig aangewend en toegepas te word.

Die konsep *wiskunde* word in hierdie hoofstuk vanuit 'n vakdidaktiese perspektief met spesifieke verwysing na die situasie in post-apartheid Suid-Afrika, belig. Wiskunde, die aard en struktuur daarvan, die taal van wiskunde en die probleemgesentreerde onderrig- en leerbenadering is enkele fasette wat van naderby beskou word. Die beginsel waarop hierdie benadering berus, naamlik dat die onderwyser slegs die geleenthede vir leer skep en leerlinge self moet leer, sluit nou by die konstruktivistiese leerteorie² aan. In *The Prophet* van

¹ Vergelyk paragraaf 3.1.4

² Kyk: Hoofstuk Twee, paragraaf 2.3.3.6

Kahlil Gibran (1955:67) raak die *Profeet* onder andere die aangeleentheid soos volg aan:

Geen mens kan aan julle iets openbaar wat nie reeds half sluimerend in die môreskemer van julle kennis is nie. ... En hy wat bedrewe is in die wetenskap van syfers kan van die gebiede van maat en gewig meedeel, maar hy kan jou nie daarheen lei nie. Want die visie van een mens kan nie aan die van 'n ander persoon sy vlerke leen nie.

3.1.2 Historiese perspektief

Die volgende aanhaling illustreer die omvangryke bydraes van wiskundiges tot die wiskunde vakgebied. Wiskunde het van die vroegste tye af ontwikkel tot dit wat tans aan leerkragte en studente bekend is. Dedron & Itard (1973:27) beklemtoon hierdie bydraes soos volg:

*... mathematical knowledge has only reached its present high level through the labours of many generations. In the words of Francis Bacon and Pierre Fermat: **Many shall pass, and knowledge shall gain by them.***

Deur die eeue het wiskundiges se bydraes gekulmineer tot dit wat vandag as wiskunde bekend staan. Oorblyfsels soos bene met kepies in, rotstekeninge en perkamentrolle dui daarop dat daar reeds meer as drie millennia's voor Christus sprake van getalgestelsels was. Die Egiptenare en Babiloniërs het reeds 2000 Vc met ingewikkelde wiskundekonsepte gewerk (Eves, 1983:2-9).

Hierdie vroeë wiskunde het sy oorsprong gehad in die vervulling van die mens se daaglikse behoeftes. Handelstransaksies, die

hou van 'n kalender, regering en oorlogvoering het bygedra tot die ontwikkeling van wiskundige getalstelsels en later rekenkunde. Bou- en konstruksiewerk het weer die ontwikkeling van meetkunde gestimuleer. Die oorstroming van die Nyl in antieke Egipte het landmeetkunde genoodsaak. Dit het tot verdere ontwikkeling op die terrein van meetkunde gelei.

Die Grieke het die eerste treë na meer teoretiese wiskunde geneem. Appolonius, Pythagoras, Archimedes en Euklides se werk het die wiskundeterrein vir nagenoeg 2000 jaar oorheers. Euklides se 'Elemente' vorm vandag nog die basis van die sekondêre Euklidiese meetkundesyllabus. Hierdie stel handboeke is reeds 300 vC geskryf en daar bestaan vandag meer as duisend uitgawes daarvan. Hierna tydens die Grieks-Romeinse era en gedurende die middeleeue daarna het weinig ontwikkeling plaasgevind en kennis is bloot oorgedra van geslag tot geslag. Een van die min bydraes is gelewer deur Leonardo de Pisa wat in 1202 n.C. die Liber Abaci (Dedron & Itard, 1973:174-5) geskryf het, waarmee hy die Hindu-Arabiese getalstelsel aan Europa bekendgestel het.

Teen die einde van die sestiende en in die begin van die sewentiende eeu herleef die vroeë werke van die Grieke weer en gee aanleiding tot 'n hele aantal nuwe wiskundige konsepte, teorieë en idees. Vieta bestudeer trigonometrie verder, Stevin voer desimale breuke in en Napier en Bürgi ontdek logaritmes. Kepler, Galileo, Fermat en Toricelli het wiskunde ook toegepas in ander dissiplines soos die sterrekunde, aardrykskunde en fisika (Dedron & Itard, 1973:20-21).

'n Verdere periode van ontwikkeling het rondom die aanvang van die negentiende eeu voorgekom. Differensiasie en integrasie treë op die voorgrond en wiskundiges soos Leibniz, Bernoulli, Newton, Euler en Laplace lewer groot bydraes (Dedron & Itard, 1973:20-21). Die toepassings-moontlikhede van wiskunde word ontgin en vind neerslag op verskeie vakterreine. Die ontwikkeling van wiskunde hierna was baie vinnig en verskeie

abstrakte dissiplines kom na vore. Die meer onlangse ontwikkeling van die rekenaar in die twintigste eeu dra ook by tot verskeie nuwe wiskundige terreine soos onder andere optimering.

Die onderrig en leer van wiskunde het deur die eeue hand aan hand met die ontwikkeling in die vak geloop. Formele wiskunde-onderrig en leer het reeds 3000 vC plaasgevind (Eves, 1983:24). Kilpatrick (1991:819) wys daarop dat bestaande wiskundekurrikula vanuit twee tradisies ontstaan het. Die Babiloniese en Egiptiese wiskunde het oorsprong aan die **rekenkundige** benadering gegee en vanuit die Griekse meetkunde het die **beredeneerde** benadering, ontstaan. Kilpatrick (1991:819) beskryf die voordele van voornoemde benadering soos volg:

The second tradition, rooted in Greek geometry and medieval algebra, is mathematics as reasoning, as one of the liberal arts whose mastery marks an educated person. In this tradition, mathematics offers aesthetic satisfaction as well as a means of developing the mind's capacity for abstract thought.

Die ontwikkeling van wiskunde en wiskunde-onderrig en leer is in die hande van mense wat op hoë kognitiewe vlakke kan redeneer. Kurrikuleerders vandag behoort te probeer om vakinhoud aan leerlinge te bied wat individuele denke inisieer. Vervolgens word die begrippe vakdidaktiek en wiskunde verder ontleed en gedefinieer.

3.1.3 Vakdidaktiek

Jardine (in Brown, 1993:13) wys daarop dat vakdidaktiek baie meer behels as die blote bestudering van sillabusse en onderrig-metodes eie aan 'n spesifieke vak. Vakdidaktiek kan ook nie gelykgestel word aan metodologie nie. Metodologie wys op die

aanbieding van spesifieke vakke in die onderrig- en leersituasie. Vakdidaktiek wys nie net op die onderrig en leer van 'n spesifieke vak nie, maar verwys ook na die vakterme, relevante kurrikulum-inhoude en die didaktiese en pedagogiese kategorieë wat die vak aanspreek.

Odendal & Schoonees (1992:152) omskryf didaktiek as 'n lerende, onderrigtende kuns. Die woord stam af van die Griekse woord *didasko* wat onderrig beteken. Die didaktiese pedagogiek spreek homself uit oor die aangeleentheid van onderrig binne die opvoedingsverband (Van Dyk & Van der Stoep, 1977:27). Brown (1991:14) verwys na die volgende omskrywing van Jardine:

Jardine verskaf 'n goeie samevattende beskrywing wanneer sy die uitspraak maak dat die Didaktiek gesien kan word as die studieterrein waarin gepoog word om die onderrig- en leerhandelinge wat tussen mense plaasvind, sistematies en wetenskaplik te definieer en te beskryf.

Vakdidaktiek is een van die deeldisiplines van die opvoedkunde. Vakdidaktici spreek die praktiese onderrig en leersituasie in die klaskamer aan. Müller (1983:8) omskryf vakdidaktiek soos volg:

Waar die Onderwyskunde algemene onderwyskundige vaardighede as doelstellings het, vind die verbesondering daarvan in die vakdidaktiese opleiding plaas.

Die daaglikse lewenspraktyk en onderrig in die klaskamer vorm die grondslag vir vakdidaktiese uitsprake. Van Dyk & Van der Stoep (1977:23) wys daarop dat *die leefwêreld en alles wat dit behels in die vakonderrig op skool baie duidelik verbesonder word*. Hulle wys verder daarop dat die vakdidaktiek die opvoeding as 'n formele aangeleentheid in beweging bring.

Brown (191:16) wys op die twee gedagterigtings ten opsigte van die vakdidaktiek wat deur Maarschalk geïdentifiseer is. Hy onderskei tussen 'n Wes-Europese perspektief en 'n Anglo-Saksiese perspektief. Vakdidaktici is dit egter eens dat vakdidaktiek oorkoepelend te make het met die onderrig en leer van 'n spesifieke vak. Die begrip vakdidaktiek kan vervolgens saamgevat word deur die volgende omskrywing van Maarschalk & McFarlane (1987:11):

Die Vakdidaktiek het te doen met die aanbieding, onderrig of onderwys (didaktiek) van 'n vak.

Van Dyk & Van der Stoep (1977:24) wys op veral drie sake waaraan die vakdidaktiek as pedagogiese dissipline aandag gee:

- * *Die vakdidaktiek is in besonder geïnteresseerd in die formulering van doelstellings by die vakonderrig.*
- * *Die vakdidaktiek maak ook 'n deeglike studie van die opvoeding- en onderrigsituasie.*
- * *Hulle verwys laastens ook na die duidelike verloop van die onderrig, die opvoeding word deur die onderrig in funksie gebring.*

Die praktiese onderrig en leer van skoolvakke (soos wiskunde) word deur die vakdidaktieke beskryf. Die aard en doelstellings van die vakdidaktiek en die funksionalisering van die onderrig- en leersituasies, het hul oorsprong in die opvoedingsteorie self. Vakdidaktiek behels die bestudering van onderwyshandeling in 'n spesifieke vak, teenoor 'n algemene bestudering daarvan by die didaktiek. In die volgende paragraaf word die kategorie wiskunde verder omskryf.

3.1.4 Wiskunde

Die vraag: *Wat is wiskunde?* het al menige reaksies en antwoorde ontlok. Een van die meer kontroversiële antwoorde is die van die wiskundige Bertrand Russel (Oosthuizen et al, 1988:1):

Mathematics is the subject in which we never know what we are talking about, nor whether what we are saying is true.

Volgens Janse van Rensburg (1987:16) is die stelling nie algemeen-geldend en gevolglik nie wiskundig nie. Verder weerspreek die vele toepassingsterreine van die wiskunde vandag Russell se stelling. Verskeie meer deurdagte antwoorde kan op die voormelde vraag na wat wiskunde is, gegee word. Dowdy (1971:3) gee 'n paar kort beskrywings van wiskunde:

It's abstract

Works with numbers

Solves problems

Proves theorems about figures

Has something to do with sets

Has rules for getting answers

Uses equations

Adds and subtracts

Studies known facts, never finds anything new

Al hierdie beskrywings behalwe die laaste een, verteenwoordig aspekte van die waarheid, maar nie een omskryf of definieer wiskunde volledig nie. Die meeste van bogenoemde beskrywings verwys na verskillende aspekte of onderafdelings van wiskunde en omskryf nie wiskunde in sy totaliteit nie. Dowdy (1971:3) wys verder daarop dat die meeste definisies van wiskunde filosofies van aard is en verwys ook na Russell se voormelde definisie. Dowdy (1971:3) haal verder die volgende definisies aan:

Mathematics is the most exact science, and its conclusions are capable of absolute proof. But this is so only because mathematics does not attempt to draw absolute conclusions. All mathematical truths are relative, conditional (Charles Steinmetz).

Mathematics is the science which draws necessary

conclusions (Benjamin Pierce).

Mathematics is the study of what is true of hypothetical states of things. That is its essence and definition (Charles Pierce).

Die filosofiese aard van hierdie definisies is opvallend. Die omvangrykheid van die begrip wiskunde word geïllustreer deur die feit dat die begrip nie in 'n paar woorde saamgevat kan word nie. Oosthuizen et al (1988:1) verwys onder andere na die siening van Block en Stone wat wiskunde beskryf as die studie van abstrakte sisteme. Hulle wys verder op Courant & Robbins se kritiek op hierdie siening wat beweer dat wiskunde baie meer as die blote bestudering van abstrakte sisteme inhou. Courant & Robbins se betoog beskryf die abstrakte-sisteem-bestudering as 'n blote speletjie met reëls en met geen motivering of doel nie (Oosthuizen et al, 1988:1).

Dowdy kom, na 'n studie van getalteorie, algebra, meetkunde, groepe, analise en waarskynlikheidsleer, tot die gevolgtrekking dat wiskunde 'n komplekse vak is wat uit bogenoemde en nog vele meer fasette bestaan. Dowdy (1971:258) definieer wiskunde en die bestudering daarvan soos volg:

*Mathematics is an **art**, often pursued for its beauty, harmony, and creativity; and mathematics is a **science**, constantly being applied to the problems and needs of humanity. With this dual role there can be no doubt that mathematics is an enduring and relevant field of study.*

In die algemeen kan wiskunde beskou word as die hulpmiddel of wyse tot die mens se beskikking waarmee hy alledaagse probleme kan probeer oplos. Wiskunde bestaan uit 'n hoeveelheid tekens, simbole en figure waaraan betekenis gegee word. Leerlinge gebruik hierdie konsepte om 'n probleem waarmee hulle gekonfronteer word, op te los. Die tekens, simbole, figure en

metodes help in die soeke na moontlike oplossings. Die feit dat twee individue op verskillende maniere te werk sal gaan om die probleem te oorkom, beklemtoon die kompleksiteit van die vak. Die komplekse en probleemgesentreerde aard van wiskunde plaas 'n groot verantwoordelikheid voor die deur van kurrikuleerders wat leerlinge tot sinvolle wiskunde beoefening wil motiveer.

Ter afsluiting 'n omskrywing van wiskunde deur Rees & Rees (1982:1) wat die diversiteit en kompleksiteit van wiskunde verder illustreer:

Experience in and out of the classroom has convinced us that mathematics is many things to many people. To some students, it is simply one of the obstacles to overcome in order to obtain a degree; to most college and high school graduates, it is a subject that they wished they had studied longer and more diligently; to some of us, it is a constantly used tool or a language - a very concise language that makes exact and logical statements easier to form. To others, mathematics is a logical development made up of undefined terms, principles of logic, hypothesis, and, finally, conclusions that follow from the latter - conclusions that are merely logical consequences and make no claim concerning absolute truth or falsity. Finally, to mathematicians, our subject is not only a means of livelihood but also a benevolent dictator in our way of living. Mathematics is used in many ways in many different disciplines. In fact, it is used so much in the physical sciences that it is known as the Queen of Sciences.

Vervolgens word die aard en struktuur van die vak wiskunde belig.

3.2 AARD EN STRUKTUUR VAN WISKUNDE

Alhoewel daar jaarliks talle artikels oor wiskunde en wiskunde-onderrig en leer verskyn (daar bestaan wêreldwyd meer as 950 wiskundevaktydskrifte alleen), is wiskunde nie iets wat in sy wese deur die mens ontdek is of ontdek word nie. Oosthuizen et al, 1988:3) brei hierop uit:

... dit (blyk) dat wiskunde nie iets is wat deur die mens ontdek is nie; dit is 'n skepping van die mens en word voortgedra en verander deur baie geslagte.

Basson et al (1983:7) beklemtoon die feit dat:

elke vakgebied 'n besondere aard en struktuur (het) wat die vakinhoud van daardie vak 'n eie karakter gee.

Wiskunde openbaar homself op 'n unieke wyse aan die mens en alhoewel die bestudering van objekte 'n groot rol in die ontwikkeling van wiskunde gespeel het, word wiskunde nie as suiwer natuurwetenskap gekategoriseer nie.

In die natuurwetenskappe word inhoud vanuit die natuurwêreld bestudeer en die mens tree in direkte verhouding met die natuur. 'n Subjek-objek verhouding is tipies van die natuurwetenskappe. Basson et al (1983:8) onderstreep die volgende wesenlike kenmerke van die natuurwetenskappe: Konstantheid, kousaliteit, verwisselbaarheid, identifiseerbaarheid, klassifiseerbaarheid en meetbaarheid.

Die geesteswetenskappe hierteenoor word gekenmerk deur 'n subjek-subjek verhouding. Die mens gee sin en betekenis aan inhoud wat reeds deur ander bestudeer, benoem en gekategoriseer is. Die geesteswetenskappe word gekenmerk deur singewing deur

middel van taal¹, konsepte waaraan reeds betekenis toegeken is, word nou deur die leerling sy eie gemaak.

Die probleemgesentreerde onderrig- en leerbenadering wat die leerling aktief by die leergebeure betrek, bied die geleentheid aan leerlinge om self sin aan die inhoude te gee. Op hierdie wyse word die natuurwetenskaplike aard van wiskunde, onderskryf. Andersins kom die leerling indirek in aanraking met die nuwe inhoude (subjekte). Aan hierdie kurrikuluminhoude het die onderwyser reeds lank tevore sin en betekenis gegee. Hierdie onderrig- en leerbenadering illustreer die geesteswetenskaplike aard van die vak wiskunde. Die feit dat wiskunde 'n eie simboletaal² besit, onderstreep sy geesteswetenskaplike sy verder. Oosthuizen et al (1988:3) beklemtoon die volgende rakende die aard van wiskunde:

Hoewel die bestudering van objekte 'n groot rol in die ontwikkeling van wiskunde gespeel het, is dit die metode van redenasie deur deduksie wat die onderskeidende kenmerk van wiskunde is.

3.2.1 Die komplekse aard en struktuur van wiskunde

Wiskunde as vak openbaar induktiewe, sowel as deduktiewe eienskappe. Die induktiewe metode figureer veral in die natuurwetenskappe en behels die maak van afleidings en gevolgtrekkings op grond van waarnemings en eksperimente. Leerlinge wat self met die wiskunde-inhoude omgaan en probleme probeer oplos, gaan induktief te werk. Algemene gevolgtrekkings kan egter maklik foutief wees: 'n wiskundige stelling wat vir 100 waardes van die onbekende geld, sal

¹ Kyk: Hoofstuk Twee, paragraaf 2.2.3.2

² Vergelyk paragraaf 3.3 wat die taal van wiskunde beskryf.

byvoorbeeld nie noodwendig algemeen geldend wees nie.

Oosthuizen et al (1988:101) verwys na verskeie formules wat op induktiewe wyse afgelei is, wat priemgetalle probeer oplewer. Die funksies f en g is voorbeelde hiervan:

$$f(x) = x^2 - x + 11 \quad \text{en} \quad g(x) = x^2 - x + 41$$

f lewer priemgetalle as x gelyk is aan enige natuurlike getal tussen een en tien. g lewer priemgetalle as $x < 41$. In laasgenoemde geval lewer die formule 40 priemgetalle, vir $x = 41$ volg egter:

$$g(x) = x^2 - x + 41$$

$$g(41) = (41)^2 - 41 + 41 = (41)^2 = 1681$$

en $(41)^2$ is duidelik deelbaar deur 1, 41 en 1681 en gevolglik nie priem nie.

Alhoewel die induktiewe aard van wiskunde tydens die probleemgesentreerde onderrig- en leerbenadering voorop gestel word, kan die deduktiewe aard van wiskunde nie misken word nie. Die deduktiewe struktuur van wiskunde bestaan uit 'n stelsel aannames en aksiomas wat as beginpunt dien. In Euklidiese meetkunde word begin met 'n paar aannames en begrippe wat sonder bewys aanvaar word, voorbeelde hiervan is 'n lyn, punt en hoek. Hieruit volg 'n paar definisies en aksiomas wat ook sonder bewys aanvaar word. Gevolgtrekkings en afleidings word nou op logiese wyse hieruit gedoen en 'n hele struktuur van wiskundige stellings en bewyse volg. Die Euklidiese komponent van die senior sekondêre meetkundesillabus (DOK:1993:9) is tiperend van hierdie deduktiewe struktuur van wiskunde.

Oosthuizen et al (1988:4) haal Farrell & Farmer aan wat die aard van wiskunde in terme van 'n sogenaamde idee- en leef-wêreld beskryf. Hulle kontrasteer konsepte soos uitvindings en skeppings wat in die idee-wêreld van leerlinge voorkom, met wiskunde probleme in die fisiese wêreld. Oosthuizen et al

(1988:5) wys verder daarop dat probleme in die fisiese wêreld 'n appèl rig tot die leerling wat die probleem dan vertaal om in sy wiskundige raamwerk in te pas. Hier word die probleem dan wiskundig opgelos en hervertaal om 'n oplossing vir die alledaagse probleem te bied. Vervolgens word sekere fasette van wiskunde soos deur Kriel (1990:11-198) belig, aangeraak.

3.2.2 Fasette van wiskunde

Wiskunde, met al sy deeldissiplines is 'n dinamiese, lewendige vak en wiskundige stellings, teorieë en kennis, brei daagliks uit. Kriel (1990:189) wys op die rol wat die skoolkurrikulum hier te speel het:

Kurrikula in skool- en begintersiêre wiskunde kan nie enigsins die omvangrykheid van Wiskunde weerspieël nie. Wat dit kan en behoort te doen is om o.a. die basiese fasette van wiskunde, wat in 'n mindere of meerder mate by alle wiskunde voorkom, te weerspieël en die oordrag daarvan moontlik te maak.

Glencross (1991:10) wys daarop dat die onderrig en leer van wiskunde geleentheid vir 'n verskeidenheid van aktiwiteite in die wiskundeklas behoort te bied. Die Cockcroft-verslag (1982:71) wys op die volgende aktiwiteite waarop wiskunde-onderwysers behoort te konsentreer:

... exposition by the teacher; discussion between teacher and pupils and between pupils themselves; appropriate practical work; consolidation and practice of fundamental skills and routines; problem solving, including the application of mathematics to everyday situations; investigational work

Kriel stel 'n grondige kennis van belangrike wiskundige fasette as 'n voorvereiste vir doeltreffende onderrig, leer en

kurrikulering. Die moderne neiging dat wiskunde-onderdig en leer meer op die proses van onderdig en leer as op vakinhoud behoort te konsentreer (Lerman, 1990:53), beklemtoon die belangrikheid van voormelde fasette¹.

3.2.2.1 Die formele faset

Die feit dat 'n aansienlike mate van formalisering van wiskundeteorieë moontlik is, is 'n beginsel wat reeds by die antieke Grieke ontstaan het. In Euklides se 'Elemente' is daar reeds sprake van die formele aksiomaties-deduktiewe struktuur van wiskunde. Leibniz het formele logika aan die begin van die sewentiende eeu 'n wiskundig-simboliese karakter gegee (Eves, 1983:120). Formele wiskunde en daarmee gepaardgaande bewysteorie is egter grotendeels aan Hilbert te danke. Kilmister (1967:88) beklemtoon Hilbert en sy medewerkers se bydrae soos volg:

The programme of Hilbert's school was, firstly to formulate the appropriate formal system for each individual branch of mathematics and, secondly, to construct the mathematics which would establish the completeness and consistency of each of these systems.

Hilbert se hipotese was dat alle wiskunde formeel en konsekwent vanuit 'n eindige stel aksiomas afgelei kan word. Gödel en andere het aangetoon dat Hilbert se teorie nie algemeen-geldend is nie. Die feit dat verskeie dele van die wiskunde wel met behulp van 'n eindige stel aksiomas geformaliseer kan word, is eweneens waar.

¹ Die intuïtiewe, logiese, empiriese, toepassings- en estetiese faset sluit almal aan by die probleemgesentreerde onderdig en leerbenadering (vergelyk paragraaf 3.4 in hierdie verband).

Kriel (1990:190) wys daarop dat die formele faset die mees sigbare komponent van wiskunde is. Dit behels blote definisies, simboliserings, manipulasies en formele kommunikasie aan die een kant, teenoor logiese verantwoordings en streng logiese analises aan die ander kant. Kriel (1990:191) onderskei tussen drie vlakke van formalisme in wiskunde:

Eerste vlak: die manipulering van simbole en formules soos in dele van skoolalgebra.

Tweede vlak: die konstruksie van nie-streng wiskundige strukture en/of modelle waar die onderliggende aannames, definisies en konvensies verswyg of bloot geïmpliseer word.

Derde vlak: die konstruksies van streng logies-verantwoorde strukture.

Die situasie waarin of waartydens wiskunde beoefen word, bepaal grotendeels die formele karakter daarvan op die spesifieke stadium. In Hilbert se pogings tot formalisering van wiskunde is die logiese struktuur van wiskunde telkens beklemtoon en voorts word die logiese faset van wiskunde aangeraak.

3.2.2.2 Die logiese faset

Euklides het reeds in sy 'Elemente' die belangrike raakvlakke tussen logika en wiskunde aangeraak (Eves, 1983:100-113). Baie van sy stellings en postulate berus op logika. Dedron & Itard (1973:70) wys op die volgende *Common Notions* van Euklides wat sy omgang met logika illustreer:

- * *Things which are equal to the same thing are also equal to one another.*
- * *If equals be added to equals, the wholes are equal.*
- * *The whole is greater than the part.*

Die ware rol van logika in wiskunde het eers aan die begin van die twintigste eeu na vore getree. Kriel (1990:99) wys op die klemverskuiwing:

*In hulle klassieke werk, Principia Mathematica wat in 1903 gepubliseer is, het Russell en Whitehead die logistiese tesis gestel nl. **Wiskunde kan afgelei word van, en is 'n uitbreiding van Logika.***

Die veronderstelling dat logika bloot meehelp tot die vorming en verfyning van wiskundeteorieë is hiermee finaal die nek ingeslaan. Die logiese faset van wiskunde is nou verweef met die formele komponent. Logika wys onder andere op die aksiomaties-deduktiewe struktuur van wiskunde en figureer ook tydens induktiewe probleemoplossing.

Van kardinale belang in deduktiewe logika is die inferensiereël bekend as **modus ponens** wat die volgende impliseer:

**As bewering P waar is en bewering
P impliseer bewering Q, dan volg
dat bewering Q ook waar is.**

Russell, Whitehead en Frege het reeds aan die begin van die eeu geglo wiskunde kan gereduseer word tot toutologieë en universeelgeldende formules. Hulle doelwit was om wiskunde te definieer in terme van 'n eindige aantal aksiomas en wette wat almal afhanklik van *logiese wette* is (Kriel, 1990:99-112). Die begrip oneindigheid het hulle egter hoofbrekens besorg aangesien dit nie in terme van bogenoemde uitgedruk kon word nie. Russell se paradoks het aangetoon dat Frege se suiwer logiese sisteem teenstrydighede bevat het. Alhoewel hul poging om wiskunde tot logiese reëls te reduceer nie geslaagd was nie, sal meeste wiskundiges toegee dat hulle 'n waardevolle bydrae gemaak het tot 'n ondersoek na die begronding van wiskunde (Kriel, 1990:109).

3.2.2.3 Die intuïtiewe faset

In wiskunde word die term intuïtief gereeld gebruik. Davis & Hersch (1981:391-2) wys op die veelduidigheid van die begrip in wiskunde, as tussen die volgende betekenis van intuïtief onderskei word:

- * *Intuïtiewe redenasie is die teenoorgestelde van strenge bewys.*
- * *Intuïtief beteken aanvaarbaar: 'n bewering word aanvaar op grond van intuïtiewe redenasie of ervaring en by gebrek aan 'n formele bewys.*
- * *Intuïtief beteken logies onvolledig.*
- * *Intuïtief beteken om 'n argument te baseer op 'n fisiese model of een of ander leidende voorbeeld. In die sin beteken dit dieselfde as 'heuristies' ¹.*
- * *Intuïtief beteken visueel.*
- * *Intuïtief beteken holisties of integrerend in teenstelling met gedetailleerd of analities.*

'n Wiskundige wat met 'n probleem worstel maak dikwels op sy intuïsie² staat om 'n oplossing te genereer. Wiskundige intuïsie is nie net vir wiskundiges beskore nie. Leerlinge en studente kan reeds op elementêre vlak momente van intuïtiewe insig beleef wanneer 'n konsep onmiddellik sonder werklike sintuïglieke of beredeneerde bewys begryp en bemeester word. Intuïtiewe insig dui op 'n drang of aanvoeling vir die werklikheid.

Die wiskundekurrikulum moet hierdie inherente vermoë van die leerling om 'n intuïtiewe aanvoeling vir 'n konsep te genereer,

¹ Kyk: Hoofstuk Twee, paragraaf 2.2.3.6

² Die HAT (Odendal et al, 1992:474) beskryf intuïsie as die onmiddelike, spontane begrip van 'n saak asof deur ingewing.

stimuleer. Die DOK: Administrasie Volksraad se Kernsillabus vir Wiskunde (1993:20) verwys onder andere onder die afdeling vir differensiaalrekening na die volgende:

'n Intuïtiewe benadering tot die limietbegrip.

Die leerling se basiese intuïsie speel 'n belangrike rol tydens sy bemeestering van wiskundige konsepte en idees. Sy intuïsie is nou verweef met sy konsepvorming van abstrakte wiskundige begrippe soos getal, oneindigheid, ruimtelikheid en limiete. Kriel (1990:194) parafraseer Davis & Hersch se siening van die konsep wiskundige intuïsie soos volg:

Ons het wiskundige intuïsie omdat ons verstandelike representasies van wiskundige objekte het. Ons verkry hierdie representasies, nie deur verbale formules te memoriseer nie, maar deur herhaalde ervarings (op die elementêre vlak deur konkrete objekte te hanteer; op die gevorderde vlak deur probleme te doen en dinge vir onself te ontdek). Hierdie representasies word gekontroleer vir geldigheid deur ons onderwysers en medestudente deurdat algemeen gesanksioneerde antwoorde op probleme gegee word.

Hulle wys verder daarop dat verskillende mense se representasies op hierdie wyse gereeld met mekaar vergelyk word en sodoende aangepas word om algemeen-geldend te wees. Hierdie gedeelde konsepte en representasies word dan die objekte wat deur die mens se intuïsie waargeneem en ondersoek word. Dit sluit aan by die beskouing dat die intuïtiewe en empiriese¹ fasette van wiskunde nou verbonde is.

¹ Empiriese navorsing dui op navorsing gegrond op ervaring of proefneming.

3.2.2.4 Die empiriese faset

Praktiese probleme van die mens (soos landmeting) het reeds in antieke tye gelei tot die formulering van 'nuwe' wiskunde. Die wiskundige relasies wat deur die vroeë Midde-Oosterse beskawings soos die Babiloniërs daar gestel is, was hoofsaaklik die resultaat van probeer-en-tref-metodes. Wiskunde is bestudeer ter wille van die diensbaarheid daarvan. Ten spyte van die empiriese aard en skynbare gebrek aan bewysvoering het hulle heelwat elementêre wiskundige waarhede ontdek. Eves & Newsom (1965:6) brei hierop uit:

... the pre-Hellenistic mathematics was empirical. Nowhere do we find in ancient oriental mathematics a single instance of what we today call a logical demonstration. Instead of argument we find a description of a process explained by means of specific numerical cases. ... It is very interesting to note that although today confirmed students of the scientific method find this 'Do this and so' procedure highly unsatisfactory it is a procedure employed in much of our elementary teaching.

Die komplekse en abstrakte karakter van wiskunde het tydens die Griekse beskawing sterk na vore getree. Wiskunde is bestudeer ter wille van wiskunde self, as 'n intellektuele spel en uit estetiese oorweginge. Euklides se 'Elemente' is tiperend hiervan.

Hierdie antieke Griekse wiskunde het tydens die Renaissance weer herleef en Kline (1964:105) beklemtoon hul benadering soos volg:

To the Renaissance scientist, as to the Greek, mathematics was more than a reliable approach to knowledge; it was the key to nature's behaviour ... Mathematical principles are the alphabet in which God wrote the world, said Galileo ...

Die empiriese aard enersyds en die deduktief abstrakte aard van wiskunde andersyds is deur talle navorsers belig. Kriel (1990:18) bevestig egter die belangrikheid van beide:

'n Probleem of verskynsel in die objektiewe werklikheid sit 'n proses van wiskundige arbeid aan die gang maar sodra die data van die probleem ingebed is in 'n wiskundige model daarvan verloop die ontwikkelingsproses (die uiteindelijke wetenskaplike arbeid) onafhanklik van die 'empirie'. Natuurlik kan op enige stadium teruggekeer word na die objektiewe werklikheid om verder data te verkry of om die hipotetiese model te toets of te kontroleer.

Hierdie wetenskaplik-teoretiese kwaliteit van wiskunde word beskryf as wiskunde se **kwasi-empiriese** aard. Daar bestaan dus 'n noue wisselwerking tussen wiskunde as model van die werklikheid en empiries-gestimuleerde wiskunde. Wiskundiges wat uit suiwer estetiese of akademiese oorweginge nuwe wiskunde skep vorm 'n belangrike deel van die intellektuele wêreld. Kriel (190:196) wys egter verder daarop dat die meeste leerlinge en studente vra na die praktiese relevansie van die wiskunde in die kurrikulum. 'n Kurrikulum kan gevolglik nie die empiriese karakter van wiskunde misken nie.

3.2.2.5 Die toepassingsfaset

Die toepassingsfaset van wiskunde toon verskeie ooreenkomste met die empiriese faset. Kriel (1990:196) onderskei soos volg tussen die twee:

Waar dit by die empiriese gaan oor die matematisering deur veralgemening uit empiriese data, gaan dit by die toepassingsfaset om die modellering van 'n empiriese situasie (probleem) in 'n geskikte wiskundige model - 'n model wat die moontlikheid van

wiskundige oplossings inhou wat weer geïnterpreteer kan word vir die empiriese situasie.

'n Wiskundige model van die werklikheidsituasie is meestal 'n vereenvoudiging van 'n komplekse situasie. Die model word saamgestel vanuit bestaande wiskunde konsepte. Waar nodig word nuwe wiskunde ontwerp en tot die leerder se verwysingsraamwerk toegevoeg vir gebruik in so 'n model. Die onderrig en leer van wiskunde moet ten doel hê om sinvolle probleme aan leerlinge te stel. Die probleme moet hulle aktiveer tot deelname aan die onderrig- en leergebeure en tot effektiewe toepassing van hul bestaande wiskundige kennis. Die DOK: Administrasie Volksraad se kernsillabus (1993:2) omskryf die beginsel soos volg:

*Die suksesvolle onderrig van wiskunde behoort 'n wye verskeidenheid van style en benaderings te behels wat geleenthede insluit vir ... **toepassing** en probleemoplossing.*

Die leerder moet begelei word om van die eenvoudigste tot meer komplekse wiskundige konsepte toe te pas. Hierdie faset sal tot sy reg kom as die leerder aktief betrokke is tydens die leergebeure. 'n Verskeidenheid van toepassings oor vakgrense heen sal meehelp om hierdie doelwit toereikend te aktualiseer. Kriel (1990:197) beklemtoon die belangrikheid van hierdie faset tydens kurrikulering soos volg:

Negering van die toepassingsfaset in kurrikula vir Wiskunde is 'n verarming van Wiskunde en dra by tot negatiewe gesindhede by skoliere en studente teen Wiskunde.

3.2.2.6 Die estetiese faset

Die estetiese verwys volgens Odendal & Schoonees (1992:209) na 'n gevoeligheid vir die skone en spesifiek na 'n kunssinnigheid.

Die tydlose bydraes van Thales, Pythagoras, Eudoxus, Euklides en Aristoteles tot die wiskunde was volgens Kriel (1990:152) geïnspireerd deur:

Die soeke na skoonheid en volmaaktheid soos beliggaam in Plato se ideewêreld.

Kline (1964:28) brei hierdie gedagte soos volg uit:

The Greek preference for deduction was, surprisingly, a facet of the Hellenic love for beauty. Just as the music lover hears music as structure, interval, and counterpoint, so the Greek saw beauty as order, consistency, completeness and definiteness. Beauty was an intellectual as well as an emotional experience. ... It is no wonder, then, that the Greeks regarded mathematics as an art.

'n Onderafdeling van wiskunde is op sigself nie noodwendig esteties bevredigend nie. 'n Skilderye se trefkrag en estetiese waarde is immers gesetel in die patroon waarin kleure 'n harmonieuse eenheid vorm. Hardy (1967:85) meet die estetiese waarde van 'n spesifieke onderafdeling van wiskunde aan die volgende stelling:

Beauty is the first test: there is no permanent place in the world for ugly mathematics ... The best mathematics is serious as well as beautiful ... The beauty of a mathematical theorem depends a great deal on its seriousness.

'n Wiskundige se werk behoort 'n patroon te hê waarin die formules, definisies en stellings 'n georganiseerde, harmonieuse eenheid vorm. Die wiskunde-inhoude moet verder betekenisvol en op 'n natuurlike en verhelderende manier in verband gebring kan word met ander wiskundige idees en stellings. Twee stellings wat volgens Hardy (1967:85) hierdie skoonheid en

betekenisvolheid openbaar, is Euklides se bewys wat aantoon dat daar slegs 'n eindige aantal priemgetalle is en Pythagoras se bewys dat $\sqrt{2}$ irrasionaal¹ is.

'n Wiskundekurrikulum behoort by te dra tot hierdie skoonheid en betekenisvolheid van wiskunde. Die formele uiteensetting van 'n sillabusonderwerp moet die onderliggende wiskundige gedagtes helder kommunikeer. Op die hoogste estetiese vlak gaan dit om die skoonheid en afgerondheid van die hele kurrikulum. Die kurrikulum bestaan uit onderafdelings wat harmonieus saamgestruktureerd is. Die gebrek aan tyd wat meeste onderwysers egter in die klaskamer ondervind, lei dikwels tot die verwaarlosing van die estetiese faset.

Die onderwyser wat sy eie horisonne verbreed en sy onderrig inkleur met die estetiese komponent van wiskunde se leerlinge sal makliker met inhoude omgaan. Leerlinge behoort met groter selfvertroue wiskunde probleme aan te pak, indien onderlinge verbande tussen onderwerpe aan hulle uitgewys word. Hulle houding jeens wiskunde behoort ook positiewer te wees as die houding van leerlinge wat 'n verskraalde feitebeeld van wiskunde ontvang. Davis & Hersch (1981:169) beklemtoon die feit op die volgende komiese wyse:

Blindness to the aesthetic element in mathematics is widespread and can account for a feeling that mathematics is dry as dust, as exciting as a telephone book, as remote as the laws of infangthief of fifteenth century Scotland. Contrariwise, appreciation of this element makes the subject live in a wonderful manner and burn as no other creation of the human mind seems to do.

Die belangrikheid van die estetiese faset van wiskunde moet dus deur kurrikula en in die leer- en onderrigsituasie onderskryf

¹ Vergelyk Laridon et al (1992:46)

word. Doelstellings met die onderrig en leer van wiskunde moet hierdie en ook al die ander fasette van wiskunde beklemtoon. Ter afsluiting van hierdie paragraaf word aandag gegee aan doelstellings met die onderrig en leer van wiskunde. Die doelstellings bevestig ook die spesifieke aard en struktuur van wiskunde.

3.2.3 Doelstellings met die onderrig en leer van wiskunde

Reeds vanaf die vroegste tye het wiskundiges en filosowe sekere doelstellings met die onderrig en leer van wiskunde nagestreef. Janse van Rensburg (1987:26) wys op die volgende doelstellings wat Plato onder andere reeds vooropgestel het: Die verowering van kundigheid deur toepassing, die aanvaarding van denke as enigste weg tot ware kennis, die ontvouing van bekwaamheid tot wysgerige besinning en effektiewe studie. Janse van Rensburg (1987:26) beklemtoon die belangrikheid van doelstellings soos volg:

Die onderwyser se konsepsie van die doelstellings van wiskunde-onderrig is baie belangrik aangesien dit die totale onderrigprogram beïnvloed. So dien gestelde doelstellings as fokus vir strukturering van materiaal en voorsien die nodige riglyne vir die seleksie van onderrigstrategieë.

Human (1976:24-29) wys op 'n aantal belangrike algemene doelstellings wat tydens wiskunde-onderrig en leer behoort te figureer:

- * *Hulp aan leerlinge om logies te dink en om begrypend en verklarend en konstruktief-hanterend met die werklikheid om te gaan.*
- * *Estetiese vorming.*
- * *Skoling tot presiese taalgebruik.*
- * *Bevordering van 'n wetenskaplike houding.*

Oosthuizen (1973:4) wys op die volgende twee doelstellings wat dui op die voorbereidende aard van wiskunde:

- * *Om leerlinge vaardig te maak in die gebruik van wiskundige kennis en metodes met die oplos van vraagstukke om sodoende sy weg te vind in talle vertakkings van die beroepslewe.*
- * *Om grondige insig, begrip en kennis van die basiese wiskundige beginsels te bemeester as voorbereiding vir verdere studie.*

Human (1976:74) noem die volgende twee doelstellings wat nou aansluit by die aard en struktuur van wiskunde:

- * *Om leerlinge te help om matematiese tekenkomplekse sintakties te interpreteer.*
- * *Om wiskunde-inhoude aksiomaties-deduktief te orden.*

In 'n studie rondom 'n nuwe kurrikulum vir 'n nuwe Suid-Afrika beklemtoon Glencross (1991:8) die volgende algemene onderrig- en leerdoelstellings:

- Pupils should:*
- * *learn to value mathematics;*
 - * *become confident in their ability to do mathematics;*
 - * *become mathematical problem solvers;*
 - * *learn to communicate mathematically;*
 - * *learn to reason mathematically*

Kurrikuleerders moet die komplekse samestelling van die reënboognasie in die RSA in gedagte hou. Daarom is dit nie vreemd dat die Departement van Onderwys (DO) in sy tussentydse kernsillabus vir wiskunde hoër graad, standerd agt tot tien (1995), onderskei tussen samelewings-, algemene onderrig- en leerdoelstellings en spesifieke doelstellings vir wiskunde-onderwys nie. Hierdie doelstellings onderstreep die ingewikkelde taak van kurrikuleerders verder en word vervolgens in hul totaliteit hier weergegee.

3.2.3.1 Samelewingsdoelstellings

Hierdie sillabus (DO: Tussentydse kernsillabus vir wiskunde hoër graad, standerd agt tot tien, 1995:1-3) is daarop gemik om die volgende samelewingsdoelstellings te ontwikkel en te bevorder:

- 1 om 'n positiewe bydrae te maak tot die heropbou en ontwikkeling van die Suid-Afrikaanse samelewing en die bemagtiging van mense;
- 2 om gelyke geleenthede en keusemoontlikhede te ontwikkel;
- 3 om 'n bydrae te maak tot 'n wye ontwikkeling van die samelewing se kulture;
- 4 om 'n demokratiese, nie-rassige en nie-seksistiese onderrigpraktyk te bevorder; en
- 5 om 'n bewuswording van, en 'n verantwoordelikheid vir die bewaring van die totale omgewing te skep.

Hierdie samelewingsdoelstellings is algemeen-geldend in alle vakdissiplines. Die komplekse taak van vakkurrikuleerders in die nuwe Suid-Afrika word duidelik hierdeur geïllustreer. Glencross (1991:10) brei hierop uit:

A (second) issue for consideration is the growing recognition that developed and developing countries alike are faced with the need to multi-culturalise¹ their mathematical curricula. In the culturally and linguistically complex country that is South-Africa, this makes the task of developing a national curriculum even more challenging.

3.2.3.2 Algemene onderrig- en leerdoelstellings

Die reedsvermelde tussentydse kernsillabus stel die volgende ten

¹ Vergelyk ook die gedeelte oor 'ethnomathematics' in paragraaf 3.6

aansien van onderrig en leer ten doel:

- 1 om burgers te ontwikkel wat onafhanklik, selfondersoekend en met selfvertroue kan optree;
- 2 om kritiese en ontledende redeneervermoë te ontwikkel;
- 3 om persoonlike kreatiwiteit en probleemoplossingsvaardighede te ontwikkel;
- 4 om bedrewenheid in kommunikatiewe en taalvaardighede, naamlik lees, skryf, luister en praat, te ontwikkel;
- 5 om 'n koöperatiewe leeromgewing te bevorder;
- 6 om die nodige begrip, waardes en vaardighede vir volgehoue individuele en sosiale ontwikkeling, te bevorder;
- 7 om die begrip te ontwikkel dat kennis 'n terrein van betwiste idees is, en
- 8 om die onderrig- en leergebeure sodanig binne konteks te plaas dat dit by die ervaringsveld van die leerder aanpas.

Die doelstellings in die kernsillabus vervat, het veral vakdidaktiese implikasies.

3.2.3.3 Spesifieke doelstellings vir wiskunde-onderwys

Die aard, struktuur en verskillende fasette van wiskunde-onderwys in post-apartheid Suid-Afrika word verder deur hierdie doelstellings omskryf. Die toepassings- en estetiese faset word onder andere hier deur 'n paar doelstellings onderskryf. Die DO se tussentydse kernsillabus (1995:2-3) het op die terrein van wiskunde-onderwys die volgende ten doel:

- 1 om leerlinge in staat te stel om wiskundige kennis en vaardighede te verkry;
- 2 om leerlinge in staat te stel om wiskunde in ander vakgebiede en in sy/haar leefwêreld toe te pas;
- 3 om insig in ruimtelike verwantskappe en meting te ontwikkel
- 4 om leerlinge in staat te stel om wiskundige begrippe en verwantskappe te ontdek deur eksperimentering en spekulasie;

- 5 om getalbegrip en rekenvaardighede te ontwikkel asook om die waarskynlikheid van antwoorde deur skatting te bepaal;
- 6 om die vermoë te ontwikkel om logies te redeneer, te veralgemeen, te verbesonder, te organiseer, analogieë te trek en te bewys;
- 7 om leerlinge in staat te stel om 'n situasie in die werklikheid wat wiskundig voorgestel kan word, te herken, 'n toepaslike wiskundige model daarvoor te formuleer, die wiskundige oplossing daarvoor te kry, en die resultaat terug te interpreteer in terme van die werklike situasie;
- 8 om die vermoë te ontwikkel om wiskundige taal te verstaan, te interpreteer, te lees en te skryf;
- 9 om 'n ondersoekende houding teenoor wiskunde te ontwikkel;
- 10 om 'n waardering vir die plek van wiskunde en sy wydlopende toepassings in die samelewing, te ontwikkel;
- 11 om basiese wiskundige voorbereiding vir verdere studie en beroep te voorsien;
- 12 om 'n bewuswording van, en 'n waardering vir die bydraes van alle nasies van die wêreld tot die ontwikkeling van wiskunde, te ontwikkel.

In die voornoemde agste vakbesondere doelstelling en in die vierde algemene leerdoelstelling word na taal en spesifiek wiskundige taal verwys. Die vaktaal van wiskunde word in die volgende paragraaf aangerak.

3.3 DIE TAAL VAN WISKUNDE

Odendal & Schoonees (1992:1126) definieer taal as 'n *kommunikasie-middel* en wys verder daarop dat taal ook wys op die *inhoud en betekenis* van 'n bepaalde middel. Die taal van wiskunde omskryf dus die inhoud en betekenis van wiskunde self. Hulle definieer dan ook 'n vaktaal (1992:1214) as *die taal van 'n besondere vak* wat gewoonlik 'n aantal tegniese terme eie aan die vak (wiskunde in hierdie geval) insluit.

3.3.1 Lees- en gespreksvaardighede

Die leerling se beheersing van sy eie taal word as 'n eis gestel vir effektiewe onderrig en leer¹ (Cooper, 1989:112). Wiskunde-onderrig en leer geskied deur middel van wiskundevaktaal. Die leerling gaan aanvanklik informeel met die wiskundige taalstrukture om en gee betekenis daaraan via sy eie taal. Namate die leerling die nuwe konsepte en taalstrukture sy eie maak, brei sy wiskundige woordeskat uit. Die belangrikheid van lees ten aansien hiervan word soos volg deur Hugo (1991:36) beklemtoon:

Daar word van sekondêre skool-leerlinge en ook studente verwag om 'n groot verskeidenheid leerinhoud te lees en uiteindelik vir hulle studies te gebruik. Lees vereis in elke vakgebied 'n eiesoortige leesvaardigheid en leeskundigheid. ... In die geval van wiskunde is dit die wiskunde-onderwyser wat die leesvaardighede en leesstrategieë wat nodig is om wiskunde te lees en te bestudeer, aan sy leerlinge bekend moet stel.

Die leerling wat oor die nodige leesvaardighede beskik behoort baie makliker met die nuwe konsepte om te gaan. Kriel (1990:183) wys op die geskiedenis wat aantoon dat die vooruitgang van wiskunde afhanklik is van die simbolisering daarvan:

Konsepte, strukture, relasies, bewysvoering en probleemstellings wat net te gekompliseerd en omvattend is om onder woorde te bring en vir die menslike begrip vatbaar te wees, word daarvoor toeganklik wanneer goed-gekose simbole en/of diagramme gebruik word.

¹ Kyk: Hoofstuk Twee, paragraaf 2.2.3.2

Indien die onderrig- en leersituasie in gebreke bly om die leerling daadwerklik te help om hierdie simbolisering te verwerf, sal die leerling se wiskundige kennis, insig en woordeskat nie toereikend uitbrei nie. Leerlinge behoort dan in gebreke te bly om probleme te probeer verstaan en op te los. Stoker (1991:28) beklemtoon verder die belangrike rol wat taal tydens wiskunde-onderrig en leer speel wanneer hy na die bevindinge van Piaget en die Cockcroft-verslag verwys:

*... the role of social interaction and language in learning was an underestimated feature of Piaget's theory. It can, therefore, no longer be assumed that interaction with concrete materials, will of itself enable children to develop mathematical concepts. In the Cockcroft Report (1982) the importance of language was emphasized again and again when it stated: **By the term 'discussion' we mean more than the short questions and answers which arise during exposition by the teacher ... mathematics teaching at all levels should include opportunities for: discussion between teacher and pupils and between pupils themselves ...***

Die belangrikheid van gesprek in die wiskundeklas word hierdeur geïllustreer. Leerlinge wat hulself wiskundig kan uitdruk en oor probleme kan gesels, het 'n beter kans om wiskunde probleme op te los.

3.3.2 Taalvaardighede en woordeskat

Maree (1994(b):116) haal Sharma aan wat wiskunde soos volg beskryf:

*Wiskunde is 'n **bona-fide** tweede taal met sy eie alfabetiese simbole, woordeskat, sintaksis, grammatika en literatuur.*

'n Leerling se bemeestering en verwerwing van wiskundekonsepte geskied via taal. Die leerling leer die taal van wiskunde geleidelik aan en verryk sy taalwoordeskat met nuwe vakgerigte simbole, tekens en definisies. Nesher (1991:867) verduidelik die gebeure soos volg:

The child learns mathematical language later than natural language and usually in the process of schooling. In learning mathematics, natural language serves as a metalanguage and as a first approximation to acquaintance with concepts later to be articulated by the formalism of mathematical language.

Hoewel probleemoplossing die onderwerp is wat die meeste met woordeskat, lees- en taalvaardighede geassosieer word, is alle wiskundige denke en prestasies in werklikheid in 'n groot mate van die toereikende bemeestering hiervan afhanklik. Die leerling kan dus nie passief staan teenoor die taal van wiskunde nie. Die effektiewe bemeestering van wiskundige konsepte loop hand aan hand met 'n omvattende wiskundewoordeskat.

Die woordeskat van wiskunde word, volgens Scott-Hodgetts & Christie (Maree, 1994(b):116), in drie kategorieë verdeel. Hierdie kategorieë word soos volg deur Maree belig:

- * *Woorde wat eksklusief in wiskunde gebruik word, soos trapesium, kwadraat en raaklyn.*
- * *Woorde wat deel is van alledaagse Afrikaans en Engels en van wiskunde, maar wat verskillende betekenisse in die verskillende kontekste het; dit sluit in woorde soos verskil en ooreenkoms.*
- * *Woorde wat in beide die voornoemde kontekste gebruik word en wat in beide gevalle min of meer dieselfde beteken, soos vierkant en deel.*

Die leerling moet hierdie wiskundige taalvaardighede en

woordeskat van kleins af aanleer. Die verantwoordelikheid in dië verband word dus voor die deur van die wiskunde- en taalonderwyser in die primêre skool gelê. Onderwysers behoort hulle deeglik te vergewis van hul persoonlike vaktaal en vakwoordeskat en moet daarop let dat hulle dit reg gebruik. Onnadenkende woordkeuse kan tot groot wiskundige verwarring lei. Die som van die kwadrate van twee en drie verwys byvoorbeeld na: $2^2 + 3^2$ wat 13 is, maar kan maklik foutiewelik geïnterpreteer word as: $(2 + 3)^2$ wat 25 is. 'n Onderwyser moet oor 'n deeglike kennis van wiskundevaktaal en taalstrukture beskik om die leerling toereikend daarin te laat leer.

Maree (1994(a):56) vat die voorgaande siening in verband met die belangrikheid van taal soos volg saam:

Taal is ongetwyfeld die sleutel tot die aanleer van wiskunde. 'n Gebrekkige woordeskat, taalbesit en taalgebruik mag eenvoudig nie toegelaat word om kinders se wiskundige groei te belemmer nie. Ten einde wiskunde te kan verstaan, is taalvaardigheid en 'n toereikende woordeskat voorvereistes.

3.3.3 Onderrig- en leerimplikasies van wiskunde as taal

Die leerlinge se relevante taal- en vaktaalvaardighede het verreikende implikasies vir die onderrig- en leersituasie. Die invloed van leerlinge se gebrekkige taalkennis kan tweërlei van aard wees. Leerlinge met 'n gebrekkige kennis van die onderrigtaal ondervind algemene taalprobleme wat die wiskundige konsepte vir hulle moeilik toeganklik maak. Hierteenoor mag leerlinge wat goed onderlê is in die onderrigtaal, maar 'n wiskunde-taalagterstand het, probleme ondervind om komplekse stellings en definisies te verstaan. 'n Leerling wat byvoorbeeld nie die begrip limiet tot sy wiskundewoordeskat toegevoeg het nie, sal totaal in die duister wees wanneer differensiasie vanuit eerste beginsels hanteer word.

Gebrekkige kennis van die onderrigtaal is een van die groot probleme waarmee skoolleerlinge in post-apartheid Suid-Afrika gekonfronteer word. Die huidige taalbeleid wat elf amptelike landstale voorstaan, vererger die haas onmoontlike taak. Maree J G (1995(a):48) verwys na Christie om hierdie linguistiese probleem verder te aksentueer:

As in ag geneem word dat daar verskillende tale in die RSA gepraat word, dat leerlinge dikwels een taal (hul moedertaal) besig, maar die eerste vier skooljare deur middel van 'n tweede taal (streektaal) onderrig in wiskunde ontvang en daarna in Engels ('n internasionale taal) verdere onderrig ontvang, dan is dit duidelik waarom Suid-Afrika tans, wat wiskunde betref, in 'n moeras verkeer.

Hierdie taaldilemma¹ plaas 'n groot verantwoordelikheid voor die deur van opvoedkundiges en kurrikuleerders. Die spesifieke onderrig en leer van wiskundevaktaal, taalvaardighede en die simboliese struktuur van wiskunde bly primêr die taak van die onderwyser. Kurrikulumdoelstellings² behoort reeds hierdie saak aan te spreek. Rothman & Cohen (1989:133) wys egter die volgende leemte in meeste kurrikula uit:

Yet where in our mathematics curriculum of today is the language of math specifically taught? Few seem to realize that proficiency in math, both for computation and problem solving, means learning its language, which constitutes one complex component of a symbolic-communicative function.

Taal en die aanleer van taalvaardighede moet deel uitmaak van die kurrikulum en klaskamerpraktyk in wiskunde. Wiskunde en

¹ Vergelyk ook Hoofstuk Vyf.

² Kyk: Hoofstuk Drie, paragraaf 3.2.3

taal moet in die wiskundeklas geïntegreer word. Brody (1991:23) wys op die volgende tegnieke en aktiwiteite wat kan meehelp om hierdie ideaal teweeg te bring:

- * *Holding mathematics discussions*
- * *Explicitly teaching mathematical language*
- * *Developing concepts before naming them*
- * *Encouraging students' questions*
- * *Asking open-ended questions*
- * *Teaching the history of mathematics*
- * *Encouraging students to write down explanations and to write about mathematical ideas*
- * *Encouraging students to verbalise their sense of pattern and generality before using symbols*

Die aanleer van die taal van wiskunde dra by tot die leerlinge se betrokkenheid by die leersituasie. Deur aktiewe deelname in die wiskundeklas verwerf hulle nuwe insig. Leerlinge met toereikende taalvaardighede waag dit ook nou op meer onbekende wiskundige terrein en is ontvanklik vir die verwerwing van nuwe wiskundige konsepte. Menige nuwe wiskundige begrippe en konsepte het hul ontstaan aan wiskundige redevoering en gesprek te danke. Maree (1994(b):117) parafraseer Lakatos in hierdie verband soos volg:

... die ontdekking of skepping van nuwe wiskunde is nie net 'n logies-deduktiewe aktiwiteit nie - daar is dikwels ook besprekings, onderhandelings van betekenis, kwasi-empiriese kritiek en toetsing, logiese argumente ens., in die konstruksie van nuwe wiskunde betrokke.

Uit voorgaande blyk die belangrikheid van taal tydens die onderrig en leer van wiskunde. Die komplekse struktuur van wiskunde word vir die leerling duidelik via sy eie taal- en spesifiek sy vaktaalvaardighede. Die probleemgesentreerde

benadering in wiskunde¹ berus ten dele op die leerling en onderwyser se beheersing van die taal van wiskunde. Taal is die instrument waarmee die leerling met wiskunde in aanraking kom en bly.

3.4 DIE PROBLEEMGESENTREERDE BENADERING IN WISKUNDE

3.4.1 Inleiding

Die konstruktivistiese² benadering ten aansien van onderrig en leer laat die klem skerp op die leerling val. Hierdie benadering berus op die beginsel dat kennis verwerf en nie gegee of oorgedra word nie (Von Glasersfeld, 1991:31). Die fokus in kurrikula en in die onderrig- en leersituasie het verskuif na probleemoplossing³. Die leerling moet 'n aktiewe rol speel tydens die verwerwing van kennisstrukture en wiskundekonsepte. Die leerling is nie meer 'n passiewe deelnemer aan die leergebeure nie. De Corte (1995:18) som hierdie verandering soos volg op:

In this alternative view learning is not anymore considered as a highly individual activity, consisting mainly in absorbing a fixed body of largely decontextualized and fragmented knowledge and procedural skills transmitted by a teacher. To the contrary, learning is conceived of as an active, collaborative, and progressively more self-regulated

¹ Kyk: Hoofstuk Drie, paragraaf 3.4

² Kyk: Hoofstuk Twee, paragraaf 2.3.3.6

³ Kyk: Hoofstuk Twee, paragraaf 2.2.3.7 vir 'n omskrywing van probleemoplossing.

process of knowledge building meaning and construction, based as much as possible on students' experiences in authentic, real-life situations and contexts.

Hierdie nuwe benadering het ook in die wiskundesillabusse in die RSA inslag gevind. Olivier (1991:13) beskryf die voorgestelde implementering van die nuwe benadering in sekondêre skole soos volg:

The syllabi for std 8-10 Mathematics HG, SG and LG have now been officially accepted by the Joint Matriculation Board for implementation in std 8 in 1993. The syllabus shows a marked change in emphasis by making problem solving the focus of teaching and learning.

Die deurvoering hiervan het egter skipbreuk gely as gevolg van die veranderinge op politieke en onderriggebied in die RSA. Die implementering van die nuwe benadering in die primêre skole het egter soos beplan verloop. Olivier (1991:13) beskryf die ontwikkeling op kurrikulumgebied soos volg:

The std 2-4 syllabus now goes into its final phase before it becomes official for implementation in std 2 in 1993. The syllabus proposes major changes in the objectives for the curriculum by making problem solving the focus of teaching and learning, ... It also makes it clear that children are viewed not as passive recipients of knowledge, but as active mathematical thinkers who construct their own knowledge.

Die implementering van hierdie nuwe probleemgesentreerde benadering het egter nie sonder teenkanting geskied nie.

3.4.2 Kritiek op die nuwe benadering

Die implementering van die probleemgesentreerde benadering tot wiskunde het uiteenlopende reaksie tot gevolg gehad. Hierdie wye reaksie word deur die volgende aanhalings in die plaaslike pers geïllustreer:

The quote 'Whom God wishes to destroy, he first makes mad' must apply to education in this country. First we have both the ANC and the NP making insane promises of free education for all and second we have the 'new' maths foisted on our children at junior school (Rabit, 1994:4).

Afrikaanse ouers skryf al meer hul kinders by Engelstalige laer skole in om die nuwe probleemgesentreerde benadering vir Wiskunde vry te spring (Van der Merwe, 1994:7).

... die skade wat die 'probleemgesentreerde Wiskunde-onderwys' aan laerskoolleerlinge gedoen het, moes reeds lankal oopgekrap gewees het. ... Pleks van groter selfvertroue wat aangegee word as een van die doelstellings, word die kind se selfbeeld ernstig geknak en ontwikkel hy 'n renons in die hele leerproses (Du Plessis, 1994:9).

In teenstelling met voornoemde negatiewe reaksie teenoor die probleemgesentreerde benadering, het die volgende positiewe terugvoer ook in die pers verskyn:

My youngest child, in primary school (Standard 3), has been taught the new approach - for two years. His knowledge and understanding of numbers is far superior to that of my 'traditionally' taught children. He tackles all problems with confidence, and, if he's uncertain, will explore various ways to

find a solution (Peter, 1994:6).

Die leerlinge geniet (die nuwe benadering in) Wiskunde, hul houding teenoor die vak is positief, hulle is nie bang om probleme sonder hulp aan te pak nie, hulle is nie meer bang nie, hulle begryp hulle eie oplossings beter en presteer beter. Leerlinge met leerprobleme vaar beter en het 'n beter getalgebrip (Steyn, 1991:75).

Maree J G (1995(b):66) wys daarop dat daar met reg kommer uitgespreek kan word oor die 'wetenskaplike' geldigheid van heelwat van die voormelde bewerings. Voornoemde stellings verwys meestal na geïsoleerde gevalle en behoort nie sonder deeglike navorsing veralgemeen te word nie. Hieruit blyk dit dat daar geen klinkklare antwoorde op die vrae na die suksesvolheid van die nuwe benadering is nie. Maree J G (1995(b):66) wys verder op die volgende:

Ten spyte van die afwesigheid van substansiële data om hierdie stellings te ondersteun, illustreer die aanhalings die onkunde oor wat presies die nuwe benadering tot die onderrig en leer van Wiskunde behels, wat die rol van die ouer (nie) moet wees (nie), verwarring en frustrasie en vrees dat lesse uit die geskiedenis dalk nie behoorlik ter harte geneem is nie ...

Die implementering van die probleemgesentreerde benadering het duidelik nie sonder groeipyne geskied nie. Die gebrek aan goed-opgeleide wiskunde-onderwysers en die relatief min tyd wat tydens 'n skooldag vir wiskunde-onderrig en leer beskikbaar is, is enkele van die probleme wat hiertoe aanleiding gegee het. Maree beweer dat alhoewel die benadering reeds suksesvol in die praktyk toegepas word, daar geen formele bewyse bestaan wat die positiewe doelstellings van die benadering ondersteun of weerlê nie. Maree J G (1995(b):70) beklemtoon die uiteenlopende

sieninge rondom die probleemgesentreerde benadering soos volg:

Terwyl talle wiskundiges by hierdie benadering staan of val, is daar talle Wiskundedosente wat ernstige besware teen die benadering opper.

Die benadering word vervolgens belig om meer duidelikheid oor hierdie aangeleentheid te gee.

3.4.3 Die probleemgesentreerde benadering

Dit is ten aanvang belangrik om daarop te let dat daar nie 'nuwe wiskunde' vir leerlinge geleer word nie. *Die enigste verandering lê geleë in die benadering ten opsigte van die onderrig en leer van wiskunde.* Die probleemgesentreerde benadering het sy wortels in die (sosiale) konstruktivisme¹. Probleem-oplossing staan sentraal in hierdie benadering en daar word gefokus op die leerling wat aktief kennisstrukture moet verwerf. Maree J G (1995(b):68) in navolging van Adler beklemtoon die volgende klemverskuiwings:

Die fokus verskuif dus

- * *van die kind as iemand wat iets doen, na die kind as iemand wat **aktief dink**;*
- * *van wiskunde as gefokus op konsepte en vaardighede na 'n fokus op konsepte, vaardighede en **prosesse**;*
- * *van die bemeestering van algoritmiese vaardighede na die ontwikkeling van algoritmiese **denke**;*
- * *van die toepassing van wiskunde om probleme op te los na probleemoplossing as 'n **ondersoekmetode**.*

Hierdie veranderinge in benadering het nie oornag gemanifesteer nie. In die vroeë sewentigerjare het die internasionale komitee

¹ Kyk: Hoofstuk Twee, paragraaf 2.3.3.6

vir wiskunde-onderrig en leer van UNESCO¹ (1973) reeds die volgende in hierdie verband te sê gehad (Pellerey, 1991:877):

There is a progressive change from passive acceptance of expository teaching to active involvement in inquiry-oriented learning.

Hierdie benadering is op jare se navorsing gebaseer. Sedert die vroeë sewentigerjare het navorsing wêreldwyd aangetoon dat leerlinge daartoe in staat is om hulle eie metodes te konstrueer om probleme die hoof te bied (Pellerey, 1991:878). Die probleme wat leerlinge met wiskunde ondervind, het hierdie navorsing wêreldwyd gestimuleer. Norman & Schmidt (1992:557) kom onder andere tot die volgende gevolgtrekkings na 'n studie van probleemgesentreerde leer:

- * *learning in a problem-based format may foster, over periods up to several years, increased retention of knowledge;*
- * *some preliminary evidence suggests that problem-based learning curricula may enhance both transfer of concepts to new problems and integration of basic science concepts into (clinical) problems;*
- * *problem-based learning enhances intrinsic interest in the subject matter; and*
- * *problem-based learning appears to enhance self-directed learning skills, and this enhancement may be maintained.*

In lande soos die VSA, die Verenigde Koninkryk, Nederland en Brasilië is omvattende navorsing deurlopend aan die gang rondom die vraag insake die benadering tot wiskunde-onderrig en leer. Die navorsingseenheid vir wiskunde-onderrig aan die Universiteit

¹ United Nations Educational, Scientific and Cultural Organisation

van Stellenbosch het in 1989, in samewerking met onderwysers en amptenare van die Kaapse Onderwysdepartement (KOD) hierdie nuwe probleemgesentreerde-benadering in 'n paar laerskole ingevoer (Pythagoras, 1995:5).

Na verdere navorsing is die nuwe sillabus wat die nuwe probleemgesentreerde benadering onderskryf, in 1992 soos reeds vermeld in standerd twee geïmplementeer. Een van die vernaamste veranderinge het leerlinge se getalbegrip geraak. Leerlinge is nou toegelaat om met groter getalle te werk as wat tradisioneel voorgeskryf was. Laerskoolleerlinge met 'n bo gemiddelde getalbegrip word toegelaat om byvoorbeeld met groter getalle te eksperimenteer¹. Onderrig- en leermetodes wat op tradisionele konsepte en voorskrifte soos optelling met ene- en tienekolomme berus, het ook vanuit die sillabus verdwyn. Leerlinge word aangemoedig om self na oplossings te soek.

Maree J G (1995(b):69) wys op die volgende voordele van die probleemgesentreerde benadering:

*Die kind kom (dus) op 'n betekenisvolle, insigtelike manier tot die oplossing. Die betekenis van bewerkings en probleemoplossingstrategieë word ontdek aan die hand van ware probleemoplossing, wat heelwat meer is as bloot 'somme met woorde'. ... Wiskunde word dus beskou as 'n proses; 'n **strukturende denkwys**e. Wanneer iemand aan 'n kind voorskryf hoe hy moet dink, word hy die geleentheid ontnem om sy eie gedagtepatrone, denkstrukture en denkwys te vorm; juis daardie instrumente waarmee hy sin aan die wêreld gee.*

In reaksie op die reeds genoemde kritiek teen die benadering wys Maree J G (1995(b):69-70) daarop dat dié benadering nie empiries

¹ Vergelyk ook die opmerkinge van Cousin Peter in hierdie verband in paragraaf 3.4.2

vergelykbaar met die tradisionele benadering is nie. Die hoofrede hiervoor is dat die benaderings verskillende doelstellings nastreef en gevolglik nie op dieselfde vlak meetbaar is nie. Verdere voordele van die nuwe benadering wat Maree uitlig is die feit dat leerlinge nog steeds hulle tafels, sekere reëls en beginsels aanleer. Hulle doen dit egter binne 'n probleemoplossingskonteks en leer dit nie bloot as niksseggende rympies aan nie. Die nuwe benadering maak ook meer voorsiening vir verskillende leerstyle en leerlinge word nie afgerig nie.

Die implementering van hierdie probleemgesentreerde benadering plaas 'n groot verantwoordelikheid op die skouers van die onderwyser. Sosiale interaksie, groepwerk, probleemoplossing en maksimale leerlingbetrokkenheid rig elk sy eie appèl tot die onderwyser. Murray, Olivier & Human (1993:193) som hierdie benadering en gepaard gaande onderwyser-verantwoordelikheid soos volg op:

In a problem-centered learning approach compatible with a constructivist view of knowledge and learning, social interaction among students and attempts by students to make sense of their own and others' constructions lead to the development of shared meanings and to individual students' constructions of increasingly sophisticated concepts and procedures. Even within the same basic teaching approach, different patterns of social interaction and the role that the teacher assumes in the learning process heavily influence learning outcomes.

Volmink (1993(a):32) illustreer, die gebrekkige kennis wat heel dikwels by leerlinge bestaan wat nie aan die probleemgesentreerde benadering blootgestel is nie, aan die hand van die volgende probleem:

There are 20 sheep and 16 goats. How old is the

shepherd? If experience elsewhere in the world is anything to go by, there is much greater than even chance that most students will attempt an answer to this 'problem' and that their answers would be remarkably similar. ... The cumulative experience of students has led them to adopt the view that mathematics is the necessary outcome of meaningless things. This view is not only supported by the culture of learning in the mathematics classroom, but also by the dominant modes of teaching.

In enige samelewing, maar veral in die nuwe Suid-Afrika moet leerlinge op skool geleer word om self te dink, probleme aan te pak en hulle eie oplossings te soek. 'n Onderrig- en leerbenadering wat probleemoplossing voorop stel moet dus sentraal figureer in 'n wiskundekurrikulum. Die besondere rol wat meetkunde in 'n probleemgesentreerde benadering kan vervul, word voorts aangespreek.

3.5 DIE BESTUDERING VAN MEETKUNDE OP SKOOLVLAK

Die deduktief-aksiomatiese en formele twee-kolom (bewys en rede) bewysstruktuur van Euklidiese meetkunde, plaas meetkunde buite bereik van menige leerling. Meetkunde word gesien as 'n versameling abstrakte, onverstaanbare reëls, definisies en stellings. Dit is egter ironies dat meetkunde maklik deurgetrek kan word na die natuur en alledaagse lewe. Probleme rondom die berekening van oppervlaktes, volumes en afstande kom gereeld in die praktyk voor. Die mens word dus gereeld in sy alledaagse handel en wandel gekonfronteer met probleme wat hul oorsprong en oplossing in die meetkunde het. Die Egiptenare het duisende jare voor Christus reeds elementêre meetkunde bedryf om die vloedvlaktes van die Nyl op te meet.

Sanok (1991:21) omskryf meetkunde en die bestudering daarvan soos volg:

Geometry, the language used to describe spatial concepts and relations, is a study that promotes a deeper awareness of the real world. Geometry is the abstraction developing out of size, shape and position in the physical world. The teacher can set the stage for effective instruction of geometry by providing active learning situations where a student participates with interest.

Die natuur loop oor van meetkundige figure en strukture. Die natuur is in 'n komplekse, simmetriese balans. Hierdie ewewig in die natuur word ook in onder meer die argitektuur, ingenieurswese en kunste weergegee. 'n Praktiese, probleemgesentreerde benadering in wiskunde-onderrig en leer behoort dus, onder meer 'n samehang te toon met aspekte van meetkunde soos wat hierdie aspekte in die natuur verskyn. Meetkunde is een van die kurrikulumtemas wat hom by uitstek leen tot die implementering van die nuwe benadering tot die onderrig en leer van wiskunde.

3.5.1 Meetkunde op primêre skoolvlak

Alhoewel verskeie veranderinge reeds op die gebied van wiskunde-onderrig en leer plaasgevind het, het meeste veranderinge betrekking op die syferkomponent van wiskunde. Die ruimtelike faset van wiskunde het agterweë gebly. Al hoe meer stemme gaan op wat die invoer van meetkunde vanuit die leefwêreld van die kind op primêre skoolvlak bepleit. Van Niekerk (1995:7) stel die saak soos volg:

The approach to mathematical teaching is changing dramatically not only in South-Africa but throughout the world. The teaching of geometry has also been influenced. Geometry teaching should start from the first year of school and attention should be given not only to the curriculum but to the child's

personal experiences, the cultural historical background and the implication value of this new knowledge.

'n Meetkundekurrikulum vir primêre skole moet sy oorsprong hê in die leefwêreld van die kind. Wessels (1995:7) wys daarop dat meetkunde ook voorsiening behoort te maak vir die RSA se Multi-kulturele bevolking¹:

In the development of materials, a geometry curriculum for the primary school should start with the real world of the child. The role and importance of different people's world views, language and culture are critical factors which should be realised when materials and activities are designed. South Africa has a multitude of different cultures and languages that make it impossible to merely copy the materials and activities that have been developed in other parts of the world.

Meetkunde begin nie met die definiëring en postulering van beginsels en teorieë nie, maar volgens Freudentahl (1991:12) wel met die kind wat homself moet oriënteer in sy daaglikse milieu:

It (geometry) starts when the child has to orientate him/herself in their everyday surroundings. The familiarisation with the physical environment will eventually lead to more experiences that will pave the way for developing these definitions and theorems.

Die jong kind se meetkundige belewenisse is visueel van aard en op hierdie stadium hoef hierdie belewenisse nie in woorde weergegee te word nie. Hierdie aanvanklike ruimtelike

¹ Vergelyk paragraaf 3.6.2 in hierdie verband.

oriëntasie van leerlinge is instrumenteel in hulle latere abstrakte belewenis en oplos van meetkundige probleme. Daarom moet hierdie aangeleentheid reeds tydens die leerling se eerste skooljaar aangespreek word. Freudentahl (1991:14) wys verder op die rol van die kurrikulum alhier:

The curriculum should be designed in such a way to facilitate understanding of the different visual and tactile experiences. Once this is achieved, the accompanying linguistic development is addressed. At the same time these experiences must lead to the development of sufficient geometric knowledge to enable the child to cope with real life as well as further geometry in later years.

Die inhoud van 'n primêre meetkundesillabus moet baie omsigtelik gekies word. Van Niekerk (1995:7) wys, in aansluiting by van Hiele, daarop dat die inhoud soos die leerlinge se denkprosesse by die konkrete moet begin en moet spiraal na die meer abstrakte. Sy wys ook op die belangrikheid van inhoud, persoonlike ervarings en toepassingsmoontlikhede tydens die onderrig- en leerproses. Posamentier (1989:679) wys daarop dat meetkunde in die primêre skool nie 'n blote afgewaterde weergawe van die sekondêre skoolsillabus moet wees nie, maar:

It should centre on visual justification of geometrical phenomena. Topics need not be presented in an order consistent with a true 'geometrical logic' but should be presented in the context of other themes, such as measurement and estimation, unusual relationships, movement of geometrical shapes, varying parts of geometrical figures, and visual studies of the properties of various usual and unusual geometrical figures. These topics must involve paper-folding activities, paper-cutting activities, experimentation using computer graphics, construction with straightedge and compass, and other

endeavours that actively engage the student.

Die *betrokkenheid van die leerling by die onderrig- en leergebeure* staan dus sentraal. Die leerlinge moet op formele en informele wyse met probleme en meetkundekonsepte gekonfronteer word en met selfvertroue daarmee omgaan. Die verantwoordelikheid in hierdie verband word volgens van Niekerk (1995:11) voor die deur van die onderwyser geplaas:

... the success of a geometry curriculum is solely in the hands of the teachers of South-Africa! We can have access to the best designed materials, but this will be of little use if we as teachers are not convinced that children need geometry to live a better life!

Van Niekerk (1995:11) beklemtoon die rol wat die kurrikulum en kurrikuleerders in hierdie verband te speel het, soos volg:

Firstly, educators should realise the extreme importance of geometry as part of the existing school curriculum. Secondly, an experimental curriculum must be designed by people who specialise in this field. Thirdly, this curriculum must be properly tested in the actual classrooms of all the different groups in South Africa, before implementation! This implies that a lot of time and money are needed to realise a geometry curriculum for the primary school in South Africa.

3.5.2 Meetkunde op sekondêre skoolvlak

Om aansluiting te vind by die voorstelle in die vorige paragraaf en ter wille van kontinuïteit en konsekwentheid, volg dit logies dat die klem in meetkunde-onderrig en leer in die sekondêre fase ook behoort te verskuif na meer praktiese probleme. Die

paradigma dat Euklidiese meetkunde 'n dooie, abstrakte en onverstaanbare komponent van wiskunde is, behoort in die kiem gesmoor te word. Meetkunde is by uitstek 'n gedeelte van die werk wat sigself leen tot 'n probleemgesentreerde aanpakwyse. Leerlinge moet gemotiveer word om probleme self aan te pak en na oplossings vanuit hulle eie verwysingsraamwerk te soek. Definisies, stellings en aksiomas behoort steeds 'n geïntegreerde deel van die leerling se wiskundekennis te vorm, maar leerlinge moet veral ook hierdie teorie in verband met alledaagse konsepte kan bring.

Volmink (1993(b):301) spreek hom soos volg oor hierdie aangeleentheid uit:

Students often do not realise that mathematical concepts acquired through formal geometry bear any relation to their common sense notions. ... In a formal geometric system with heavy emphasis on two-column proofs which demand the use postulates and definitions strung together according to fixed rules of logic, it is often not surprising students tend to depend on an external authority to validate their believes rather than taking charge of their own experience.

Die formele en informele kennisstrukture en konsepte by leerlinge moet nie los van mekaar gesien word nie. Die onderwyser behoort daarna te streef om via die leerinhoud (hier meetkunde), formele, nuwe inhoude deel van die leerling se reeds bestaande informele kennisraamwerk te maak. Leerlinge moet begelei word om beide hierdie domeine in hulle denke, gevoelens en optredes te integreer. Leerlinge moet aangemoedig word om hulle eie denke en gevoelens tydens die leerproses te gebruik. Volmink (1993(b):292) se bestudering van leerlinge se begrip van meetkundige konsepte, lei hom tot die volgende gevolgtrekking:

The findings demonstrate that students construct

their own explanatory models in diverse ways and that they show a strong preference to use their own constructs on problems. It also shows how formal geometry, taught in schools is locked in pernicious conflict with students own quest for taking responsibility for their knowledge.

Leerlinge moet veral vrye teuels gegee word wanneer dit kom by die soeke na oplossings vir meetkundeprobleme.

3.6 MULTIKULTURALITEIT AS FASET VAN WISKUNDE-ONDERRIG EN LEER IN POST-APARTHEID SUID-AFRIKA

3.6.1 Inleiding

Die terrein van wiskunde omsluit alle gebiede en geleenthede waar wiskunde bedryf word of teenwoordig is. Al die geleenthede waartydens die leerling met wiskunde in aanraking kom, vorm deel van die terrein van die vak. Maree (1993:175) wys na aanleiding van sy navorsing rakende 'n model vir die hantering en identifisering van leerprobleme, op die belangrikheid van die terrein van wiskunde:

Indien die aard (WAT) en die oorsaak (WAAROM) van hierdie onderrig- en leerprobleme in wiskunde nie in samehang met die verskyningsplekke (WAAR) nagevors word nie, kan daar nie sprake wees van toereikende wiskunde-onderrig (HOE) ... nie, en veral nie van toereikende prestasie in wiskunde nie.

Maree (1993:176) onderskei verder tussen die volgende **verskyningsplekke** van wiskunde:

* *Die gesin*

- * *Die samelewing*
- * *Die wiskundekurrikulum*
- * *Die skool as leer- en onderrigsituasie*
- * *Die huiswerksituasie*
- * *Die klassituasie*
- * *Die skoolterrein*

Wiskunde word dus nie net in die klaskamer aangetref en bedryf nie. Wiskunde-onderrig en leer en wiskundekurrikulering word ten nouste geraak deur die samelewing en omgewing waarbinne dit plaasvind. Die gekompliseerde samestelling van bevolkings wêreldwyd en spesifiek in die RSA, plaas 'n groot verantwoordelikheid voor die deur van opvoedkundiges en kurrikuleerders. Steyn & Viljoen (1991:240) haal Ashley soos volg in hierdie verband aan:

Onderwys en opvoeding openbaar wêreldwyd, en in Suid-Afrika in die besonder 'n krisiskarakter. Die onderwysproblematiek vorm deel van die sosio-ekonomiese en polities-ideologiese krisis en dit is onder andere ook die formele skoolkurrikulum wat toenemend in die spervuur beland. Ons huidige skoolkurrikulum het nie daarin geslaag om die komplekse realiteit van die Suid-Afrikaanse samelewing na behore aan te spreek nie.

Vanaf die vroeë tagtigerjare het al hoe meer stemme opgegaan wat die aangeleentheid van multikulturele onderwys bepleit het. Die heterogene reënboognasie in die RSA kompliseer die terrein waarop die opvoedkunde, didaktiek en spesifiek wiskunde sigself bevind. De Vries (1990:5) omskryf multikulturele onderwys soos volg:

Multikulturele onderwys is derhalwe 'n poging om erkenning te gee aan die etniese en kulturele diversiteit van die samelewing deur aan leerlinge van die verskillende kulture, nie in aparte skole nie,

maar in dieselfde skool deur middel van dieselfde leerstof onderrig te gee.

Multikulturele onderwys en alles wat daarmee saamgaan, hou belangrike implikasies vir die probleemgesentreerde benadering in wiskunde-onderrig en leer in. Leerstof wat 'n appèl tot een leerling rig, rig nie noodwendig 'n appèl tot die volgende leerling nie - veral nie as hul sosio-ekonomiese en kulturele agtergronde radikaal verskil nie. Die internasionale beweging wat multikulturele onderrig en leer van wiskunde bestudeer, is juis op die been gebring om hierdie aangeleentheid in diepte te bestudeer. In die volgende paragraaf word kortliks by hierdie *Ethnomathematics* beweging stilgestaan.

3.6.2 Ethnomathematics

Taylor (1993:130) wys daarop dat debatte rakende wiskunde-onderrig tans oorheers word deur twee aangeleenthede, te wete konstruktivisme¹ en 'ethnomathematics'. Hy wys verder daarop dat 'ethnomathematics' die aangeleentheid van relevante wiskunde-inhoude aanspreek. Taylor (1993:130) wys op die volgende vraag:

... are the concerns of the debate primarily epistemological, pedagogical or political? ... ethnomathematics is ostensibly about the first of these issues, much of the debate revolves around the relationship between pedagogy and politics in mathematical education.

Uitsprake en studies rondom 'ethnomathematics' beweeg gevolglik dikwels op 'n politieke terrein². Die term is die eerste keer

¹ Kyk: Hoofstuk Twee, paragraaf 2.3.3.6

² Kyk: Hoofstuk Vier, paragraaf 4.3.1

deur D'Ambrosio (1985:45) gebruik en hy het aanvanklik 'ethnomathematics' soos volg gedefinieer:

... mathematics which is practised among identifiable cultural groups, such as national tribal societies, labour groups, children of a certain age bracket, professional classes, and so on.

Vithal (1993:275) wys op die algemene aard van hierdie definisie. Hy wys daarop dat enige persoon, hetsy 'n ingenieur, skryfwerker of selfs wiskundige, wat sigself besig hou met wiskunde, onder hierdie definisie besig is met sogenaamde 'etniese wiskunde'. Vithal (1993:275) som D'Ambrosio se uitbreiding van sy aanvanklike definisie soos volg op:

*In later papers, D'Ambrosio suggests that ethnomathematics be defined etymologically as the art or technique (**tics**) of understanding, explaining, learning about, coping with and managing reality (**mathema**) in different natural, social and cultural (**ethno**) environments.*

'n Aangeleentheid waarmee 'ethnomathematics' baie nou verweef is, is multikulturele onderwys. Die onderrig en leer van wiskunde in die RSA word wesenlik geraak deur die multikulturele samestelling van die bevolking. 'Ethnomathematics' het onder andere die klem op die oorheersend westers-georiënteerde kurrikulumtemas en vakinhoud geplaas.

'n Sekere probleem wat deur leerlinge van 'n sekere bevolkingsgroep as prakties en sinvol beleef mag word, mag vir ander leerlinge bloot 'n abstrakte, teoretiese probleem bly. Die beginsel om negatiewe heelgetalle aan die hand van geld en spesifiek skuld te verduidelik, sal byvoorbeeld vir sekere leerlinge 'n totaal vreemde konsep wees. Laridon (1993:41) wys daarop dat weinig leerlinge van die voormalige Departement van Onderwys en Opleiding wiskunde op hoër graad tot standerd tien

neem en slaag. Die toetsing en eksaminering van wiskunde in post-apartheid Suid-Afrika behoort nie kultuurgebonde te wees nie. Baily & Shan (1991:20) sluit soos volg hierby aan:

A recognition that culture in its entirety plays a fundamental part in the affairs of both teaching and assessment will at least be a start in improving the levels of our students.

Die onderrig en leer van wiskunde in 'n multikulturele samelewing is afhanklik van die onderrigtaal. Die aanleer van wiskundevaktaal in 'n multikulturele samelewing is 'n komplekse aangeleentheid¹. Presmeg (1989:19) wys op die volgende:

... there are at least two types of language-related difficulties in learning mathematics (in multicultural classrooms). ... type A is caused by lack of fluency in the language of instruction, ... type B, arises when the thought processes assumed by the teacher or curriculum developer are not those of the learner.

Tydens kurrikulumontwikkeling behoort daar voortdurend hieraan aandag gegee te word. Taalverwante aangeleenthede behoort leerlinge nie te verhinder om vry met wiskundekonsepte om te gaan nie.

'n Verdere aspek van wiskunde waarop 'etniese wiskunde' veral klem lê, is informele wiskunde. Wiskundige kennis en konsepte word deur 'n verskeidenheid van volwassenes en kinders buite die formele onderrig- en leersituasie gebruik en aangeleer. Vithal wys daarop dat onder andere melkmanne, dobbelaars, konstruksievoormanne, vissermanne, boere, skrynwerkers, straatmouse, lekkergoedverkopers en persone wat inkopies doen, almal informeel met wiskunde omgaan. Hulle ontwikkel en verfyn

¹ Kyk: Hoofstuk Drie, paragraaf 3.3

strategieë om wiskundige probleme wat hul daagliks in die praktyk teëkom, op te los.

Die toepassingsfaset van wiskunde, soos ook deur die probleemgesentreerde benadering onderskryf, moet volgens navorsers oor 'etniese wiskunde' 'n belangrike rol in enige wiskundekurrikulum speel. D'Ambrosio (1991:22) verwys onder andere soos volg na die kurrikulumimplikasies van 'ethnomathematics':

... ethnomathematics is not recognized as a structured body of knowledge, but rather as a set of ad hoc practises. ... Curriculum development in third world countries requires a more global, clearly holistic approach, not only by considering methods, objectives and contents in solidarity, but mainly by incorporating the results of anthropological findings into the curriculum.

Wiskundevakinhoude behoort gevolglik baie omsigtig gekies te word. Vakinhoude behoort nie 'n spesifieke groep te bevoordeel deur meer by hulle verwysingsraamwerk aan te sluit nie. Inhoude wat daarna streef om 'n appèl tot alle leerlinge op skoolvlak in die RSA te rig, behoort voorrang te geniet. Onderwysers behoort egter daarteen te waak dat die aard en struktuur van wiskunde nie verlore gaan in hulle soeke na nie-rassige vakinhoude nie. Margaret Thatcher, vorige eerste minister van die Verenigde Koninkryk het in hierdie verband die volgende opgemerk (Pimm, 1992:69):

Children who need to be able to count and multiply are learning anti-racist mathematics - whatever that may be.

Jenner in Pimm (1992:79) waarsku verder teen hierdie oorsensitiwiteit ten opsigte van gekose vakinhoud:

The children in our schools come from many cultures and as teachers we try to introduce materials into the classroom that reflect their backgrounds. We need to be aware that many of the ideas we introduce on an assumption that they are reflecting the children's background may have little or no meaning or relevance for the children. ... Mathematics materials need to offer images of a world which pupils recognise and feel part of, not unrealistic, ill-informed views of their pupils' cultures.

Die komplekse karakter van etniese wiskunde word hierdeur illustreer. Alhoewel daar huidige baie onsekerheid rondom die implementering van 'etniese wiskunde'-konsepte bestaan, is dit 'n navorsingsveld wat moontlik daartoe kan meehelp om antwoorde te vind op die multikulturele onderrig- en leerprobleme wat in die RSA ondervind word. Vithal (1993:286) beklemtoon die behoefte aan en belangrikheid van sodanige navorsing soos volg:

... it is likely that further research will bring greater clarity and consensus about the construct of ethnomathematics itself and also provide clearer implications for the school curriculum.

Slabbert (1994:1) wys soos volg op die belangrikheid en dringendheid van die erkenning van die RSA se multikulturaliteit in plaaslike onderwys:

Never before have the challenges of education in South Africa been more pronounced than today. A new society has evolved which is truly multicultural and South Africa has recently been called the country of rainbow people. No doubt, education in South Africa will have to deal with the advantages and disadvantages of this situation swiftly and effectively.

3.7 SAMEVATTING

Wiskunde en die onderrig en leer daarvan fassineer die mens reeds van die vroegste tye af. In die mens se soeke na oplossings vir alledaagse probleme, betree hy gereeld die terrein van die wiskunde. Hierdie benadering het dan ook oorsprong gegee aan probleemgesentreerde onderrig- en leerstrategieë. Leerlinge leer op hul eie unieke manier en daarom word nuwe wiskundige konsepte op verskillende maniere tot hul verwysingsraamwerk toegevoeg.

Die toereikende aktualisering van hierdie konsepte is afhanklik van die leerling se beheersing van wiskundevaktaal en wiskundige taalvaardighede. Die eie aard en struktuur van wiskunde mag nie los van die onderrig- en leergebeure gesien word nie, maar moet eerder die onderrig en leer komplimenteer. Die onderwyser moet gevolglik vele fasette in aanmerking neem voordat hy sy leerlinge met 'n nuwe wiskundekonsep kan konfronteer. Faktore soos die multikulturele samestelling van die bevolking van die RSA dra by tot hierdie moeilike taak.

Die wiskunde-onderwyser moet die ideaal van lewenslange leer verwesenlik en homself gereeld vergewis van die nuutste onderrig- en leerstrategieë. Maree (1993:172) verwoord hierdie komplekse taak soos volg:

Die wetenskaplik georiënteerde wiskundeleerkrag probeer voortdurend om die bestaande praktyk van wiskunde-onderrig te verfyn en verbeter aan die hand van die wetenskaplike insigte wat hy deur sy navorsing ten aansien van wiskunde of die didaktiek van wiskunde onderneem. Een moontlike terrein van navorsing ten aansien van wiskunde is die terrein van kurrikulering in wiskunde, primêr in skoolse en sekondêr in beroepsverband.

Kurrikuleerders het gevolglik net so 'n belangrike rol te speel

ten aansien van wiskunde-onderrig in die RSA. Vakinhoude in wiskunde moet leerlinge uit alle lae van die bevolking motiveer om hul kognitiewe vermoëns toereikend te aktualiseer. Kurrikula en kurrikulum-ontwikkeling word vervolgens in Hoofstuk Vier bespreek.

HOOFSTUK VIER

KURRIKULA EN KURRIKULUMONTWIKKELING MET SPESIFIEKE VERWYSING NA DIE VAK WISKUNDE

4.1 ORIËNTERENDE PERSPEKTIEF

4.1.1 Inleiding

In die lig van die omvang en kompleksiteit van die veld betreffende die daarstelling en ontwikkeling van kurrikula sal daar in hierdie gedeelte slegs van die belangrikste eienskappe van kurrikula en kurrikulumontwikkeling belig word. Modelle en riglyne ten opsigte van kurrikulumontwikkeling in die algemeen is immers ook spesifiek op enige vakgebied, insluitende wiskunde, van toepassing. Daar word verder aandag geskenk aan tendense in kurrikulumontwikkeling wêreldwyd en ook in die RSA, wat as riglyne kan dien vir toekomstige wiskundekurrikulumontwikkeling in post-apartheid RSA.

Wiskundekurrikula wêreldwyd verskil van mekaar in omvang, vorm, aard en doelwitstelling. Nogtans het almal die onderrig en leer van wiskunde in gemeen. Howson (1991:15) wys daarop dat Noord-Ierland se wiskundekurrikulum die doel van die onderrig en leer van wiskunde byvoorbeeld soos volg omskryf:

*we teach mathematics because:
of its use in everyday life,
it can be enjoyable,
of its value as a subject in its own right,
of its application to other subjects.*

Hierteenoor beskou die Franse volgens Howson (1991:16) wiskunde as 'n instrument tot:

developing reasoning powers: observation, analysis, deductive thought; stimulating the imagination; promoting the habit of clear expression, both written and oral; stressing the qualities of proceeding methodically and with care.

Daar is 'n identifiseerbare klemverskil tussen die benaderings wat in verskeie lande voorkeur geniet. Hierdie klemverskuiwing word onder andere deur hulle doelwitformulering (wat deel uitmaak van die kurrikuleringsmodel wat vir hierdie studie aanvaar word) beklemtoon. Die terme kurrikulum en kurrikulumontwikkeling word voorts verder omskryf.

4.1.2 Kurrikulum

Die woord kurrikulum¹ is sinoniem aan die woorde kursus en koerier, afkomstig van die Latynse woord **currere** wat hardloop beteken (Funk & Wagnalls, 1964:137). Kurrikulum beteken dus letterlik die weg waarlangs gehardloop moet word soos aangedui deur 'n koerier of wegwysers. Greyling (1993:5) omskryf die weg verder:

Wanneer die weg beskryf word, in fyn besonderhede, dan resulteer dit in 'n kurrikulum of plan waarvolgens vaardigheids- en leerinhoud ontsluit en tot eie kennis en vaardigheid van die leerder gemaak moet word, hetsy deur onderrig deur leermeesters of deur selfonderrig.

Die kurrikulum dui die weg aan wat leerlinge bewandel oppad na vakkundigheid en volwassenheid. Die algemeenheid van hierdie stelling onderskryf die omvangryke en komplekse studieveld waarbinne kurrikula lê. Lewy (1991:4) wys soos volg op die moeilik definieerbare gebied wat 'n kurrikulum omsluit:

¹ Vergelyk ook Paragraaf 1.2.2.2

..., there is little agreement on where curriculum matters leave off and all the rest of education begins; some who call themselves curriculum theorists maintain that the distinction is specious. Not surprisingly, then, there are many different definitions of what a curriculum is and, therefore, what curriculum as a field of study is. Obviously, it is necessary to study different and many more things when curriculum is defined as 'all the experiences one has under the jurisdiction of a school' rather than 'a course of study'.

Die bestudering van kurrikula is 'n baie omvangryke veld en gevolglik bestaan daar 'n hele aantal definisies van 'n kurrikulum wat elk in 'n mindere of meerdere mate klem lê op sekere aspekte of onder-afdelings van 'n kurrikulum. Jansen (1986:25-9) ontleed 'n hele aantal definisies voordat hy 'n kurrikulum soos volg definieer:

'n Kurrikulum is 'n plan of program vir onderrig-leer wat gekonseptualiseer is in die lig van sekere doelstellings en waarin minstens geselekteerde en geordende inhoude opgeneem is.

Die algemeenheid van Jansen se definisie onderstreep die wye veld van kurrikulering verder. Goodlad (1979:23) onderskei tussen 'n substantiewe, 'n polities-sosiale en 'n tegnies-professionele komponent van kurrikula. Goodlad (1979:26) beskryf hierdie drie komponente soos volg:

The first is substantive and has to do with goals, subject matter, materials and the like - the common places of any curriculum. Inquiry is into the nature and worth. The second is political-social. Inquiry involves the study of all those human processes through which some interests come to prevail over others so that these ends and means rather than

others emerge. The third is technical-professional. Curriculum inquiry examines those processes of group or individual engineering, logistics, and evaluation through which curricula are improved, installed, or replaced.

Kurrikula en die bestudering daarvan omvat dus baie meer as blote voorskrifte in verband met sillabusonderwerpe wat onderrig moet word. Die onderrigbenadering van die onderwyser op 'n spesifieke stadium in die onderrig- en leergebeure sal bepaal watter komponent of selfs definisie van 'n kurrikulum op daardie stadium vir die leerkrag relevant is. Die volgende omskrywing van 'n kurrikulum deur die ANC (1994(a):67) sluit nou aan by kurrikulummodelle¹:

The curriculum is understood to be more than syllabus documentation. It refers to all of the teaching and learning activities that take place in learning institutions. It includes:

- * the aims and objectives of the education system as well as the specific goals of learning institutions*
- * what is taught: the underlying values, the selection of content, how it is arranged into subjects, programmes and syllabuses, and what skills and processes are included*
- * the strategies of teaching and learning and the relationships between teachers and learners*
- * the forms of assessment and evaluation which are used*
- * how the curriculum is serviced and resourced, including the organisation of learners, and of time and space, and the materials and resources that are made available*
- * how the curriculum reflects the needs and*

¹ Kyk: Hoofstuk Vier, paragraaf 4.2

interests of those it serves including learners, teachers, the community, the nation, the employers and the economy.

Hierdie definisie illustreer onder andere die sosiaal-politiese sy van kurrikula soos deur Goodlad (1979:26) beskryf. Voormelde definisies van die kurrikulum is ook vir hierdie studieterrein, spesifiek wiskundekurrikula, geldig.

4.1.3 Kurrikulumontwikkeling

4.1.3.1 Begripsomskrywing

Die veranderinge in die nuwe RSA het die belangrikheid van kurrikula en spesifiek kurrikulumontwikkeling opnuut onderstreep. Kurrikula moet aangepas en ontwikkel word om die behoeftes van die nuwe RSA te hanteer. Die Transvaalse Onderwysersvereniging (TO) (1994:2) stel dit byvoorbeeld dat die ontwikkeling van kurrikula daarop gemik moet wees om toereikende leergeleenthede en begeleiding aan leerlinge te bied sodat hulle:

- * *toegerus kan word met intellektuele, emosionele, sosiale, morele bekwaamhede en ten opsigte van vaardighede en andersins optimaal kan ontwikkel*
- * *nuttige, verantwoordelike, verantwoordbare, selfstandige en selfonderhoudende burgers van 'n demokratiese land, die Republiek van Suid-Afrika, kan word en*
- * *so ver as moontlik uitgedaag word om optimale lewenslange leerders te wees.*

Die ontwikkeling van kurrikula in die RSA vandag moet gevolglik gedoen word met breë onderwysdoelstellings asook spesifieke

vakdoelstellings in die oog. Wiskundekurrikula moet enersyds daarna strewe om te verseker dat basiese wiskundige en wetenskaplike feite en metodes korrek oorgedra en geleer word. Andersyds moet die wiskundekurrikulum soos enige ander kurrikulum daarna strewe om 'n multikulturele, demokratiese, nie-seksistiese en nie-rassige onderwysstelsel daar te stel en uit te bou (TO:1994,2).

Kurrikulumontwikkeling¹ word soos volg deur (Jansen, 1986:67) gedefinieer:

*Dit dui op die doelgerigte en sistematiese opbou van 'n vak of breë kurrikulum en die voortdurende evaluering, hersiening en vernuwing daarvan. Die opbou geskied langs die weg van vasgestelde prosedures soos **situasie-analise, doelstellingformulering, seleksie en ordening van inhoude volgens kriteria, bepaling van geskikte aanbiedingswyses en onderwys hulpmiddels, uittoetsing, evaluering en hersiening, implementering en summatiewe evaluering.***

Ook Sukkar (1986:301) beklemtoon die belangrikheid van doelwitte, doelstellings, strategieë en evaluering in die volgende omskrywing van kurrikulumontwikkeling:

Curriculum development is a means for attainment of predetermined educational goals within the constraints of available resources. It consists of the intentions of the institution (goals and objectives), the educational strategies for achieving these intentions and the means of evaluating the outcomes of such strategies.

Voormelde definisies sluit nou aan by die stappe in die

¹ Kyk: Hoofstuk Een, paragraaf 1.2.2.6

kurrikuleringsmodel wat vir die doel van hierdie studie aanvaar word. Verskillende modelle vir wiskundekurrikulumontwikkeling word in Paragraaf 4.2 verder belig.

4.1.3.2 'n Historiese oorsig¹ oor kurrikulumontwikkeling tydens die laaste paar dekades

Kurrikulumontwikkeling het saam met die nuwe wiskunde-beweging in die laat vyftigerjare opnuut op die voorgrond getree. Volgens Howson et al (1981:238) is oorhaastig gehandel en ondeurdagte wiskundekurrikula het verskyn. Feitlik geen aandag is aan doelwitformulering of die moontlike gevolge van die veranderinge aan die kurrikula gegee nie. Die bestudering van kurrikulumontwikkeling in wiskunde as 'n wetenskap in eie reg het egter al meer op die voorgrond getree. Howson et al (1981:239) omskryf die veranderinge soos volg:

Since the 1950s curriculum development has itself developed; moving from small beginnings to the prosperity of an academic, even scientific, reputation. In so doing, ideas, orientations and approaches have been changed.

Verskillende benaderings is gevolg tydens die daarstelling en implementering van nuwe kurrikula. Dewey en sy skool het die belange van die individu vooropgestel, Bobbitt en sy volgelinge het die belange van die gemeenskap beklemtoon en die nuwe wiskunde-beweging het wiskunde sentraal gestel (Howson et al, 1981:240). Al drie hierdie benaderings het later erkenning ontvang en 'n teoretiese struktuur is gesoek waarbinne al hierdie benaderings geakkommodeer kon word. Die kognitiewe leerteorie van Bruner² het in 'n mate hierin geslaag, maar

¹ Vergelyk paragraaf 1.3

² Kyk: Hoofstuk Twee, paragraaf 2.3.3.2

volgens Howson et al (1981:240) was hierdie integrasie van die drie benaderings op 'n hoë akademiese vlak en moeilik implementeerbaar in die klaskamer.

In die laat sestigerjare het die sosiaal-politiese sy van kurrikula sterk op die voorgrond getree en het die voornoemde struktuurbenadering op die agtergrond geskuif. Howson et al (1981:241) stel dit soos volg:

The equilibrium of demands realised in the structuralist approach was lost when, in the middle of the 1960s, social obligations and engagement claimed more consideration within the curriculum than the structuralist approach had conceded ... Events in the late 1960s, however, focused attention on the political aspects of curricula, and it was maintained that curriculum development should contain within it the ability to spot concealed intentions.

Kurrikula het tydens hierdie fase meer klem gelê op metodes en minder op inhoud wat suiwer wiskundig gefundeer is. Die versteekte of verborge kurrikulum wat sterk na vore getree het, wys op die inhoud waarmee leerlinge onbepland en ongestruktureerd in aanraking kom. Calitz et al (1982:2) wys onder andere op die waardes en houdings van die onderwyser wat onteenseglik deel van sy les uitmaak:

In die verborge kurrikulum kan houdings en gesindhede soos godsdienstige oortuigings, geslagsrolle en sosiale verhoudings sterk na vore kom.

'n Kurrikulum word vandag gedefinieer ten aansien van die hele onderrig- en leersituasie en die konsep van 'n verborge kurrikulum word hierdeur ingesluit. Malan & du Toit (1991:2) wys daarop dat die behoeftes van die gemeenskap en beroepsmoontlikhede vandag so 'n komplekse saak is dat kurrikulumontwikkeling deurlopend nodig is. Hulle beklemtoon

die aangeleentheid soos volg:

Vandag is die probleem van wat onderrig moet word en watter leerprestasies studente moet bereik, egter 'n komplekse en moeilike aangeleentheid. Beroepsmoontlikhede is talryk en dit vereis toenemend gesofistikeerde tegniese en intellektuele vaardighede en kundighede van beroepsbeoefenaars. Die samestelling van nuwe of wysiging van bestaande opleidingsprogramme, is daarom 'n saak wat nie meer sonder kundigheid en verantwoordelikheid onderneem kan word nie.

Wiskundekurrikulumontwikkeling behoort daagliks te geskied en veral onderwysers wat daagliks in die klaskamer staan en die kurrikula toepas, kan 'n groot bydrae lewer tot die verfyning van bestaande en toekomstige kurrikula.

Vervolgens word die aard van kurrikulumontwikkeling van naderby beskou.

4.1.3.3 Die aard van kurrikulumontwikkeling

Kurrikulumontwikkeling is onlosmaaklik deel van die breë onderwysbeleid van 'n land. Die mag en deelname van die onderskeie partye aan die kurrikuleringsproses bepaal hul bydrae tot die onderwys in die algemeen en tot kurrikula in die besonder. Gay (1991:294) beklemtoon die volgende elemente wat deel van die kurrikuleringsproses uitmaak:

The essential elements of the curriculum development process involve issues of power, people, procedures and participation. The critical questions are: Who makes decisions about curriculum issues? What choices or decisions are to be made? And how are these decisions made and implemented? Invariably

these concerns lead to curriculum development being characterized as an interactional process that is political, social, collaborative, and incremental in nature.

Kurrikulumontwikkeling is 'n interpersoonlike aangeleentheid wat besluite moet genereer rondom die plek vir kurrikulumbepanning, wie betrokke moet wees, watter werkwysse of metode gevolg moet word en hoe kurrikula geïmplementeer en hersien moet word (Beauchamp & Beauchamp, 1972:27). Kurrikulumontwikkeling is verder 'n politieke aangeleentheid. Politici en regerende partye het 'n groot aandeel in die daarstelling van die nodige fondse, wetgewing en riglyne vir die daarstelling en hersiening van kurrikula. Kurrikulumontwikkeling het ook 'n sosiale sy, Gay (1991:295) brei soos volg hierop uit:

..., curriculum development is a social enterprise. It is a 'people process' with all the attending potentialities and obstacles associated with humans engaged in social interactions. The interests, values, ideologies, priorities, role functions, and differentiated responsibilities form the contours of the interactional and dynamic contexts in which curriculum designs are made. The personalities of curriculum developers, the structures of school systems, and the different patterns of group relations among members of school communities are significant determinants of power negotiations, resource allocations, and valuative conflict resolutions, which permeate curriculum determination.

Die menslike faktor speel gevolglik 'n groot rol tydens kurrikulumontwikkeling. In wiskunde het die gemeenskap en ander betrokke partye ook 'n groot invloed. Sommige partye is groot voorstanders van die vormende en probleemoplossende waarde van wiskunde en veral Euklidiese meetkunde, terwyl ander kurrikuleerders glo die rol van onder andere meetkunde in

plaaslike wiskundekurrikula is uitgedien. Norman & Schmidt (1992:560) wys op die volgende ten aansien van die formeelvormende waarde van sekere vakke:

We have already indicated the fallacy in the notion that general fundamental cognitive skills can be acquired from a course in Latin, logic or lateral thinking and then used to solve broad classes of problems in other fields.

Zais (1976:448) beklemtoon die sosiale sy van kurrikulumontwikkeling verder:

... curriculum change is people change and cannot be brought about merely by fate or by organizational manipulation.

Verder is kurrikulumontwikkeling 'n handeling wat op samewerking berus. 'n Enkele individu sal baie moeilik 'n kurrikulum kan ontwikkel. Verskeie wiskundekenners, kurrikuleerders en selfs politici werk saam om 'n wiskundekurrikulum die lig te laat sien. Gay (1991:295) laat homself soos volg hieroor uit:

... curriculum development, at any level is a collaborative and cooperative enterprise. The fact that instructional planning involves a variety of technical and human relations skills, and must attend to many different priorities, perceptions, vested interests, and value commitments makes it virtually impossible for individuals, operating alone, to complete the task efficiently and affectively. Cooperation is essential in curriculum development.

Die verskillende partye betrokke tydens die kurrikuleringsproses wys verder op die komplekse aard daarvan. Onderwysers, vakhoofde, departementshoofde, skoolhoofde, superintendente en vakkomitee-lede is etlike van die vele rolspelers tydens

kurrikulumontwikkeling. Kurrikulering vind onder andere in klaskamers, die skool en op breë onderwysfront plaas. Samewerking tussen hierdie groepe onderling is van kardinale belang vir die daarstel van 'n effektiewe, wetenskaplik verantwoordbare kurrikulum.

Laastens is dit belangrik om daarop te let dat die ontwikkeling en daarstelling van 'n kurrikulum dikwels nog suiwer wetenskaplik, nog suiwer sistematies geskied. Hierdie aspek van kurrikulumontwikkeling word goed omskryf in die volgende verduideliking van Walker (1976:299):

... we recognize that curriculum changes are necessarily subject to the operation of enormously powerful social forces that cannot possibly be brought under the control of any technical procedures or systematically designed process. The action of these powerful forces is influenceable at times and in some ways, and professional educators charged with responsibility for curricular maintenance and change need to learn how to cope with those forces as well as they can. The image of the technician at the control panels directing the entire operation needs to be replaced by a more realizable one, perhaps that of a mountaineer using all the tricks of modern science, together with personal skill and courage and an intimate study of the particular terrain, to scale a peak.

Die diversiteit van kurrikulumontwikkeling soos hier beskryf, het aanleiding gegee tot die daarstelling van verskeie modelle vir kurrikulumontwikkeling. Vir die doel van hierdie studie sal voorts net kortliks verwys word na enkele liniêre en sikliese modelle vir kurrikulumontwikkeling.

4.2 MODELLE VIR KURRIKULUMONTWIKKELING

4.2.1 Liniêre kurrikulumontwikkelingsmodelle

4.2.1.1 Tyler se model

Die kurrikulum-beweging wat in die begin van die vyftigerjare in die VSA ontstaan het, het kurrikulum verhef tot 'n belangrike onderwysaangeleentheid (Kachelhoffer, 1995). Hierdie beweging het sy ontstaan grotendeels te danke aan 'n werk deur Ralph W. Tyler te wete 'Basic principles of curriculum and instruction'. Hierin vra Tyler (1949:1) die volgende vier basiese vrae rondom onderrig en leer:

- * *What educational purposes should the school seek to attain?*
- * *How can learning experiences be selected which are likely to be useful in attaining these objectives?*
- * *How can learning experiences be organized for effective instruction?*
- * *How can effectiveness of learning experiences be evaluated?*

Tyler (1949:2-3) wys verder daarop dat die ontwerpspan vanuit 'n bepaalde onderwysbeskouing moet werk om te verseker dat hulle relevante en waardevolle keuses maak. Die keuse van doelstellings, leerervarings en die daaropvolgende stappe van die kurrikulumproses moet wetenskaplik en onderwyskundig verantwoordbaar wees.

Tyler verklaar verder dat onderwysdoelstellings drieledig van aard moet wees. Die belange en behoeftes van die leerlinge moet daarin weerspieël word, tweedens moet die samelewing waarbinne die leerling en skool hulself bevind, ook 'n bydrae tot die formulering van doelstellings maak. Laastens moet basiese kultuurerfgoed en kennisdissiplines in die kurrikulum vervat

word. Die doelstellings moet dan aan 'n bepaalde leerpsigologie en ook aan die spesifieke opvoedingsfilosofie wat die skool of instansie voorstaan, gemeet word (Tyler, 1949:16).

Die verloop van Tyler se model kan verder diagrammaties soos in **Figuur 4.1**¹ voorgestel word. Die voorlaaste stap in die figuur van Tyler se model word nie direk deur hom beklemtoon nie, maar hy verwys wel na die implementering van die kurrikulum in sy omskrywing van die evalueringsfase.

Tyler lewer 25 jaar later self kommentaar oor sy model en beklemtoon eerstens dat sy vier vrae steeds relevant is vir die proses van kurrikulumontwikkeling. Hy lê egter meer klem op die aktiewe rol wat leerlinge in die leerproses en gevolglik tydens kurrikulumontwikkeling kan speel. Hy plaas ook 'n groter onus op die evaluering van die hele leerproses (Tyler, 1977:11). Hy wys verder daarop dat leerlingbetrokkenheid afhanklik is van die keuse en aanbieding van kurrikulumonderwerpe wat 'n appèl tot die leerling rig. Tyler (1977:12) wys daarop dat leerlinge nie bemoeienis maak met leerinhoud wat hulle nie as sinvol beleef nie:

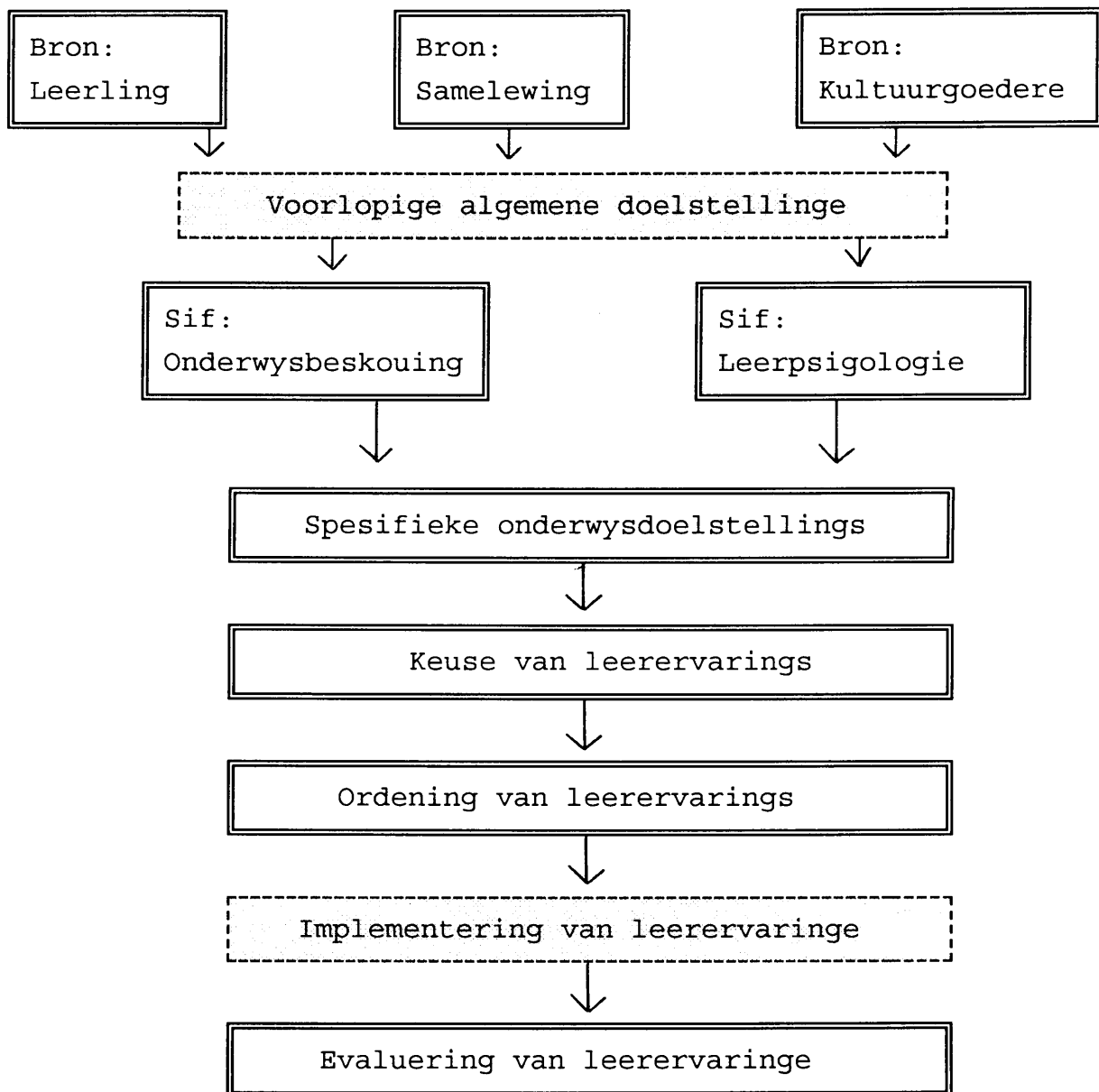
Only under coercion, or when offered tempting rewards, will an individual even attempt a learning task that seems to him meaningless or distasteful.

Alhoewel Tyler se model liniêr van aard is, verwys hy na kontinue hersiening van hierdie onderwysplan. Hy wys ook daarop dat die verbetering en hersiening van die plan op enige punt kan begin. Kriel (1990:201) wys in verband met die vraag na die bydrae wat vakspecialiste tot kurrikulumontwikkeling kan lewer, op die volgende uitlating van Tyler:

Veel kritiek is gelewer op die inskakeling van vakspecialiste omdat hulle insette te tegnies, te

¹ Kyk: Figuur 4.1 op bladsy 165

gespesialiseerd en ook andersins ongeskik is vir 'n groot aantal skoolleerlinge. Tyler meen dat vakspesialiste wel 'n belangrike bydrae kan lewer mits hulle, in plaas van uit te gaan van bogenoemde



FIGUUR 4.1 : Tyler se liniêre model vir kurrikulumontwikkeling (Kriel, 1990:200)

aanname, as vertrekpunt sal neem die vraag "Wat kan my vak bydrae tot die opvoeding van jong mense wat nie noodwendig in die vak gaan spesialiseer nie. Wat kan my vak bied vir die leek, die gewone burger?"

Onwetend het Tyler reeds hier die kwessie van differensiëring aangeraak. Wiskundekurrikula moet enersyds ruimte laat vir leerlinge wat wil spesialiseer in wiskunde maar andersyds ook ruimte laat vir leerlinge wat bloot 'n basiese wiskundige agtergrond wil verkry. Die onderskeie hoër, standaard en laer graad wiskundesillabusse vir die senior sekondêre fase is voorbeelde van hoe hierdie aangeleentheid in die verlede aangespreek is. 'n Groot verantwoordelikheid word op kurrikuleerders en die betrokke partye geplaas om 'n gedifferensieerde wiskundekurrikulum daar te stel wat aan die eise en behoeftes van post-apartheid Suid-Afrika sal voldoen. Die model van Hilda Taba, wat 'n verfyning van Tyler se liniêre model vir kurrikulering is, word vervolgens bespreek.

4.2.1.2 Taba se model

Tyler se vier vrae en model het as basis gedien vir verskeie kurrikulummodelle wat hierna gevolg het. Een hiervan is Taba se model wat het uit sewe elemente bestaan. Laridon (1981:30) wys daarop dat Taba, Tyler se kurrikuleringsmodel verfyn en teoreties begrond het. Volgens Taba (1962:11) lei die analise van kultuur en gemeenskap tot die daarstelling van doelstellings. Sy wys verder daarop dat kriteria vir kurrikulumontwikkeling verkry word vanuit inligting in verband met die leerproses, die aard van die leerders en die aard van die inhoud.

Krüger (1980:24) som die sewe elemente van haar model soos volg op:

- * *Behoeftebepaling*

- * *Doelstelling- en doelwitbepaling*
- * *Leerinhoudkeuse*
- * *Leerinhoudorganiserings*
- * *Keuse van leerervarings*
- * *Leerervaringorganisasie*
- * *Evaluering*

Elke stap van haar liniêre model bestaan uit onderafdelings waarin kriteria neergelê is vir kurrikulumontwikkeling. 'n Kurrikuleerder wat byvoorbeeld besig is met die vyfde stap van haar model naamlik die keuse van leerervarings, moet volgens Taba (1962:12) die volgende in gedagte hou:

- * *validity and significance of content*
- * *consistency with social reality*
- * *balance of breadth and depth of experience*
- * *provision for a wide range of objectives*
- * *learning - adaptability of the experience of the life of students*
- * *appropriateness to needs and interests of learners*

Die liniêre modelle het egter in gebreke gebly om die komplekse wisselwerking tussen die onderskeie elemente of stappe aan te toon. Wheeler het die model van Taba uitgebrei en in 'n sikliese struktuur geplaas.

4.2.2 Sikliese kurrikulumontwikkelingsmodelle

4.2.2.1 Die model van D.K. Wheeler

Die kurrikulumsiklus wat deur Wheeler gepropageer word, bestaan uit vyf fases. Hierdie fases volg logies opmekaar. Elke fase is egter nie slegs afhanklik van die voorafgaande fases nie, maar die fases wat daarna volg het net so 'n bydraende invloed. Die sikliese verloop het tot gevolg dat die proses van

kurrikulumontwikkeling kontinuu is en gevolglik nooit voltooi is nie. Die kurrikuleerder kan die proses ook op enige plek betree en die ontwikkeling van die kurrikulum van daar bedryf. Wheeler (1979:31) omskryf die vyf stappe soos volg:

- 1 *The selection of aims, goals and objectives.*
- 2 *The selection of learning experiences calculated to help in the attainment of these aims, goals and objectives.*
- 3 *The selection of content (subject matter) through which certain types of experiences may be offered.*
- 4 *The organization and integration of learning experiences and content with respect to the teaching-learning process within the school and classroom.*
- 5 *Evaluation of the effectiveness of all aspects of phases 2, 3 and 4 in attaining the goals detailed in phase 1.*

Wheeler (1979:32) beskou fase een as die mees problematiese. Die oorgaan van algemene doelstellings (aims) na spesifieke doelwitte (objectives) plaas veral 'n groot onus op die kurrikuleerder. Wheeler stel drie fases van doelwit- en doelstellingbepaling voor.

Uiteindelijke doelstellings (ultimate goals) moet gestel word. Hieruit word **tussentydse doelstellings** (mediate goals) afgelei. **Onmiddellike doelstellings** (proximate goals) vloei hieruit voort. Spesifieke doelwitte op onderrigvlak word vervolgens hieruit geformuleer (Janse van Rensburg, 1987:71).

Diab (1987:24) omskryf die invloed van die voornoemde wisselwerking soos volg:

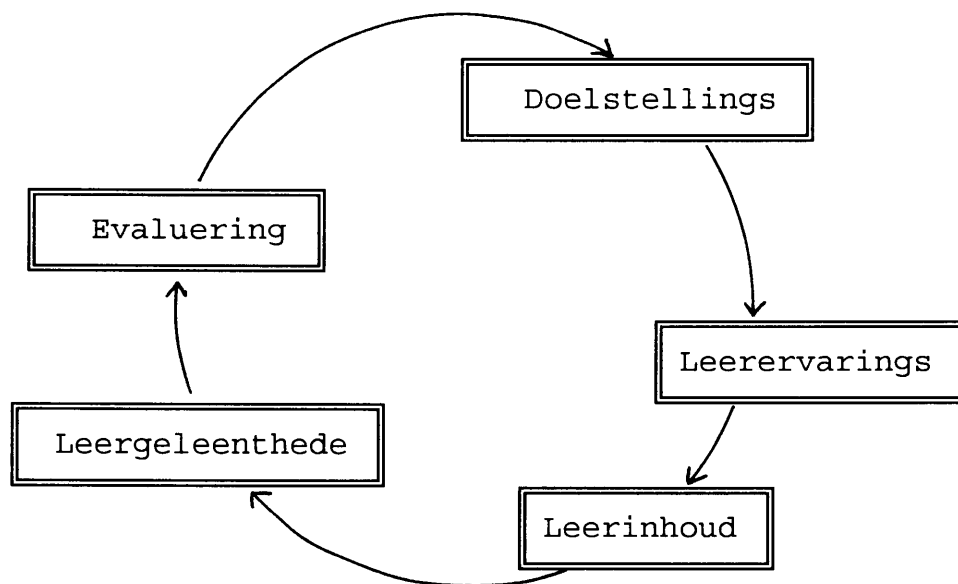
... if Wheeler's first phase is considered it is evident that the general aims of society influence the goals of the institution as well as the objectives of the teacher. In addition, ... the

influence of the aims, goals and objectives on the other elements of the curriculum process become equally evident.

Wheeler (1979:33) onderskei soos volg tussen die doel en doelstellings van 'n kurrikulum:

To say a full education includes the cultivation and discipline of the feelings is to do no more than to enunciate a general aim of education. To analyze it into behavioural patterns, or to quote illustrations of what it really means in terms of observable behaviour, is to reduce a general aim to an ultimate goal.

Wheeler se model word voorgestel in **Figuur 4.2**¹. Die sikliese samehang en onderlinge verbande tussen die fases is duidelik



FIGUUR 4.2 : Wheeler se sikliese model vir kurrikulumontwikkeling (Calitz et al, 1982:5).

¹ Kyk: Figuur 4.2 op bladsy 169

sigbaar. In die volgende paragraaf word na Krüger se model, wat nou by die van Wheeler aansluit, gekyk.

4.2.2.2 Die model van R.A. Krüger

Krüger (1980:18) plaas 'n hoë premie op beginsels en kriteria vir kurrikulumontwerp en -ontwikkeling. 'n Belangrike uitgangspunt van Krüger se teorie is dat kurrikuluminhoud werklikheidsgetrou en sinvol vir leerlinge moet wees. Totaal lewensvreemde inhoud wat die leerlinge as sinledig beleef moet vermy word (Krüger, 1980:7). Hy wys daarop dat kurrikula as programme vir onderrig en leer ten doel moet hê om 'n interaksie tussen die leerling en die werklikheid daar te stel. Wiskunde-kurrikula moet veral waak daarteen om lewensvreemde beginsels en teorieë vir onderrig en leer voor te staan.

Die model wat Krüger (1980:34) voorstaan, bestaan uit 'n siklus waarin die volgende ses beginsels nagevolg moet word:

- * *situasie-analise*
- * *doelstelling*
- * *beplande leerervaring*
- * *seleksie en ordening van leerinhoud*
- * *voorgestelde leergeleenthede*
- * *evaluering*

Krüger lê veral klem op die interaksie tussen die onderskeie beginsels. Hy wys daarop dat inhoud, leerervarings en leergeleenthede die uitvloeisel van bepaalde doelstellings en doelwitte is. Die samehang van die derde tot vyfde stappe, naamlik inhoud, leerervarings en leergeleenthede word duidelik geïllustreer deur sy voormelde uitgangspunt dat sinvolle leer en werklikheidservaring sinoniem is.

Laridon (1981:50) wys op die spirale aard van die voornoemde siklus. Die siklus word dus telkens herhaal en die kurrikulum

aangepas om aan hoër eise en nuwe verwagtings en tendense¹ te voldoen. Kriel (1990:235) beklemtoon die spiraalkarakter soos volg:

Die spiraal gee te kenne dat 'n eerste siklus van kurrikulumontwerp opgevolg word deur 'n tweede en desnoods derde of hoër siklus. Elke siklus bou voort op die voorafgaande siklus en by elke moment kan daar terugkoppeling wees met die ooreenkomstige vroeëre fase en veral met die doelstellingsmoment.

Die ooglopende verskil tussen Wheeler en Krüger se model is die aanvanklike stap, naamlik 'n situasie-analise wat in Wheeler se model ontbreek. Krüger (1980:103) bepleit as eerste beginsel die totale bestudering van die huidige sowel as die toekomstige situasie. 'n Deeglike situasie-analise sal die kanse op wêreldvreemde kurrikuluminhoude minimaliseer. Die model wat vir die doel van hierdie studie oorweeg word, sluit nou aan by die van Wheeler en Krüger.

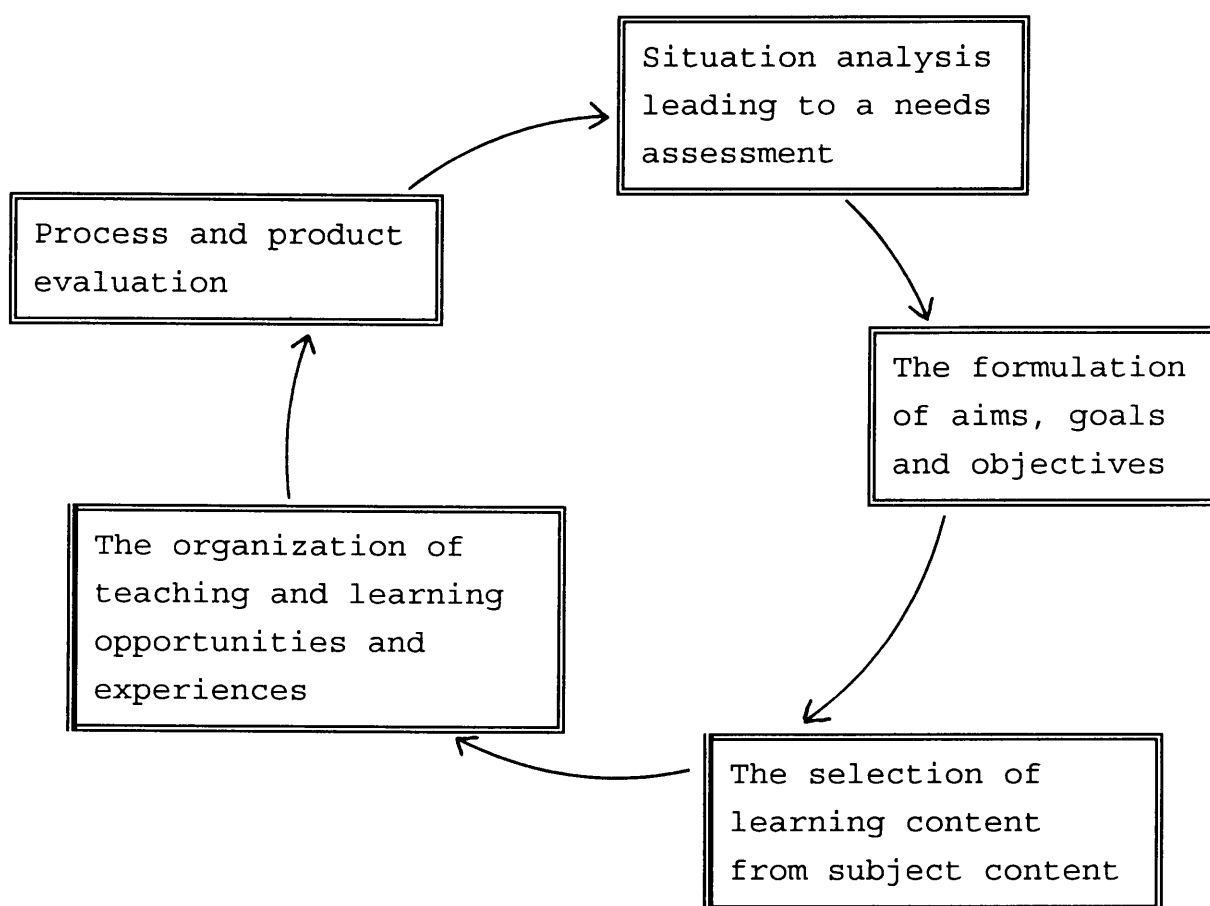
4.2.3 'n Kurrikulumontwikkelingsmodel vir hierdie studie: Die vyf-fase model.

Krüger (1980:114) wys reeds daarop dat die aktiewe fase van onderrig begin as 'n leergeleentheid, waartydens die leerling bepaalde leerervarings opdoen. Vanweë die noue verband tussen leerervarings en leergeleenthede word hierdie twee elemente (wat reeds in Tyler se model voorgekom het) saamgegroepeer in die model wat tans as die mees algemene aanvaar word. Volgens Kachelhoffer (1995) bestaan daar redelik algemene konsensus by kurrikuleerders dat die model vir kurrikulumontwikkeling soos

¹ Vergelyk die sosiaal-politiese aard van kurrikulering soos in paragraaf 4.1.2 aangerak.

vervat in **Figuur 4.3**¹ die mees resente is.

In die praktyk volg die elemente nie chronologies opmekaar nie. Daar word voortdurend voorwaarts en terugwaarts beweeg. Die keuse van leerinhoud is net so afhanklik van die doelstellings as wat dit van die leergeleentheid is. Daar is gevolglik 'n voortdurende wisselwerking tussen die vyf fases van die model. Calitz et al (1982:6) omskryf hierdie wisselwerking soos volg:



FIGUUR 4.3 : Die vyf-fase model vir kurrikulumontwikkeling (Kachelhoffer, 1995)

¹ Kyk: Figuur 4.3 op bladsy 172

Enigeen van die elemente word voortdurend deur die ander beïnvloed sodat daar voortdurend 'n interaksie tussen die elemente is. Hier is dus sprake van 'n dinamiese ewewig waar verskeie kragte in interaksie is. Hierdie ewewig kan versteur word as te veel waarde geheg word aan enigeen van die elemente.

Kurrikuleerders moet gelyke aandag aan die onderskeie elemente gee. Die sikliese model dui daarop dat evaluering diagnoserend én remediërend gedoen word. Die siklus herhaal hom nie telkens op dieselfde vlak nie, maar ook hier is daar sprake van 'n spiraalkurrikulum. Die elemente van die model word verder op 'n makro-, meso- en mikrovlak ontleed en bestudeer. Die KOD¹ (1991:51) wys daarop dat daar voorsiening gemaak moet word vir betrokkenheid vanuit makro-, meso- en mikrovlak. Die KOD (1991:51) omskryf hierdie drie vlakke soos volg:

Makrovlak: alles op nasionale vlak, byvoorbeeld strukture vir nasionale beleid

Mesovlak: onderwysowerhede verantwoordelik vir die verskaffing van onderwys, asook ander liggame gemoeid met onderwys

Mikrovlak: die grondvlak, dit wil sê daar waar die onderrig-leerhandelinge plaasvind.

In 'n groot organisasie, soos in die nasionale onderwysdepartement van enige land, kan hierdie algemene model verfyn word om te voldoen aan die vereistes wat deur die verskillende vlakke van bestuur gestel word. Die makrovlak sal in so 'n geval deur die nasionale onderwysdepartement verteenwoordig word, die mesovlak kan deur provinsiale onderwysowerhede verteenwoordig word en die mikrovlak kan uit die skool as instelling bestaan. Kachelhoffer (1995) illustreer hierdie uitbreiding van die model vir nasionale onderwys in die

¹ Die Komitee van Onderwysdepartementshoofde

RSA met **Figuur 4.4**¹.

Uit die uitbreiding van die model blyk dit duidelik dat die proses van kurrikulumontwikkeling dikwels op drie vlakke voltrek word. 'n **Kernkurrikulum** kan daargestel deur **nasionale** vakkomitees. Op **provinsiale** vlak kan hierdie kernkurrikulum

Organizational level:	Step in model for curriculum development:				
	1	2	3	4	5
National or central	Situation analysis and needs assessment (core curriculum)	Aims			Product evaluation (Matric examination)
Provincial or Regional	(syllabus frameworks)	Goals			
Local or Institutional (school)	(syllabus) (work Schedule)	Teaching and learning objectives	Selection of learning content (Text books)	Organization of teaching and learning opportunities (Educational media)	Process evaluation (Tests at school)

FIGUUR 4.4 : 'n Illustrasie van 'n moontlike toepassing van die vyf-fase model vir kurrikulumontwikkeling in die RSA (Kachelhoffer, 1995)

geïnterpreteer word en in die vorm van 'n **sillabusraamwerk** wat aan skole deurgestuur word. Skole implementeer weer hulle eie vakbeleid en **werkskemas** aan die hand waarvan die **sillabusinhoud** aan leerlinge onderrig word. Evaluering en toetsing op nasionale vlak kan deur middel van **produktevaluering** by wyse van byvoorbeeld die **matriekeksamen** geskied. **Skole** hierteenoor kan

¹ Kyk: Figuur 4.4 op bladsy 174

prosevaluering by wyse van **toetse** doen.

Malan & Du Toit (1991:8-21) onderskei duidelik tussen kurrikulering op makro-, meso- en mikrovlak. Op makrovlak verwys hulle na die formulering van 'n kursusdoel (course aims), op mesovlak na sillabustemadoelstellings (syllabus goals) en op mikrovlak na onderrig- en leerdoelwitte (teaching and learning objectives). 'n Wiskundekurrikulum moet ook 'n onderskeid op hierdie vlakke tref. Die DO se tussentydse kernsillabus vir wiskunde hoër graad, standerd agt tot tien (1995:1-3), onderskei in hierdie verband onder andere tussen samelewingsdoelstellings (aims), algemene onderrig- en leerdoelstellings (goals) en spesifieke doelstellings vir wiskunde-onderwys (objectives)¹.

Dit is belangrik dat die spesifieke aard van wiskunde nie misken word tydens die kurrikuleringsproses nie. Tydens al vyf die voormelde fases is dit belangrik dat die aard van wiskunde vanaf makro- tot op mikrovlak in die kurrikulum weerspieël word. Die essensies van kurrikulumontwikkeling vir vakke in die algemeen (wat tot dusver in hierdie hoofstuk aangerak is) word soos volg deur Kriel (1990:274) vir die vak wiskunde verbesonder:

'n Gebalanseerde wiskundekurrikulum op skoolvlak ... is die produk van 'n ontwikkelingsproses waarin die vakkundige insette gebaseer is op 'n omvattende vakbeskouing van Wiskunde - 'n vakbeskouing wat in ag neem dat Wiskunde formele, logiese intuïtiewe, empiriese, estetiese fasette en 'n toepassingsfaset het wat elk tot 'n gepaste mate aandag moet kry in sodanige kurrikulum.

Die besondere aard van wiskunde behoort deur enige wiskundekurrikulum weerspieël te word. Enkele aspekte van

¹ Kyk: Hoofstuk Drie, paragraaf 3.2.3

kurrikulumontwikkeling in die RSA¹ word vervolgens aangeraak.

4.3 TENDENSE IN KURRIKULUMONTWIKKELING IN DIE RSA

4.3.1 Oriënterende perspektief

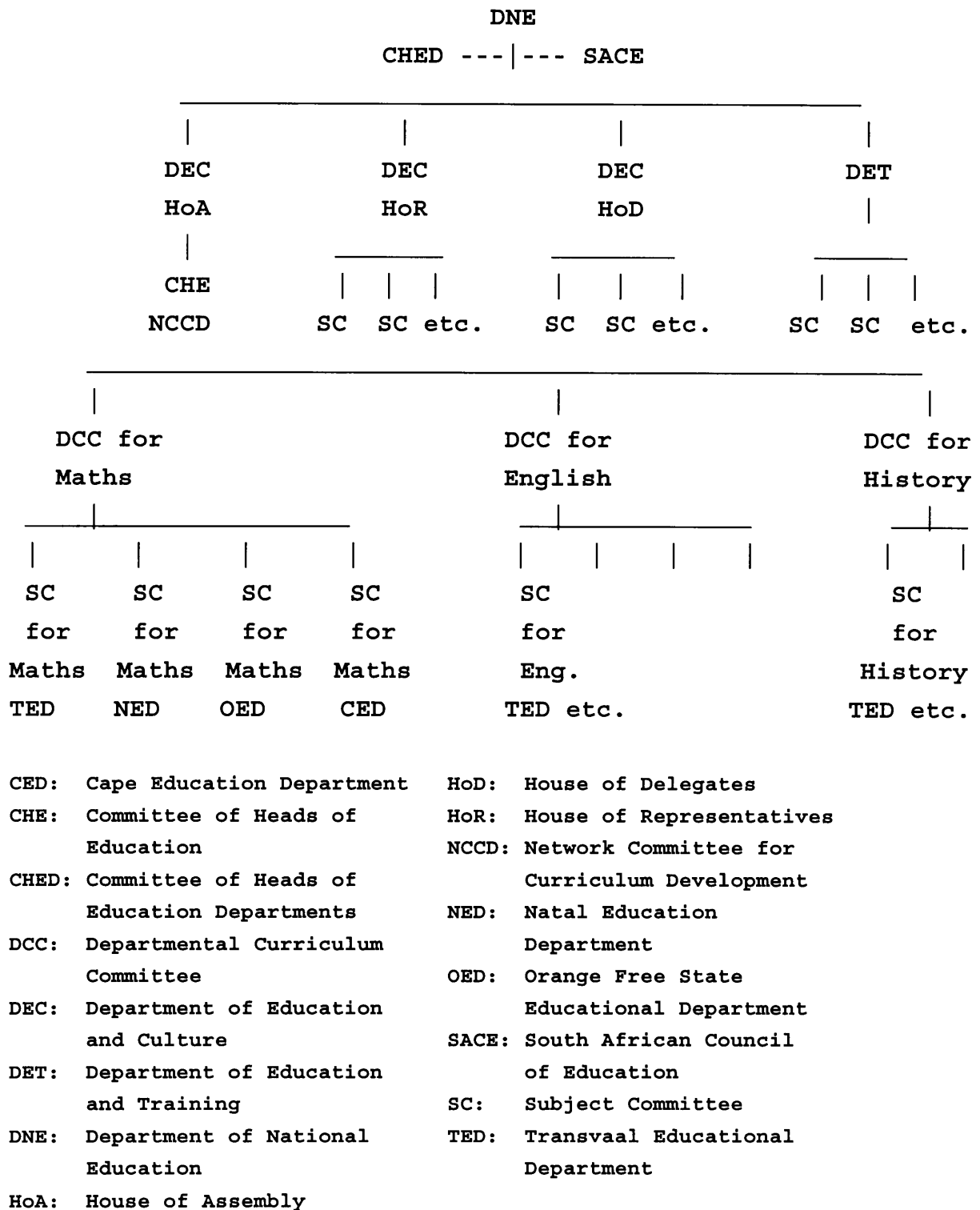
Kachelhoffer (1995) wys daarop dat kurrikulumontwikkeling medebepaal word deur twee aspekte, te wete wat geleer en onderrig moet word en wie hierdie besluit moet neem. Die tweede aangeleentheid dwing kurrikulumontwikkeling in 'n politieke rigting. Hoewel die keuse van wiskundekurrikulumonderwerpe ver van die hedendaagse politieke situasie verwyder is, betree die breë doelstellings van 'n kurrikulum en die besondere keuse of daarstelling van komitees vir kurrikulumontwikkeling die politieke speelveld. Vir die doel van hierdie studie word daar enkele uitsprake oor die onderwys, met spesifieke verwysing na kurrikulumontwikkeling, kortliks belig.

Taylor & Methula (1992:15) se opsomming van die rolspelers in kurrikulumontwikkeling in die apartheids-era word in **Figuur 4.5**² weergegee. Die toenmalige onderwysdepartemente en hul werkgewers het 'n dominante rol gespeel tydens kurrikulumontwikkeling. Die vele politieke rolspelers, buite die voormalige onderwysdepartemente in die apartheids-era, word deur die NEPI-verslag insake kurrikula (1992:29) uitgelig:

Within the broad democratic movement, a number of groups have articulated positions on education which have curriculum implications. These include the

¹ Vergelyk Hoofstuk Vyf, paragraaf 5.2 rakende wiskundekurrikulumontwikkeling in die RSA

² Kyk: Figuur 4.5 op bladsy 177



FIGUUR 4.5 : Committee responsible for the formulation of syllabi (Taylor & Methula, 1992:15)

National Education Crisis Committee (NECC) and the People's Education, the ANC and The Congress of South African Trade Unions (COSATO), the Pan-Africanist Congress (PAC) and the Azanian People's Organization (AZAPO). Again however, there are no detailed curriculum perspectives to be found in their documentation; curriculum orientations may be inferred from positions taken on education more broadly.

Die sogenaamde People's Education-beweging het in die tagtigerjare ontstaan om onderwys juis na die mense te bring en hulle baie meer inspraak in onderwys sake (insluitende kurrikulering) te gee. Die NEPI-verslag rondom kurrikulum (1992:30) beklemtoon die volgende voorstelle en aksies deur hulle geneem:

One of the clearest proposals of People's Education is that it envisages curriculum decentralization, with parents, teachers and students participating in the development of the curriculum. ... The strong demand for a single education system is consonant with a national core curriculum. However, local participation in curriculum development through PTSA's¹ and PTA's² would necessarily imply a degree of regional and local differentiation.

4.3.2 Nasionale voorstelle en aanbevelings ten aansien van wiskundekurrikulumontwikkeling

Die NECC het self kurrikulumwerk in wiskunde, geskiedenis en engels onderneem (NEPI, 1992:30). Die ANC het verskeie riglyne

¹ Parent-Teacher-Student Assosiations

² Parent-Teacher Assosiations

vir kurrikulumontwikkeling neergelê. Tydens hul kongres in 1992 het die ANC (1992:10) homself ten gunste van die volgende breë kurrikuleringbeginsels uitgespreek:

- * *a national core curriculum which reflects the norms and values of a non-racial, non sexist, and democratic society and which is relevant to ... the needs of the individual as well as the social and economic needs of society;*
- * *general education integrating academic and vocational skills which will prepare individuals to adapt to the needs of a changing and dynamic economy and will ensure equality of opportunity;*
- * *the development of a national democratic culture which allows for cultural and regional diversity;*
- * *a commitment to non-sexism in the curriculum;*
- * *a national accreditation and certification system.*

Die ANC (1994(a):68) beklemtoon verder die volgende:

There will be a national core curriculum for the General Education Certificate (GEC) and the Further Educational Certificate (FEC). A core curriculum is a pre-condition for promoting both horizontal and vertical integration as well as equality of opportunity by not differentiating between different types of curriculum.

Die belangrikheid van een wiskundekurrikulum vir alle skoolleerlinge word hierdeur beklemtoon. **Die aangeleentheid van 'n wiskundekernkurrikulum wat vir alle skoliere in die RSA geldig is, kom sterk na vore.** Hierdie kernkurrikulum moet die basiese wiskundige feite, kennis en metodes voorskryf wat deur alle leerlinge landwyd bestudeer moet word. Dit lê dus op die makro-vlak van kurrikulumontwikkeling. **Op mesovlak moet**

provinsiale owerhede¹ inspraak hê in die afhandeling van die kurrikulum en leerlinge in die skool (op mikro-vlak) moet 'n keuse kan uitoefen tussen 'n meer akademiese of 'n meer beroepsgerigte kurrikulum (ANC,1994(a):69).

Hindle (1992:7) wys ten tye van die tweede internasionale konferensie oor die politieke dimensies van wiskunde-onderwys, op die volgende pedagogiese probleme (naas polities georiënteerde kurrikulumprobleme) wat 'n veranderende Suid-Afrika in die oë staar:

- * *there are too many syllabi, and these are grossly overloaded. As a result, there is an over-reliance on textbooks, and content-orientation in assessment;*
- * *teachers are viewed as curriculum receivers, not makers of the curriculum; and*
- * *a static, unchangeable view of culture fosters an add-on approach to curriculum change.*

Alhoewel hierdie uitsprake moontlik in 'n mate eensydig en veroordelend is, bevat dit nietemin 'n mate van waarheid. Die daarstelling van een sentrale kernwiskundekurrikulum word vanuit vele oorde bepleit. Die betrokkenheid van onderwysers self en die gevolglike invloed vanaf mikro-vlak op wiskundekurrikulumontwikkeling word al meer deur kurrikuleerders bepleit. Die ontwikkeling in die verskillende modelle vir kurrikulumontwikkeling wys daarop dat lank reeds afgesien is van die gedagte dat veranderinge in 'n wiskundekurrikulum die blote byvoeging van nuwe onderwerpe behels. Meerkotter (1993:82) wys verder op die belangrikheid van die rol wat die leerling, onderwyser, die samelewing en ander rolspelers tydens wiskundekurrikulumontwikkeling te speel het:

Whatever we do in future regarding education and

¹ Kyk: Hoofstuk Vier, paragraaf 4.4

*nation-building should involve all in a meaningful way: the State, oppositional political groupings, the business sector, teachers, students, parents, cultural organs in civil society, religious groupings
.....*

Die witskrif oor onderwys en opleiding (1995:27) sluit hierby aan en verwys spesifiek na kurrikulumontwikkeling en wys onder andere op die volgende:

Die Ministerie van Onderwys is verbind tot 'n ten volle deelnemende proses vir kurrikulumontwikkeling en -toetsing, waarin die onderwysprofessie, onderwyseropvoeders, vakadviseurs en ander onderwyspraktisyns saam met akademiese vakspesialiste en navorsers 'n leidende rol speel. Die proses moet oop en deursigtig wees, en voorstelle en kritiek moet verkry word van enige persone of liggame met belange by die leerproses en leeruitkomst.

Die DO neem huidig volle verantwoordelik vir die ontwikkeling en herskryf van bestaande kurrikula. Die eerste interimkurrikulum vir 'n hele aantal vakke (onder andere wiskunde¹), het reeds verskyn. Die volgende algemeen-geldende faktore vir 'n kernkurrikulum (wat spesifiek ook vir 'n wiskundekurrikulum geld) word deur die ANC (1994(a):69) beklemtoon:

- * Die kurrikulum moet leerlingesentreerd wees en die aktiewe deelname van leerlinge tydens die leerproses moet sentraal staan.
- * Kritiese denke, redenasievermoë, probleemoplossing- en informasie-prosesseringsvaardighede moet by die leerlinge aangekweek word.

¹ Vergelyk Paragraaf 5.2.2

Die probleemgesentreerde onderrig- en leerbenadering¹ in wiskunde poog juis om leerlinge selfstandige deelnemers aan die onderrig- en leerproses te maak. Probleemoplossing behoort een van die hoofkomponente van enige wiskundekurrikulum te wees. Bengu (1994:5) beklemtoon verder die belangrikheid van 'n leergeoriënteerdheid by leerlinge:

*We are confronted with a unique opportunity in South Africa to establish a fundamentally new approach to education and training in South Africa. ... Every single girl, boy, woman and man should be part of this change, confront the new challenges and be enabled to make a contribution to a more productive, peaceful and caring society. **We need to transform South Africa as a whole into a Learning Nation: a nation which prioritises the development of its most valuable asset, the human resources of this country.***

Alhoewel meeste van voormelde uitsprake van die ANC meer in die algemeen na kurrikulumontwikkeling verwys, kan hulle direk op 'n wiskundekurrikulum van toepassing gemaak word. Die invloede van die huidige politieke bestel in 'n veranderende Suid-Afrika is gevolglik onlosmaaklik deel van 'n wiskundekurrikulum vir 'n post-apartheid Suid-Afrika.

Vervolgens word 'n paar tendense in kurrikulumontwikkeling oor die wêreld (wat vanuit 'n wiskundeperspektief relevant is), van nader beskou.

4.4 WISKUNDEVERWANTE TENDENSE IN KURRIKULUMONTWIKKELING WÊRELDWYD

¹ Vergelyk Paragraaf 3.4

4.4.1 Inleiding

Die talle publikasies wêreldwyd oor allerlei bedrywighede en aangeleenthede op die kurrikuleringsveld beklemtoon die voortdurende soeke na 'n beter kurrikulum vir die opvoeding en onderrig van die jeug (Schoeman, 1985:8). Die RGN -verslag (1981:79) wys op 'n paar algemene probleme waarmee onderontwikkelde lande te doen het en wys spesifiek op die volgende:

- * *Natuurwetenskaplike en wiskundige taalformulering is moeilik vertaalbaar.*
- * *Die algemene opvatting is dat tale (veral Engels) en Wiskunde die belangrikste vakke is, terwyl kulturele en skeppende vakke as minderwaardig beskou word.*
- * *Die sillabus is in baie gevalle oorlaai; veral wat die tale en Wiskunde betref.*

Die taalkwessie, oorlaaide sillabusse (Laridon, 1993:41), te veel leerlinge per klaskamer en onderopgeleide onderwysers (Glencross, 1991:10), is tans in onderontwikkelde lande nog net so relevant as in die vroeë tagtigerjare. Hervorming en veranderinge op kurrikulumgebied is nie alleenlik in onderontwikkelde lande 'n prioriteit nie. Ook in die hoogs ontwikkelende lande bly kurrikulumontwikkeling 'n aangeleentheid wat 'n hoë prioriteit in onderwysaangeleenthede geniet. Kilpatrick (1991:820) wys daarop dat wiskundiges, sielkundiges en onderwysers wêreldwyd saamwerk aan projekte en in organisasies om wiskundekurrikula vir vandag relevant te hou. Kilpatrick (1991:820) wys verder op die volgende:

A variety of journals - among them, Mathematics Teaching, Educational Studies in Maths, The Mathematics Teacher, For the Learning of Mathematics, Zentrablatt für Didaktik der Mathematik - report to the community on curriculum issues. Institutes such

as the Shell Centre for Mathematical Education in Nottingham and the Research Group on Mathematics Education and Educational Computer Centre in Utrecht bring together researchers and curriculum workers to develop materials for teachers and students. Every four years the International Commission on Mathematical Instruction organises an international congress at which topics and issues concerning the school mathematics curriculum are aired.

Die ontwikkeling van wiskundekurrikula vind wêreldwyd plaas en elke land of gemeenskap openbaar sy eie, unieke behoeftes. Die belangrikheid van die sosiale en kulturele konteks waarbinne wiskunde onderrig en geleer word, het gedurende die tagtigerjare veral op die voorgrond getree. Kilpatrick (1991:820) brei soos volg hierop uit:

Attention has turned to the mathematics of everyday life and whether and how this mathematics might be used more productively in instruction, so that students might see connections between school mathematics and the world they know.

Die ANC (1994b:137) wys op die volgende internasionale tendense in kurrikulumontwikkeling:

- * *Curriculum development never ends*
- * *All role-players must be brought into the process for it to have legitimacy and succeed*
- * *There needs to be clear mechanisms whereby classroom innovation is articulated upwards into a national curriculum.*

Apple (1983:321) beklemtoon die invloed van die gemeenskap op die ontwikkeling en implementering van die kurrikulum verder soos volg:

School programs will reflect the splintering of common interests and the polarization of the larger society, trends largely caused by pressures and conflicts over which the schools have little control.

Die invloed van die staat, die gemeenskap en die onderwysers is dus onlosmaaklik deel van kurrikulumontwikkeling.

Die betrokkenheid van die verskillende rolspelers wêreldwyd word in die volgende paragraaf behandel.

4.4.2 Nasionaal- en/of skoolgebaseerde kurrikulumontwikkeling

4.4.2.1 'n Algemene oorsig

In die vorige paragraaf¹ is reeds daarna verwys dat een van die twee kwelvrae waarom kurrikulumontwikkeling draai, die bepaling van die verantwoordelike partye tydens kurrikulumontwikkeling is. Die vraag kan soos volg geformuleer word: **Wie bepaal wat geleer moet word?** Postlethwaite (1991:9) spreek homself soos volg hieroor uit:

What children are expected to learn in school has a major effect on what they do learn. But, who decides what the curriculum should be for all of the children in a school system? Can it be that in large countries where there are different cultures and different types of labour markets in different parts of the country there should be one national curriculum or should it be different for different provinces, regions or districts? ... is it 'better' to have nationally-determined curricula or school-

¹ Vergelyk paragraaf 4.3

based curricula?

Hierdie algemene vrae is spesifiek ook in die RSA geldig. Die reënboogbevolking van die RSA bestaan uit verskillende bevolkingsgroepe met verskillende agtergronde, tale en kulture. Hierdie aspekte rig 'n besondere appèl tot kurrikulum-ontwikkeling. Die daarstelling van 'n wetenskaplik-verantwoordbare kurrikulum behels meer as die blote daarstelling van 'n paar wiskundetemas of onderwerpe wat in verskillende standerds onderrig moet word. Wiskundekurrikulumontwikkeling vind plaas oor 'n wye spektrum, van gesentraliseerde tot skoolgebaseerde ontwikkeling. In lande met 'n gesentraliseerde onderwysstelsel, soos in die verskillende provinsies in Duitsland, word 'n kurrikulum daargestel waarin die onderwyser weinig inspraak het (Howson et al (1981:244):

It (the German School system) is Federal but highly centralised within the various Länder. Changes in the (mathematics) curriculum are implemented by administrative fiat and laid down in an obligatory syllabus. ... Innovation is reserved for administrators.

In meer gedesentraliseerde stelsels soos die wat in die sewentig- en vroeë tagtigerjare in Engeland en Wallis gevolg is, was die inspraak van onderwysers, ouers en die gemeenskap meer prominent. Howson et al (1981:242) wys op die belangrike rol wat die onderwyser in hierdie verband kan vervul:

Indeed the outstanding lesson of the twenty years of concentrated - indeed, frantic - maths curriculum development is the crucial role which the teacher has to play. ... success depends highly on innovation models which ensure the appropriateness of materials by means of early teacher participation in the

developmental work itself. Where, as in Britain ¹, curriculum development lies within the teachers' domain, interaction between the levels of development and applications will automatically be greater than is to be found in other innovatory procedures.

Daar word vandag vanweë die vinnig veranderende samelewing 'n groter inset vanaf onderwysers, ouers en die breë gemeenskap in algemene onderwys sake verwag. Die behoeftes van die land, die provinsie, die gemeenskap en die spesifieke skool moet in die skoolkurrikulum aangespreek word. Die professionele insette vanaf sentrale kurrikulumsentrums, vakkomitees en ander spesialiste op die kurrikuleringsgebied is nie meer voldoende om aan die veranderende behoeftes van skole te voorsien nie.

Die rol wat ouers, die gemeenskap en onderwysers kan vervul, word vervolgens verder belig.

4.4.2.2 Addisionele rolspelers in die kurrikulumproses

Gay (1991:296) vestig die aandag op die verskillende vlakke van 'n kurrikulum waarbinne persone en instansies betrokke raak:

Usually, curriculum decisions are made at three different levels of influence simultaneously. These are (a) the instructional level, or by classroom teachers; (b) the institutional level, or by school building and/or system personnel; and (c) the societal level, or by boards of education, governmental officials, and a plethora of interest groups. These decisions vary somewhat by zone or level of influence and according to the position,

¹ Engeland en Wallis se onderwysstelsel is sedert 1986 (Kachelhoffer, 1995) egter hoogs gesentraliseerd. Vergelyk paragraaf 4.4.3.2 in hierdie verband.

power, and expectations of the participants, but all of them contribute significantly to shaping the overall character of the curriculum development process.

Anderson (1990:269) wys ten aansien van die verskillende rolspelers tydens die onderwys- en kurrikulumgebeure op die volgende relevante vrae:

- * *What can and should parents and the community do?*
- * *What can and should teachers and educational institutions do?*
- * *What can and should professional organizations do?*
- * *What can and should business, industry and government do?*

Hieruit blyk dit dat verskeie rolspelers op verskillende vlakke en stadia deel aan die kurrikuleringsproses het. Die direkte en indirekte rol wat ouers, die gemeenskap en onderwysers tydens kurrikulumontwikkeling te speel het, word vervolgens aangespreek.

(i) Die ouers

Steffy (1991:361) wys daarop dat ouerbetrokkenheid by skole in vier kategorieë verdeel kan word. Hy wys daarop dat ouers op skoolvlak onder andere figureer as kliënte, produsente, verbruikers en bestuurders. Ouers word byvoorbeeld beskou as kliënte wanneer hulle aktief betrokke is by ouer-verenigings, sportbesture en dies meer. Steffy (1991:361) benadruk die toename in ouerbetrokkenheid tydens kurrikulumontwikkeling in die VSA:

Within the United States there has been a major trend

toward expanded involvement of parents in curriculum decision making through advisory boards.

Alhoewel meeste ouers nóg vak- nóg kurrikulumkenners is, kan hul bydrae tot die daarstelling van doelwitte en tot kritiese evaluering van bestaande kurrikula nie misken word nie. Lewy (1991(b):72) wys onder andere op die volgende twee kurrikulumverwante pligte waarby ouers betrokke is:

- * *As resource persons they (parents) may help the teacher by coming to class and providing supplementary information derived from their personal and professional experience about curriculum related topics. Moreover they may motivate the teacher to teach topics which are related to the parents personal experience.*
- * *As policy makers they may be involved in the process of decision-making about various issues related to the school.*

Die belangrikheid van ouers se bydrae word in sekere lande soos Indonesië en Hongarye baie hoog aangeslaan. Dit word deur wetgewing bepaal dat ouers die inhoud van tussen 20% en 30% van die skoolprogram kan bepaal (Lewy, 1991(b):73). Aangesien meeste ouers met reg net die beste vir hulle kinders wil hê, behoort die bydrae wat ouers in skole kan lewer nie gering geskat te word nie. Ouers se insette en bydraes is in die praktyk merendeels beperk tot fondsinsameling, leerlingmotivering en insae in algemene skoolreëls, maar hulle kán ook sinvolle bydraes tot kurrikula lewer en moet waar moontlik betrek word. Ouers maak deel uit van die breë gemeenskap, maar vanweë hulle kinders se teenwoordigheid in skole is hulle baie meer gemotiveer tot betrokkenheid by skole. Die gemeenskap het self 'n verantwoordelikheid teenoor die onderwys in die algemeen en spesifiek teenoor skole en die daarstelling van kurrikula wat aan die eise van 'n moderne samelewing voldoen.

(ii) Die gemeenskap

Die invloed van die gemeenskap op skole in die algemeen en, meer spesifiek op kurrikulumontwikkeling, is 'n aangeleentheid wat in die laaste paar jaar baie toegeneem het. Steffy (1991:363) wys op die voordele wat sodanige interaksie inhou:

Current trends in community participation in curriculum planning reflect efforts by schools and communities, internationally, to work cooperatively together. These efforts in Third World countries and industrialized nations, are directed toward improving the quality of instruction, enhancing the relevance of the curriculum in meeting community needs, and the utilization of the total community as an environment for learning.

Onderwys in Derde Wêreldlande het in die verlede dikwels te veel gesteun op kurrikula van ontwikkelde lande. Gevolglik het slegs die meer intelligente leerlinge daarby gebaat en is die plaaslike omstandighede en behoeftes van leerlinge nie altyd in ag geneem nie. Kurrikula wat die plaaslike behoeftes van die gemeenskap aanspreek en leerlinge voorberei vir hulle toekoms aldaar, geniet al meer voorkeur. Steffy (1991:363) wys op 'n onderwysprogram wat in 1980 in Tanzanië ingevoer is, wat die behoeftes van die plaaslike gemeenskap voorop gestel het.

Die betrokkenheid van die gemeenskap by die ontwikkeling en implementering van kurrikula hou, volgens Lewy (1991(b):70), voordele vir beide die skool en die gemeenskap in:

Schools are expected to respond to local needs both through what is taught in classes and through providing facilities for programmes serving the community's adult population. At the same time the community is accepted to recruit resources for the school and to co-operate with it in ensuring that the

curriculum satisfies local needs.

Die gemeenskap se betrokkenheid by kurrikula varieer van informele gesprekke tot direkte deelname via gemeenskapkomitees en afvaardigings wat die skole amptelik besoek. Dit is belangrik dat 'n skool se kurrikulum in die algemeen die behoeftes van die gemeenskap moet aanspreek. In 'n gemeenskap waar die plaaslike bevolking tradisioneel landbouers is, behoort 'n wiskundesillabus meer klem op meetkunde en spesifiek landmeetkunde te lê as byvoorbeeld in 'n stedelike gebied. Ekanayaka (1990:117) verwys na so 'n program wat in Sri Lanka gevolg is en wat daarop gemik was om die plaaslike bevolking voor te berei om aan hul spesifieke behoeftes te voorsien. Alhoewel die gemeenskap se rol meestal indirek inwerk tydens kurrikulumontwikkeling, behoort sy bydrae in hierdie verband nie misken te word nie.

Die belangrike taak wat die onderwyser moet volvoer tydens die daarstelling en implementering van 'n kurrikulum word vervolgens belig.

(iii) Die onderwyser

Die aktiewe betrokkenheid van onderwysers tydens die kurrikulumontwikkelingproses word reeds vir 'n geruime tyd bepleit. Aangesien onderwysers die partye is wat die kurrikulum in die klaskamer moet interpreteer en tot uitvoering moet bring, kan hulle invloede nie gering geskat word nie. Hul bydrae behoort ook nie beperk te word tot bloot die laaste stap van die kurrikuleringsmodel naamlik, evaluering nie. Hulle kan eerder sinvolle bydraes tydens elke stap van die proses of model lewer.

Hierdie klemverskuiwing in die benadering ten opsigte van kurrikulumontwikkeling wat tans veld wen, het reeds in die sewentigerjare ingetree. Lewy (1991(b):67) som die veranderinge soos volg op:

The curriculum reform of the 1960s viewed the process of curriculum development as a highly professional activity to be carried out by specially trained experts, and in which teachers may fulfil only marginal roles. ... In the 1970s it became apparent that these centrally developed, highly sophisticated programmes did not succeed in changing teaching practice. ... By 1990 the view which favours a teacher-proof curriculum had been fully repudiated. Educators recognized that it was virtually impossible to prepare curriculum materials on which teachers could not imprint their personal stamp.

Die kurrikulumpogings in die vroeë sewentigerjare het juis misluk omdat die onderwysers wat die nuwe kurrikulum moes implementeer, nie altyd die sinvolheid van die nuwe wiskunde en metodes voldoende begryp het nie. Hulle kon nie altyd met die veranderings identifiseer nie en baie het soos vantevore bly onderrig. Sutaria (1990:248) wys verder daarop dat kurrikulumontwikkeling in onderontwikkelde lande (soos die Fillipyne) ook die onderrig- en leeruitkomste in hierdie gebiede verbeter het:

... schools that had an abundance of locally developed materials designed for learners of various abilities registered better performance than those that had a little number.

Elbaz (1991:365) wys daarop dat die betrokkenheid van onderwysers by kurrikulumontwikkeling tweeledig van aard kan wees. Die eerste vorm van betrokkenheid sluit nou aan by die Sokratiese manier van onderrig, waar gegewe inhoude altyd bevraagteken word en beginsels en stellings nie goedsmoeds aanvaar word nie. Elbaz (1991:365) brei soos volg hierop uit:

Socrates was simultaneously developing knowledge, finding ways of representing that knowledge to his audience, and helping students to attain knowledge

themselves.

In hierdie sisteem bestaan daar feitlik geen onderskeid tussen die onderwyser en die kurrikulumontwerper nie. By die ander punt van die spektrum word onderwysers aangetref wat voorafbepaalde kurrikulumtemas, onderrig- en leerbeginsels slaafs navolg en onderrig. Die onderwyser en die kurrikuleerder se take is hier ver verwyderd van mekaar. Elbaz (1991:365) verwys soos volg na hierdie model:

A second model is the scholastic one where the teacher is part of a hierarchically organized scheme in which knowledge, divinely inspired, is handed down to students in precisely the same manner and form that it was acquired by the teacher.

As die beleid van 'n sekere skool of provinsie ruimte aan die onderwyser gee om die kurrikulum self te interpreteer, verwag 'n mens dat onderwysers inhoude, onderrig- en leermetodes wat vir die bepaalde skool geskik is, sal kies. Hierteenoor sal onderwysers in skole met 'n meer konserwatiewe benadering optree as implementeerders van die daargestelde kurrikulum. Onderwysers kan dus, ongeag 'n skool se onderrigbenadering, 'n groot bydrae tot meer praktykgerigte kurrikula lewer.

Daar is egter 'n paar faktore wat die onderwyser se taak bemoeilik. Die volgende sake kan in baie gevalle beperkend inwerk op onderwysers se bydrae en deelname aan die ontwikkeling van kurrikula (Elbaz, 1991:366):

- * Beperkte opleiding. Min onderwysers is volledig geskool in kurrikulumontwikkeling.
- * Beperkte tyd. Die werkklas van 'n gewone wiskunde-onderwyser is reeds so groot dat die onderwyser min tyd mag hê om sinvol deel te neem aan die kurrikuleringsproses.
- * Vaste kurrikula. Sillabusse en riglyne rondom die implementering daarvan sal altyd deel van wiskunde-onderrig

uitmaak. Elbaz (1991:367) wys soos volg op die beperkings wat 'n sodanige kernkurrikulum vir ontwikkeling impliseer:

... pressures for a common or core curriculum, and the desire to offer equal education provision for all, limit the degree of input that will be allowed teachers at the local level.

In die RSA vandag word veral in die gewese Departement van Onderwys en Opleiding 'n gebrek aan goed opgeleide personeel, ondervind (Laridon, 1993:44). Goed opgeleide wiskunde-onderwysers is redelik skaars en in talle skole moet onderwysers wat self geen naskoolse wiskunde-opleiding het nie wiskunde onderrig. Rasionalisering en alles wat daarmee gepaard gaan in die onderwys het verder tot gevolg dat onderwysers se tyd vir voorbereiding en betrokkenheid by kurrikulumsake uiters beperk is. Hargreaves (1989:43) wys verder op die volgende tiperende eienskappe van onderwysers wat ook hul bydrae tot en aandeel in kurrikulumontwikkeling kan inhibeer:

Teachers are present-orientated, conservative, individualistic, try to avoid long-term planning, have difficulties in incorporating in their daily work continuous collaboration with others and often resist involvement in whole school decision-making.

Alhoewel hierdie struikelblokke die taak van die onderwyser bemoeilik, is sy bydrae tot moderne kurrikulumontwikkeling onmisbaar. Die sukses van 'n nuwe wiskundekurrikulum staan of val by die onderwyser in die klaskamer. Die klem wat op die bydrae van ouers, die gemeenskap en onderwysers se bydrae geplaas word, maak die hele aangeleentheid van skoolgebaseerde kurrikulumontwikkeling huidig uiters relevant.

Sentrale en skoolgebaseerde ontwikkelings op kurrikulumgebied word in die volgende paragraaf onder die loep geneem.

4.4.2.3 'n Kritiese beskouing van sentraal- en skoolgebaseerde kurrikulumontwikkeling

Lewy (1991(b):98-112) beklemtoon 'n aantal redes ter ondersteuning van skoolgebaseerde kurrikulumontwikkeling. Een van die politieke terme van die tyd, selfbeskikking - wat individue die reg gee om self te besluit oor sake wat hulle raak - is een van die hoofargumente wat skoolgebaseerde kurrikuleerders aanvoer vir plaaslike kurrikulumontwikkeling. Die mate van invloed en besluitnemingsreg¹ van ouers, onderwysers, skoolhoofde en die gemeenskap ten opsigte van kurrikulumontwikkeling bly egter 'n grys area waaroor nog in diepte besin moet word.

Goed opgeleide onderwysers se kennis van skoolkurrikula is onmisbaar tydens die ontwikkelingsproses. Kachelhoffer (1995) wys daarop dat die meeste onderwysers in die RSA as ondergekwalfiseerd beskou word en hul kurrikulumkennis gevolglik beperk is. Die voormelde stelling is veral van toepassing op wiskunde-onderwysers in die RSA. 'n Verdere groot voordeel van kurrikulumontwikkeling op skoolvlak is dat plaaslike behoeftes direk aangespreek kan word. Die plaaslike bevolking se kulturele en godsdienstige waardes, plaaslike beroepsmoontlikhede, die vermoë van leerlinge en die hulpbronne beskikbaar, behoort almal 'n invloed op die kurrikulum uit te oefen. Reid (1987:111) beklemtoon hierdie voordeel:

Teachers know their schools, their children and their communities in a way that central authorities can never 'know' the national systems they administer.

Die implementering, beheer en kontrole van kurrikula vind op skoolvlak plaas en direkte terugvoer rakende skoolgebaseerde

¹ Vergelyk die volgende paragraaf rakende die balans tussen skoolgebaseerde - en sentrale kurrikulumontwikkeling.

kurrikula is moontlik. Onderwysers het egter nie altyd die tyd of vermoë om self nuwe kurrikula te ontwikkel nie. Lewy (1991:103) wys daarop dat hoogs intelligente onderwysers maklik deur ander professies afgerokkel word:

... there is little hope that the teaching profession will in forthcoming years attract candidates of high intellectual capabilities. On the contrary, it is more likely that in competition with other more prestigious and better paid professions it will lose such candidates.

Alhoewel daar reeds plaaslik vir 'n geruime tyd sprake is van die beskerming en finansiële uitligting van wiskunde en natuur- en skeikunde-onderwysers het daar in die praktyk nog niks in hierdie verband gerealiseer nie. Die onderwys in die algemeen het reeds 'n nypende tekort aan goed-opgeleide personeel en kan nie bekostig om veral wiskunde-onderwysers te verloor nie. Lewy (1991(b):103) wys ook soos volg op die beperkte kurrikulumkennis van die deursnee-onderwyser, wat 'n verdere tekortkoming van skoolgebaseerde kurrikulumontwikkeling is:

Some teaching materials developed by teachers excel in their quality, but most do not match the quality of materials developed by professional curriculum teams.

Verdere nadele van skoolgebaseerde kurrikulumontwikkeling is gesetel in die wye verskeidenheid take en pligte wat 'n onderwyser moet volvoer, wat min tyd laat vir sinvolle bydrae tot kurrikula. Groot veranderinge in kurrikula kom gewoonlik vanaf makro-vlak as gevolg van die feit dat gespesialiseerde kurrikulumkennis hiervoor benodig word. Skoolgebaseerde veranderinge het meestal relevansie vir 'n spesifieke skool of streek en het gevolglik 'n swak evalueringsbasis en min toepassingsmoontlikhede vir ander skole, streke of provinsies. Elke land het 'n basiese geskiedenis en kultuur wat in die

nasionale kurrikulum weerspieël moet word, en dít geskied makliker vanaf 'n sentrale punt as vanuit skoolgeledere. 'n Verdere knelpunt insake skoolgebaseerde kurrikulumontwikkeling behels gelyke-standaard eksaminering landwyd. Lewy (1991(b):106) beklemtoon die aangeleentheid soos volg:

A national syllabus, even if it permits school-based choices from alternative content-blocks, may serve as a basis for planning content-fair examinations for all schools of the nation. In contrast widespread SBDC¹ activities in any educational system lead to the diversification of curriculum contents taught in schools, therefore creating difficulties in preparing nationally valid examinations.

As elke skool sy eie wiskundekurrikulum volg, sal die kontrolering van standarde en die skryf van dieselfde eksamens landwyd haas onmoontlik wees. Dit blyk duidelik dat daar menige argumente vir en teen skoolgebaseerde kurrikulumontwikkeling bestaan. In die volgende paragraaf word gekyk na 'n moontlike balans tussen die twee benaderings. Die vraag na die mate waarin 'n kurrikulum sentraal en plaaslik ontwikkel moet word, kom ook aan die beurt.

4.4.2.4 Die balans tussen skoolgebaseerde - en sentrale kurrikulumontwikkeling

Voorstanders van sentrale kurrikulumontwikkeling en ondersteuners van skoolgebaseerde ontwikkeling het volgens Lewy (1991(b):98) na hewige argumente tot die volgende kompromie gekom:

It should be borne in mind that by 1990 the heated debate between the advocates of SBCD (School-based

¹ School-based curriculum development

curriculum development) and those of the centralistic approach has considerably abated. Once it was recognised that both the centralistic and the school-based (or local) modes of curriculum development had a contribution to make, the point of the debate shifted from repudiating one or another model to striking a balance between them.

Daar bestaan duidelik meriete vir skoolgebaseerde insette tot die ontwikkeling van kurrikula ter ondersteuning van sentrale ontwikkeling. Die balans hiertussen sal afhang van die spesifieke skool se behoeftes. Die belangrikheid van 'n kernkurrikulum in onderontwikkelde lande - wat sentraal vasgestel en ontwikkel word (met geleentheid vir insette deur onderwysers, ouers en die gemeenskap) - is voor die hand liggend. Die persentasie van die kurrikulum wat oorgelaat gaan word aan provinsies op meso- en skole op mikrovlak, sal nou saamhang met die kwaliteit van onderwysers en kurrikuleerders op hierdie vlakke in die spesifieke land.

Die RSA beskik onder andere oor 'n beperkte aantal kundige personeel en 'n minimale gedeelte van die wiskundesyllabus behoort aan plaaslike owerhede en skole oorgelaat te word. Onderwysers en kurrikuleerders in die RSA moet hierdie taak aanpak en die kurrikulum so relevant moontlik vir die leerlinge en onderwysers hou. Howson et al (1981:247) beklemtoon die insette wat plaaslike kenners behoort te lewer:

... it is clear that curriculum development should be controlled by educators from the country in which the development is taking place.

Kurrikulumontwikkeling in die RSA behoort gevolglik deur plaaslike kurrikuleerders, vakkenners, onderwysers en ander betrokke partye gedoen te word. Tendense en riglyne wat in die buiteland gebruik word en voorkom, kan meehelp maar 'n plaaslike wiskundekurrikulum moet eie aan die RSA en sy mense wees. Lewy

(1991(b):25) maak die volgende gevolgtrekking wat sekerlik van toepassing op die Suid-Afrikaanse, maar ook op ander ontwikkelende onderwysstelsels, is:

In emergent educational systems, priority should be given to producing a national curriculum framework. Local level curriculum decisions should deal with supplementing the national framework and adapting it to local conditions.

'n Balans tussen sentrale en skoolgebaseerde ontwikkeling van kurrikula is die ideaal. In onderontwikkelde lande is dit belangrik dat die gedeelte van die kurrikulum wat plaaslik saamgestel word, beperk moet word. Lewy (1991(b):110) beveel aan dat slegs 10% van 'n kurrikulum in sulke lande skoolgebaseerd moet wees:

In developing countries it is desirable to limit the scope of curriculum coverage for which SBCD¹ activities are recommended. A reasonable starting point may be 10 per cent of the curriculum, which gradually may be expanded up to 25 per cent.

In lande waar die onderwysstelsels goed ontwikkel, onderwysers goed opgelei is en klein klasse moet onderrig, kan die skool se bydrae tot 25% van die kurrikulum uitmaak. Die basis of kern van die kurrikulum is egter steeds sentraal gefundeer en in enige kurrikulum sal die sentraal-ontwikkelde gedeelte minstens 75% van die totale kurrikulum beslaan.

In wiskunde is daar vele onderwerpe wat universeel-geldend en aan alle leerlinge onderrig moet word. In 'n wiskundekurrikulum behoort nie meer as 10% tot 15% van die kurrikulum aan skole oorgelaat te word nie. Die bydrae tot 'n wiskundekurrikulum vanuit skool- en plaaslike strukture in die RSA behoort

¹ School based curriculum development

gevolglik nie 10% te oorskry nie. 'n Nasionale en skoolgebaseerde model vir kurrikulumontwikkeling behoort mekaar gevolglik nie te opponeer nie, maar moet eerder bymekaar aansluit om die voordele van beide metodes te maksimeer.

Opsommend kan gesê word dat wiskundekurrikulumontwikkeling in die RSA onlosmaaklik verbind behoort te wees aan internasionale tendense. Desnieteenstaande behoort 'n wiskundekurrikulum in die RSA uniek en eie aan die land wees. Die wyd uiteenlopende behoeftes van die RSA en al sy mense moet in 'n wiskundekurrikulum aangespreek word. Blote aanpassing van oorsese onderrig- en leermetodes sonder inagneming van die RSA se unieke onderwyssituasie mag kurrikula steeds lewensvreemd vir leerlinge en onderwysers laat.

In die volgende paragraaf word die ontwikkeling van wiskundekurrikula wêreldwyd van nader beskou.

4.4.3 Internasionale ontwikkelinge ten aansien van wiskundekurrikula

4.4.3.1 Algemene ontwikkelinge¹

(Howson, 1991: 7-28 ; Travers, 1991: 825-833)

Howson het 'n omvangryke studie van die wiskundekurrikula van 'n hele aantal lande gedoen. Die lande sluit onder andere België, Frankryk, Duitsland, Ierland, Nederland, die Verenigde Koninkryk en Japan in. Dit blyk uit Howson (1991:9) dat die verskillende lande se wiskundekurrikula onlosmaaklik deel van hulle onderwysstelsel is. Die hoeveelheid jare wat verpligte onderwys duur, wissel merkbaar van land tot land en daarmee saam die ouderdom waarop leerlinge die formele skoolopset verlaat.

¹ Kyk: Hoofstuk Vyf, paragraaf 5.3

Die algemene- en wiskundekurrikulum word ook bepaal deur die tipe skool of studierigting wat die leerling volg. Leerlinge in België het byvoorbeeld in graad 12¹ 'n keuse tussen 'n twee, vier, ses of agt ure per week wiskundekurrikulum. Howson (1991:10) wys verder daarop dat meeste leerlinge vanaf die ouderdom van 14 jaar reeds 'n keuse ten opsigte van wiskundekurrikula kan maak:

... in most countries, a range of curricula, both general and mathematical, is available for students beyond the age of 14. Education at that level is often provided in a tripartite form with academic, technical and vocational streams, each with its own goals and leaving qualifications. In the Netherlands and Germany such divisions begin about age 11, in Luxembourg and France later. Indeed, a feature of the last-named countries is the very rich and varied range of mathematical syllabus offered by schools in response to differing academic and vocational needs.

Daar word dus reeds voor daardie fase wat in die RSA as die senior sekondêre fase bekend staan, voorsiening gemaak vir suiwer akademiese, tegniese of beroepsgerigte wiskunde-onderrig en leer. Differensiasie geskied op vele maniere en elke land het feitlik sy eie stelsel wat aan sy spesifieke behoeftes voldoen. Die wyse waarop daar in die verskillende lande gedifferensieer word, word soos volg deur Howson (1991:9) gekategoriseer:

- * Geen differensiasie van hetsy leerlinge of kurrikula nie. Dit bly deel van die pligte van die onderwyser om waar moontlik binne die lessituasie te differensieer. Japan en Denemarke volg hierdie stelsel totdat hul leerlinge graad

¹ Leerlinge word internasionaal ingedeel vanaf graad een tot graad 12 om vergelyking te vergemaklik. Graad 12 kom ooreen met standerd tien in die RSA.

nege¹ voltooi het.

- * Sekere lande (onder andere België en Duitsland) voorsien opsionele materiaal binne die gewone kurrikulum wat slegs deur sekere leerlinge in die klas bestudeer word.
- * Differensiasie geskied ook aan die hand van verskillende tipes skole of strome binne dieselfde skool. In Duitsland en Nederland word die wyse van differensiasie veral toegepas.
- * Differensiasie geskied in Engeland in die wiskundeklas aan die hand van die vordering van individuele leerlinge gemeet aan 'n gemeenskaplike kurrikulum.

Elk van hierdie vier benaderings plaas 'n spesifieke verantwoordelikheid voor die deur van die onderwyser, die kurrikuleerder en die leerling. Kurrikulumontwikkeling in die RSA met sy multikulturele bevolking en komponente van die eerste en derde wêreld moet veral aandag gee aan differensiasie. Blote differensiasie aan die hand van 'n hoër- en standaard graad sillabus voldoen nie meer aan die snel veranderende eise van die samelewing nie. Wheeler (1983:44) wys daarop dat 'n statiese kurrikulum in 'n dinamiese gemeenskap slegs kan voorsien in behoeftes en waardes wat nie meer bestaan nie. Ontwikkeling op die gebied van wiskundekurrikula behoort dinamies te wees en op 'n dag-tot-dag basis te geskied.

Gesien teen die agtergrond dat die Suid-Afrikaanse onderwysstelsel etlike raakvlakke met die Engelse stelsel toon en hulle wiskundekurrikulumontwikkeling tiperend van internasionale tendense is, word enkele ontwikkelings aan hulle wiskundekurrikulum vervolgens van nader beskou.

4.4.3.2 Ontwikkelinge aan die Engelse wiskundekurrikulumfront.

¹ Graad nege kom ooreen met standerd sewe in die RSA.

(i) Die Cockcroft-verslag

Die ontwikkeling van wiskundekurrikula in Engeland gedurende die afgelope twintig jaar word oorheers deur die sogenaamde *Cockcroft Report* (1982) en die *National Curriculum for Maths* (1991). Orton & Wain (1994:59) verwys soos volg na die totstandkoming van die Cockcroft-verslag:

Following the so-called Great Debate about Education, initiated by Prime Minister Gallagher through his famous speech at Ruskin College, Oxford, in 1976, a Committee of Inquiry was set up into the teaching of mathematics in schools in 1978. The report of this Committee of Inquiry was published by the Department of Education and Science (DES) under the title Mathematics Counts, and is usually referred to as the Cockcroft Report, after its chairman, Professor Wilfred Cockcroft.

Hierdie verslag is goed ontvang deur die meeste wiskunde-onderwysers. Die aanbevelings in die verslag vervat, was in pas met die meeste nuwe klaskamerpraktyke van die tyd. Die alombekende paragraaf 243 van die Cockcroft-verslag (1982:71) som die onderrigbenadering wat die verslag voorstaan, soos volg op:

Mathematical teaching at all levels should include opportunities for:

- * exposition by the teacher;*
- * discussion between teacher and pupils and between pupils themselves;*
- * appropriate practical work;*
- * consolidation and practise of fundamental skills and routines;*
- * problem solving, including the applications of mathematics to everyday situations;*
- * investigational work.*

Hierdie uitgangspunte van die Cockcroft-verslag sluit nou aan by die probleemgesentreerde benadering¹ wat vroeër in hierdie studie bepleit is.

(ii) Evaluering en toetsing

Die oorbeklemtoning van finale eksamens het egter aanvanklik steeds leerlingbetrokkenheid geïnhibeer. Die belangrike aangeleentheid van onderwysers wat leerlinge dikwels hoofsaaklik vir wiskunde-eksamens afrig, word soos volg deur Isaacson (1987:5) beskryf:

One of the worst aspects of O-level² and CSE³ mathematics has been that conscientious mathematics teachers were forced into spending a lot of their time and energy (and that of their pupils) teaching how to pass the mathematics examinations, instead of being able to concentrate on creating good conditions for learning mathematics. Syllabuses have been too large, often idiosyncratic, and with content which was conceptually beyond many of the pupils for whom it was intended.

Te veel onderrig- en leersituasies is daarop toegespits om leerlinge vir eksamens voor te berei⁴. Die probleemgesentreerde onderrig- en leerbenadering wat daarna streef om leerlinge te motiveer tot aktiewe probleemoplossing, word grotendeels tydens eksamenafrigting misken. Glencross en

¹ Kyk: Hoofstuk Drie, paragraaf 3.4

² Die tradisionele Britse eksamen

³ Certificate of Secondary Education

⁴ Kyk: Hoofstuk Vyf, paragraaf 5.4.1.3 (iv)

Fridjhon (1990:308) wys op die volgende verdere gevare, eie aan 'n eksamengeoriënteerde onderrig- en leerbenadering:

- * *the curriculum becomes dominated by a narrow range of contents and methods;*
- * *the emphasis in teaching is placed on material that is easily testable;*
- * *teaching becomes orientated towards the examination rather than towards specific goals;*
- * *pupils become anxious, develop failure-induced apathy and negative attitudes.*

Die 'Department of education and science' (DES) in Engeland (1987:44) wys daarop dat evaluering vanuit die kurrikulum se doelwitte, doelstellings en riglyne vir inhoud en benaderings, behoort te ontwikkel. Die kurrikulum behoort nie aan die hand van eise en voorskrifte ten aansien van eksamens, daargestel te word nie. Evaluering en toetsing behoort veel eerder op die volgende te konsentreer (DES, 1987:45):

... the achievement by all pupils of a degree of mathematical competence commensurate with their abilities and needs, and the development of appropriate attitudes to the subject. It is through the aims and objectives of a sound mathematical curriculum that this end is to be achieved and assessment should be geared to measuring and recording the pupil's progress in relation to these aims and objectives.

Die daarstelling van die GCSE (General Certificate of Secondary Education) het grotendeels hierdie probleem in Engeland hanteer. Daniels & Anghileri (1995:22) wys daarop dat die benadering van die GCSE - wat ook die behoeftes van die swakker presteerders aangespreek het - onder andere die slaagsyfer verhoog het. Meer leerlinge wat wiskunde met selfvertroue kan hanteer, het ook na aanleiding van die implementering van hierdie evalueringstelsel,

die skool verlaat. Daniels & Anghileri (1995:22) wys op die volgende belangrike verandering in wiskundekurrikula in Engeland:

The most significant recent change in school mathematics has been the introduction of a National Curriculum that identifies Programmes of Study at ten different levels to be the basis of study for all secondary school pupils.

Differensiasie in Engeland geskied aan die hand van hierdie tien vlakke. Leerlinge werk teen hulle eie tempo deur die verskillende wiskundevlakke. Howson (1991:219) wys daarop dat sekere sestienjarige reeds met die tiende vlak besig is, terwyl ander sestienjarige leerlinge nog met die vyfde vlak besig is.

(iii) Probleemoplossing

Die Nasionale Wiskundekurrikulum (1991) in Engeland lê veral klem op die toepassing van wiskunde. Leerlinge moet ook gemotiveer word om aktief aan die onderrig- en leergebeure deel te neem en so 'n positiewe houding jeens wiskunde te ontwikkel. Orton & Wain (1994:215) wys daarop dat sillabusse in Engeland tans, in teenstelling met die vroeëre gedesentraliseerde benadering, feitlik uitsluitlik deur die staat beheer word. Die belangrikheid van probleemoplossing word soos volg deur Orton & Wain (1994:215) geïllustreer:

... the United Kingdom, via the National Curriculum of England and Wales, seems to be the only country which has made process¹ aspects of mathematics compulsory. There is, though, considerable international interest in problem solving as a field of research and as a teaching paradigm.

¹ Vergelyk paragraaf 4.4.3.2 (iv) in hierdie verband.

Daniels & Anghileri (1995:25) beklemtoon ter afsluiting die belangrikheid van probleemoplossing in die onderrig en leer van wiskunde in Engeland:

The fundamental aim in mathematics teaching is to equip pupils with the strategies, skills and knowledge and perhaps above all the confidence to use their mathematics to solve problems they will undoubtedly meet throughout their lives.

Naas die toepassingsfaset van wiskunde wat oorkoepelend geldig is, word die wiskundige inhoud¹ verder in drie kategorieë verdeel, naamlik getalle en algebra, vorms, ruimte en afmetings en laastens datahantering.

(iv) Die 'back to basics'-beweging

Die probleemgesentreerde benadering en die feit dat vaardighede en kennis ontdek behoort te word (in teenstelling met die oordrag van kennis), het egter nie oral ewe veel byval gevind nie (Die Burger, 1992). Park (1995:41) wys op uitsprake van 'n Britse minister van onderwys wat die terugkeer na die ou weë soos volg bepleit:

... onderwysers (moet) weer die kinders onderrig, voor die swartbord staan en les gee in plaas daarvan om begrippe met groepies kinders te bespreek en hulle dan toe te laat om dinge self te ontdek.

Hierdie beweging is wiskundig meer produk-georiënteer, as proses-georiënteer². Hulle staan die terugkeer na die sogenaamde

¹ Vergelyk paragraaf 5.2 vir meer detail oor die wiskundekurrikulum.

² Kyk: Hoofstuk Drie, paragraaf 3.4.3

'chalk and talk'-benadering voor. Orton & Wain (1994:11) sluit soos volg hierby aan:

Modern reactionary educational views, variously described as traditional or 'back to basics', would be likely to view the process side of mathematics with suspicion.

Orton & Wain verwys verder na die hoë politieke profiel van hierdie beweging wat die terugkeer na die basiese aspekte van wiskunde bepleit (1994:65). Die beweging is in stryd met die konstruktivistiese benadering. Orton & Wain (1994:43) wys daarop dat wiskundiges en kurrikuleerders omsigtig te werk behoort te gaan met die 'back-to-basics'-denkrioting. **Die ideale onderrig- en leerstrategie waarna gestreef behoort te word, behoort probleemgesentreerd en konstruktivisties van aard te wees, sonder om basiese wiskundige feite en beginsels te verwaarloos.**

Die uitsprake van die Cockcroft-verslag, die veranderinge wat die nuwe nasionale kurrikulum van 1991 tot gevolg gehad het en die 'back-to-basics'-beweging, het internasionaal uitgekling en menige nasionale wiskundekurrikulum beïnvloed. Hierdie uitsprake en gevolge is ook relevant in die RSA vandag. Enige kurrikuleerder of onderwyser wat betrokke is by die daarstelling van 'n gedifferensieerde wiskundekurrikulum vir post-apartheid Suid-Afrika sal hierna en ook na ander internasionale tendense moet kyk.

4.5 SAMEVATTING

Die vele struikelblokke wat kurrikuleerders in post-apartheid Suid-Afrika moet oorkom, word soos volg deur die NEPI-verslag (1992:89) oor kurrikulum uitgespel:

Any new curriculum in South Africa will be built on the legacy of the old, and there will be points of continuity as well as points of departure. There is no blueprint for the future, no ideal curriculum for every time and place. The future curriculum will be developed and changed within a broad political context, including constitutional arrangements, notions of rights and equity, and human resources development strategies.

Die politieke invloede op kurrikulumontwikkeling in die post-apartheid Suid-Afrika is 'n gegewe werklikheid. Kurrikuleerders en spesifiek onderwysers wat betrokke is by die ontwikkelingsproses ten aansien van 'n nuwe wiskundekurrikulum moet egter op die aard van wiskunde konsentreer en verseker dat die onderwerpe en temas wat bemeester en onderrig moet word, voldoen aan die eise wat internasionaal gestel word. Internasionale tendense en spesifiek wiskundekurrikulumtemas moet verbesonder word vir die reënboogbevolking van die RSA.

Die kwessie van swak opgeleide onderwysers beperk skoolgebaseerde kurrikulumontwikkeling. Die komplekse taak van die sentrale onderwysdepartement se afdeling vir kurrikulering word verder hierdeur bemoeilik. Die gediversifiseerde taak van die onderwyser tydens die implementering van veranderinge aan die kurrikulum word soos volg deur Orton & Wain (1994:216) uitgelig:

Whatever the future holds for mathematical education, there is one certainty: that the classroom teacher will bear the brunt of any changes and will ultimately be responsible for seeing that they are carried out effectively. ... If the general quality of mathematics education is to be improved, it will be so most directly and immediately from a well-qualified and well-trained teaching force which is informed about the issues and prepared to change, not

from a microchip or curriculum reform.

Aangesien wiskunde 'n redelik eksakte wetenskap is, lê die bepaling van wiskundetemas en -onderwerpe vir die onderrig en leer van wiskunde baie ver van die sosio-politiese invloedssfeer wat sterk in die geesteswetenskappe figureer. Die politieke invloede op breë kurrikuleringbeginsels soos die daarstelling van doelwitte, standaarde en dies meer is universeel-geldend, maar in die algemeen is die daarstelling van 'n wiskundekurrikulum 'n baie minder politiese aangeleentheid as byvoorbeeld die daarstelling van 'n geskiedenis-kurrikulum.

In Hoofstuk Vyf word vervolgens gepoog om vanuit internasionale en plaaslike kurrikula 'n kernkurrikulum vir wiskunde in die senior sekondêre fase daar te stel.

HOOFSTUK VYF

DIE ONTWERP VAN 'n WISKUNDEKERNKURRIKULUM BINNE 'n SUID-AFRIKAANSE KONTEKS.

5.1 INLEIDING

In die onderhawige hoofstuk word daar primêr gefokus op die identifisering en klassifisering van insigte wat tot dusver in hierdie navorsingstuk geïnteriseer is, met die oog daarop om riglyne en sillabustemas vir 'n wiskundekurrikulum vir die senior sekondêre fase daar te stel. Werksontleding word onder meer as navorsingsmetode aangewend om die beoogde doelwit te bereik.

5.1.1 Werksontleding as navorsingsmetode in diens van kurrikulumontwikkeling

Werksontleding as navorsingsmetode hou besondere betekenis in vir wetenskaplik-verantwoorde kurrikulering in wiskunde. Die beweegredes vir die neem van wiskunde verskuif onder meer tans vanaf wiskunde ter wille van wiskunde na wiskunde met toepassings- en beroepsmoontlikhede. *Maths for the people* en *maths for the workplace* is twee slagspreuke wat al meer tydens gesprekke rakende wiskunde en die ontwikkeling en beplanning van wiskundekurrikula voorkom (De Wet H C, 1995).

5.1.1.1 Die betekenis van werksontleding as navorsingsmetode vir wetenskaplik-verantwoorde kurrikulering in wiskunde

Maree (1986: 340) maak 'n aantal afleidings ten aansien van werksontleding en praktykverbetering en -verfyning in terme van

onderrig en leer en hierdie afleidings is ewe relevant ten opsigte van die verbetering en verfyning van 'n wiskundekurrikulum. Hierdie afleidings kan soos volg ten aansien van wiskundekurrikulumontwikkeling geïnterpreteer word:

- * Die wiskundekurrikulum aan sekondêre skole moet wetenskaplik-verantwoordbare werksontleding insluit.
- * Werksontleding maak 'n groter harmonie moontlik tussen **wat in die skool geleer word en wat die werkslewe daarbuite eis.**
- * Groter seggenskap en keuse in werksontleding op veral plaaslike (skool-) vlak in die sin dat meer wesenlike besluite geneem sal word oor werksontleding en daarmee saam wiskundekurrikula in noue oorleg met ouers, kurrikuleerders, onderwysers en die skoolhoof.

Insette vanuit nie-tradisionele onderwyskringe¹ kan 'n deurslaggewende invloed op nuwe kurrikula uitoefen. Die invloed van die privaatsektor behoort al groter te word. 'n Wiskundekurrikulum sal onder meer die behoeftes van die arbeidsmark in ag moet neem. Leerlinge moet in aanraking met praktykgerigte onderwerpe en metodes wat naskoolse toepassingsmoontlikhede bied, kom. Steyn & Viljoen (1991: 242) sluit soos volg hierby aan:

Die skoolkurrikulum moet leerlinge wel help om die vaardighede te ontwikkel wat noodsaaklik is om die beroepswêreld te betree en om aan beroepsaanpasbaar te wees. Dit word voorsien dat die tradisionele grens tussen die skool en samelewing sal vervaag en dat die privaatsektor, as welvaartskeppende sektor, as opvoedingsvennoot toenemend inspraak in kurrikulumsake sal verkry.

Die vraag na die verband tussen 'n beroep en/of studierigting en wiskunde as skoolvak tree al meer op die voorgrond. **Hierdie**

¹ Vergelyk paragraaf 5.1.1.2 in hierdie verband

invloed is van tweërlei aard: eerstens het die wiskunde wat leerlinge op skool leer 'n invloed op hul beroepslewe en selfs beroepskeuse en tweedens het die beroepswêreld en nywerheidssektor weer 'n invloed op die wiskunde wat in die klas geleer en onderrig word. Aanbevelings en insette vanaf die beroepswêreld¹ ten opsigte van kurrikulumontwikkeling kan daartoe bydra dat die onderwys, en die wiskundekurrikulum by uitstek, leerlinge oplei om aan die mannekragbehoefte van die RSA te voldoen.

5.1.1.2 Die invloed van tersiêre inrigtings en die privaatsektor op kurrikulumontwikkeling

Tersiêre inrigtings is steeds nou betrokke by die kurrikuleringsproses vir die skool. Deur middel van die Komitee van Universiteitshoofde (KUH) het tersiêre inrigtings inspraak in kurrikulumontwikkeling (Engelbrecht, 1995). Die beroepswêreld lewer ook by wyse van aanbevelings ten aansien van kurrikulering en wiskundekurrikula, direkte en indirekte insette tot die ontwikkelingsproses. Vanuit beroepsringe wat mediese dokters, ingenieurs en ouditeure insluit, word al meer voorstelle tot verbetering en vernuwing van die bestaande wiskundekurrikulum ontvang².

Die toelatingsvereistes van tersiêre inrigtings plaas 'n hoë premie op die vak wiskunde. Voorlopige keuring vir mediese of tandheelkundige studies word op grond van leerlinge se standerd nege wiskunde- en natuur-en-skeikundepunte gedoen (Seeliger, 1995). Maree L (1995) wys op dieselfde keuringsvereistes by die Fakulteit Ingenieurswese. Die Fakulteit Ekonomiese en Bestuurswetenskappe vereis ook 'n D-simbool in wiskunde hoër

¹ Vergelyk paragraaf 5.1.1.2

² Vergelyk die aanbevelings later in die paragraaf weergegee.

graad vir meeste van hul studierigtings. Wiskunde speel 'n veel groter rol in bogenoemde fakulteite as om bloot as toelatingsvak te dien. Enkele algemene aanbevelings ten aansien van wiskunde-onderrig en leer en 'n wiskundekurrikulum op skoolvlak word vervolgens omskryf.

**(i) Aanbevelings vir wiskundekurrikulumontwikkeling
vanuit die mediese wetenskappe**

Na aanleiding van intensiewe onderhoude¹ met Seeliger (1995) en Viljoen (1995) ten opsigte van wiskundekurrikulumontwikkeling wys Seeliger onder meer daarop dat die onderrigbenadering in die mediese en tandheelkunde fakulteite in die toekoms probleemgedrewe² gaan wees. Inhoude behoort by wyse van praktiese probleemsituasies aan studente openbaar te word. Skoolkurrikula behoort in pas hiermee te bly. Leerlinge wat bloot werk memoriseer en nie probleemoplossend te werk kan gaan nie, sal in 'n al groter mate nie die pas kan volhou nie. Seeliger (1995) wys verder daarop dat leerlinge reeds op skoolvlak gemotiveer moet word om analities te dink en hul eie hipoteses vir probleemsituasies daar te stel en te verifieer. Wetenskaplike denke moet reeds op skoolvlak aangemoedig en gestimuleer word.

Die voorbereidende waarde van hoër kognitiewe denkhandelinge wat veral tydens die onderrig en leer van 'n vak soos wiskunde figureer, word hoog aangeskryf in die mediese veld (Viljoen, 1995). Sy wys daarop dat veral die biomediese rigtings

¹ Die gestruktureerde vraelys wat vir hierdie en verdere onderhoude gebruik is, word in die addendum weergegee.

² Volgens Seeliger (1995) word die term probleemgedrewe kurrikulum gebruik aangesien kurrikuluminhoude deur middel van probleemsituasies aan studente openbaar behoort te word.

aansluiting by wiskunde vind. Probleemgesentreerde wiskunde-onderrig en -leer in die senior sekondêre fase behoort leerlinge ook beter voor te berei vir die probleemgedrewe kurrikulum wat vanaf 1997 deur die mediese fakulteit gevolg gaan word (Viljoen, 1995).

(ii) Aanbevelings vir wiskundekurrikulumontwikkeling vanuit die ingenieurswese

Maree L (1995) beklemtoon die toepassingwaarde van wiskunde in die ingenieurswese en wys op die leerling se beperkte verwysingsraamwerk wat toepassings van wiskunde op skoolvlak inhibeer. Hy bepleit die bestudering van kennisverbredende vakke soos wiskunde, natuur-en-skeikunde, rekenaarstudie en aardrykskunde. Die ingenieurs staan vir wiskunde 'n onderrig- en leerbenadering wat probleemgesentreerd is en op die toepassing van inhoude konsentreer, voor (Maree L, 1995). Kurrikuluminhoude waarop, vanuit 'n ingenieursperspektief, meer klem gelê moet word, behels analise en spesifiek toepassings van differensiasie en integrasie. Leerlinge moet wiskunde kan gebruik en nie bloot feite memoriseer nie.

(iii) Aanbevelings vir wiskundekurrikulumontwikkeling vanuit die ekonomiese en bestuurswetenskappe

Die voorbereidende waarde van wiskunde vir ekonomiese en bestuurswetenskaplike studies, kan nie misken word nie. 'n Hele aantal huidige sillabustemas berei leerlinge voor vir 'n ekonomiese studierigting (De Wet G L, 1995). Hierdie temas sluit die volgende in:

- * Gelyktydige vergelykings
- * Die skets en interpretering van grafieke
- * Basiese differensiasie-begrippe soos onder andere die helling van 'n reguit lyn

* Trigonometriese funksies en vergelykings

Crowther (1995) wys daarop dat die Statistiek Vereniging homself reeds die afgelope 30 jaar beywer vir die insluiting van statistiek in die wiskundesillabus. Statistiek bied aan leerlinge 'n basiese agtergrond in waarskynlikheidsleer en die interpretering van data, syfers, diagramme en grafieke. Hierdie is almal aangeleenthede waarmee meeste leerlinge op 'n daaglikse basis na skool gekonfronteer word. Crowther (1995) wys daarop dat die toepassingsmoontlikhede van statistiek daartoe kan bydra dat die wiskundekurrikulum meer praktykgerig en minder abstrak is.

Die ekonomiese en bestuurswetenskappe sluit nou aan by die sillabustema rakende saamgestelde rente. Die sillabusopsie finansiële wiskunde in addisionele wiskunde, kan ook met vrug deel uitmaak van 'n wiskundekurrikulum. Nie net die groot hoeveelheid leerlinge wat in hierdie veld verder studeer nie, maar leerlinge in die algemeen kan baie baat hierby vind. Gevorderde grafiekteorie, liniêre programmering en matrikse is enkele gevorderde wiskundemetodes wat in verdere tersiêre studies in ekonomie voorkom (De Wet G L, 1995). Die finansiële wêreld staan ook probleemgesentreerde wiskunde-onderrig en -leer¹ voor. Op hierdie wyse word leerlinge beter voorberei om die finansiële sektor met selfvertroue te betree.

**(iv) Aanbevelings vir wiskundekurrikulumontwikkeling
vanuit die natuurwetenskappe**

Engelbrecht (1995) wys daarop dat die huidige wiskundekurrikulum grotendeels op manipulasie berus. Hy beklemtoon die feit dat wiskunde op drie bene, te wete 'n algebraïese, 'n grafiese en 'n analitiese been staan. Engelbrecht (1995) wys in aansluiting hiermee, daarop dat die huidige wiskundesillabus bloot op die

¹ Kyk: Hoofstuk Drie, paragraaf 3.4

algebraïese komponent klem lê. In samewerking met Sears (Universiteit van die Witwatersrand) is hy tans by 'n *Maths Reform*-beweging betrokke wat juis die grafiese en numeriese sy van wiskunde tydens onderrig en leer probeer uitbou. Hulle staan 'n benadering voor wat meer klem op die toepassing en veral begrip van wiskunde plaas.

Engelbrecht (1995) staan die insluiting van die volgende nuwe wiskundekurrikuluminhoude¹ voor:

- * 'n Uitgebreide analise- (calculus) kursus
- * Numeriese wiskunde
- * Koördinaatmeetkunde
- * Statistiek

Differensiasie in wiskunde op grond van blote grade is volgens Engelbrecht (1995) uitgedien. Differensiasie kan onder meer geskied aan die hand van 'n afrondings- en voorbereidingskursus. Die meeste kursusse in die Departement Wiskunde aan UP maak byvoorbeeld reeds hiervan gebruik. 'n Afrondingskursus berei leerlinge voor vir die breë beroepsveld. Leerlinge ontvang sogenaamde *life skills* in 'n afrondingskursus. 'n Voorbereidingskursus hierteenoor berei leerlinge voor vir verdere studie in wiskunde of wiskundeverwante rigtings.

Die belangrikheid van basiese wiskundige vaardighede onderliggend aan sekere kurrikulumtemas word deur Sauer (1995) onderstreep. Hierdie basiese konsepte en vaardighede sluit onder andere patroonerkenning en notasies in. Kurrikuluminhoude wat leerlinge 'n intuïtiewe aanvoeling vir die vak en probleemoplossing gee, behoort tydens ontwikkeling vooropgestel te word. Daarmee saam moet die onderrig- en leerbenadering leerlinge positief motiveer. Leerlinge moet die beoefening van wiskunde geniet (Sauer, 1995). Hy wys verder op

¹ Vergelyk hierdie inhoude met die kurrikuluminhoude wat later in paragraaf 5.5.4.2 voorgehou word.

die vormende waarde van meetkunde. Hy voel dat dit slegs vervang kan word indien die nuwe inhoud patroonherkenning en verbandlegging op soortgelyke wyse by leerlinge tuisbring.

**(v) Aanbevelings vir wiskundekurrikulumontwikkeling
vanuit die politieke arena**

Die ANC het reeds verskeie uitsprake en aanbevelings ten aansien van kurrikulumontwikkeling gemaak¹. Die ANC (1992:10) spreek homself uit ten gunste van algemene onderwys wat akademiese en beroepsvaardighede integreer. Kurrikuluminhoude behoort nie-seksisties, nie-rassig en van alle apartheidskonnotasies gestroop te wees. Die witskrif oor onderwys en opleiding (DO, 1995:27) bepleit insette ten aansien van kurrikulumontwikkeling vanuit die formele en informele onderwysstrukture. Die ANC (1994(a):69) beveel kurrikuluminhoude wat die redenasie-, probleemoplossing- en informasie-prosesseringvaardighede van leerlinge ontwikkel, aan.

Na afloop van die 1995-matriekuitslae wys Bengu (Sunday Times, 1995:1) onder andere op die volgende kurrikulumverwante aangeleenthede:

Professor Bengu said he would ask the cabinet to act urgently by:

- * Instituting a single matric examination for all pupils for 1996;*
- * Including a 'practical', job-orientated curriculum with practical examinations;*
- * Implementing teacher upgrading programmes at all colleges, emphasising training in commercial, science, maths and technology subjects.*

¹ Kyk: Hoofstuk Vier, paragraaf 4.3

5.1.1.3 Samevatting

Die voormelde aanbevelings ten aansien van wiskundekurrikulumontwikkeling vanuit enkele akademiese en beroepsvelde word opsommenderwys in Tabel 5.1¹ weergegee.

Beroepsveld	Aanbevelings ten aansien van kurrikulumontwikkeling vanuit die onderskeie beroepsvelde	Kundiges vanuit beroepsveld
Medies	<ul style="list-style-type: none"> * 'n Probleemgedrewe onderrig- en leerbenadering * Inhoude wat meehelp met die ontwikkeling van hoër kognitiewe denkhandelinge 	Seeliger Viljoen
Ingenieurswese	<ul style="list-style-type: none"> * Baie klem behoort op praktiese toepassings geplaas te word * 'n Probleemgesentreerde onderrig- en leerbenadering * Verdere toepassings van differensiasie en integrasie behoort in kurrikulum ingesluit te word 	Maree L
Ekonomiese en bestuurswetenskappe	<ul style="list-style-type: none"> * Probleem- en praktykgerigte onderwys, onderrig en leer * Kurrikuluminhoude wat behou en uitgebrei kan word: <ul style="list-style-type: none"> # Vergelykings # Differensiasie # Grafieke # Trigonometrie * Moontlike nuwe kurrikuluminhoude: <ul style="list-style-type: none"> # Statistiek # Finansiële rekene 	De Wet G L Crowther

¹ Kyk: Tabel 5.1 op bladsy 219 & 220

<p>Natuur- wetenskappe</p>	<ul style="list-style-type: none"> * Meer inhoude wat op toepassing en begrip konsentreer * Differensiasie behoort aan die hand van voorbereiding- en afrondingskursusse te geskied * Leerlinge behoort 'n intuitiewe aanvoeling vir probleemoplossing te ontwikkel * Moontlike nuwe kurrikuluminhoude: <ul style="list-style-type: none"> # Analise - differensiasie en integrasie # Numeriese wiskunde # Koördinaatmeetkunde # Statistiek # Euklidiese meetkunde 	<p>Engelbrecht Sauer</p>
<p>Politiek</p>	<ul style="list-style-type: none"> * Betrokkenheid van alle ter sake rolspelers tydens kurrikulumontwikkeling word bepleit * Inhoude behoort leerlinge te stimuleer om krities te dink en vaardighede ten opsigte van probleemoplossing en informasie-prosessering aan te leer * 'n Praktiese beroepsgeoriënteerde wiskundekurrikulum behoort daargestel te word * Nuwe en bestaande wiskunde-onderwysers moet opgelei word om die suksesvolle implementering van die kurrikulum te bevorder 	<p>Bengu Samuel</p>

**TABEL 5.1 Enkele aanbevelings ten aansien van wiskundekurrikulumontwikkeling vanuit wiskunde-
verwante beroepsvelde**

5.1.2 Die vrae: wat, waar en hoe ten aansien van wiskundekurrikulumontwikkeling

Met die daarstelling van riglyne en sillabustemas vir 'n wiskundekurrikulum¹ in hierdie hoofstuk sal daar gepoog word om die volgende vrae ten aansien van wiskundekurrikulumontwikkeling in die RSA te antwoord: **WAT? WAAR? en HOE?**

5.1.2.1 Inhoud

WAT? Daar word eerstens gekyk na wat onderrig en geleer word. Hier gaan dit om die *inhoud*. Sillabusinhoudes staan sentraal in hierdie studie. Die sin- en saaksamehange wat deur die inhoud ontsluit word, behoort in gedagte gehou te word. Die aard en spesifiek die veelfasige aard van wiskunde moet deur die kurrikuluminhoudes weerspieël word. Glencross & Fridjhon (1990:308) wys op die volgende relevante vrae rondom inhoud:

A question posed earlier was what is it that we want to teach?, but a much more important question, one that is the key question for curriculum renewal, is what is it that we want our pupils to learn? While all of us will have our own ideas, an over-riding consideration for tomorrow's curriculum must surely be for the new technological revolution and the impact of the computer as an aid for both the teaching and learning of mathematics.

... What should be omitted from today's syllabus to make space for computer-orientated topics such as iterative methods and discrete mathematics? Should the emphasis on content be in the traditional areas of arithmetic, algebra, geometry and trigonometry, or should it be a new emphasis on such dichotomies as finite-infinite, discrete-continuous and exact-

¹ Kyk: Hoofstuk Vyf, paragraaf 5.4

approximate?

Daar is reeds vroeër in hierdie paragraaf verwys na die feit dat inhoude nie slegs relevant vir die samelewing, maar ook beroepsgerig moet wees. Later in hierdie hoofstuk word 'n opsomming van kurrikuluminhoude wat tans onderskeidelik in die RSA en internasionaal onderrig en geleer word, gegee¹. Relevante wiskundekurrikuluminhoude vir die senior sekondêre fase word ook bespreek.

5.1.2.2 Milieu

WAAR? Die primêre vraag hier ter sake is waar die ontwikkeling van 'n wiskundekurrikulum en die implementering daarvan plaasvind. Die wiskundekurrikulum word onder andere op die sogenaamde verskyningsplekke van wiskunde² wat vroeër geïdentifiseer is, aangetref. Die klaskamer, die skool, die omgewing en staat is terreine wat in aanmerking geneem behoort te word tydens die daarstelling van 'n kurrikulum.

'n Verdere vraag wat hier beantwoord moet word, is waar **begin** moet word. Die beginsituasie en plek waar die ontwikkeling van 'n wiskundekurrikulum voltrek moet word, is onder andere hier relevant. Die aard en omvang van 'n situasie-analise en behoeftebepaling kom hier ter sprake. Begin 'n kurrikulum in die skool of begin 'n kurrikulum by die staat? Hierdie aangeleentheid is breedvoerig in die vorige hoofstuk³ aangeraak en daar is tot die gevolgtrekking gekom dat 'n sentraalgebaseerde kurrikulum met genoegsame ruimte vir gemeenskap en skoolgebaseerde insette en wysigings, die ideaal

¹ Kyk: Hoofstuk Vyf, paragrawe 5.2.2 en 5.3.2

² Kyk: Hoofstuk Drie, paragraaf 3.6.1

³ Vergelyk paragraaf 4.4.2.4

is. Die groter wordende rol wat die privaatsektor dienooreenkomstig te speel het, is reeds vroeër aangeraak¹.

5.1.2.3 Vorm

HOE? Hier gaan dit om die **vorm** - hoe word die betrokke inhoud geselekteer en georden? Hoe word riglyne vir die ontwikkeling en implementering van 'n wiskundekurrikulum en kurrikuluminhoude geselekteer, geïdentifiseer en geïmplementeer? Hierdie vrae word in die volgende paragraaf aangespreek, waar wiskundekurrikulumontwikkeling² in die RSA bespreek word. Die menige rolspelers en hulle bydrae tot die kurrikuleringsproses word geïdentifiseer en omskryf.

5.2 WISKUNDEKURRIKULUMONTWIKKELING IN DIE RSA

5.2.1 Oriënterende perspektief

5.2.1.1 Situasië-analise en behoeftebepaling

'n Ontleding van die plaaslike wiskundekurrikulumsituasië bring aan die lig dat ontwikkeling tans deur 'n hele aantal faktore beperk en vertraag word. Die voorgestelde senior sekondêre wiskundekernkurrikulum (wat in 1995 op standerd agt tot tien leerlinge van toepassing moes wees) is voor implementering in 1993, teruggetrek. Een van die hoofredes hiervoor is die feit dat al die rolspelers en instansies wat tans by die

¹ Vergelyk paragraaf 5.1.2

² Vergelyk paragraaf 5.3.1.1

kurrikuleringsproses betrokke is nie geken is in die daarstel van hierdie kurrikulum nie. In samehang met die huidige onderhandelingsgees bestaan daar op die oomblik 'n hele aantal komitees wat hulself beywer vir die daarstelling van 'n relevante wiskundekurrikulum.

Laridon (1995:1) wys daarop dat die Veld- en Fase-komitee van die Nasionale Onderwys en Opleiding Forum (NOOF) die aanvanklike werk rondom die daarstel en implementering van die interimsillabusse gedoen het. Laridon (1995:1) brei verder hierop uit:

The work of the NETF¹ Field and Phase Committee is practical at an end. The concluding task has been that of preparing supplementary materials to assist in the implementation of the interim syllabus. In mathematics the interim committee developed support materials for linear programming. These materials illustrated a manner in which the new socially directed goals now found as the preamble in all mathematics syllabuses, can be worked towards in practice.

Die witskrif oor onderwys en opleiding (DO, 1995:27) staan 'n hele gedeelte af aan kurrikulumontwikkeling en sluit onder andere soos volg hierby aan:

Belangrike ontwikkelings- en koördineringswerk op nasionale vlak is gedoen deur die Nasionale Onderwys- en Opleidingsforum se Tegniiese kurrikulumspesialis-komitee, waarin die Departement van Onderwys 'n volledige rol speel. ... Die Tussentydse Komitee van Onderwysdepartementshoofde, wat die nasionale en provinsiale departemente saambind, het nou die NOOF se rol geakkommodeer met die saambind van die

¹ National Education and Training Forum (Afrikaans: NOOF)

belangrike gesaghebbendes in die kurrikulumveranderingsproses deur 41 Nasionale Kurrikulumkomitees te skep waarin die nasionale en provinsiale onderwysdepartemente asook ander belangrike rolspelers verteenwoordig is.

Die volgende stap in die proses was die voormelde daarstelling van 41 kurrikulumkomitees. Volgens De Wet H C (1995) is die kurrikulumkomitees vir tale en geskiedenis egter die enigste van die 41 wat die NOOF in die vooruitsig gestel het, wat tans aktief is. Die doel van hierdie twee komitees is bloot om probleme rakende die interimsillabus in die onderskeie vakke te hanteer. Die Gauteng se Instituut vir Kurrikulumontwikkeling (GICD) is in die begin van 1995 gestig, maar tot op hede word die kantoor slegs deur 'n enkele persoon, Mnr. Haroon Mohammed, wat die GICD nog nie op die been kon kry nie, beman. Laridon (1995:1) spreek homself soos volg hieroor uit:

The GICD is at present in its early stages of formation. The GICD will have a board of management consisting of representatives from a wide range of sectors inclusive of teacher organisations, subject associations, NGO's ¹ and the Educational Department. Central to the processes whereby the GICD intends to operate is participation by all stakeholders.

De Wet H C (1995) wys verder daarop dat 'n Adviesforum vir Kurrikulumontwikkeling op nasionale basis as 'n interimstruktuur gevorm is om binne die raamwerk van die beoogde Nasionale Instituut vir Kurrikulumontwikkeling (NIKO) te opereer. Hierdie forum is tans besig met 'n dieptestudie van die beskikbare geskryfte rondom die onderwys en kurrikulering. Hierdie geskryfte sluit onder andere die witskrif oor onderwys en opleiding en die ANC se raamwerkdokument oor beleidvoorstelle,

¹ Non-governmental organizations

in.

(i) Onttrekking van die 1993-sillabus

As gevolg van die onttrekking van die 1993-wiskundesillabus is daar tans 'n tussentydse of interimkernkurrikulum vir die senior sekondêre fase in werking wat weinig van die 1985-wiskundekurrikulum verskil. Enige verdere ontwikkelinge op kurrikulumfront is afhanklik van die voorstelle en konsensus wat binne die voormelde komitees moet plaasvind. Van vooruitgang in die wiskundeklaskamer die laaste tien jaar is daar gevolglik op senior sekondêre vlak nie veel sprake nie. Ontwikkeling in primêre wiskundekurrikula het egter plaasgevind en is reeds geïmplementeer. 'n Breë wiskundige basis is daargestel vir kurrikuleerders om op voort te bou.

Steyn & Viljoen (1991:242) beklemtoon egter die feit dat die plaaslike skoolkurrikulum wat uit die apartheidsera dateer, uitgedien is. Hulle wys soos volg op die eise waaraan die ontwikkeling van 'n kurrikulum in die toekoms behoort te voldoen (Steyn & Viljoen, 1991:242):

- * *In die lig van die realiteite in ons multikulturele land is die skrif aan die muur vir die bestaande skoolkurrikulum soos dit in die formele onderwys aangetref word. Daar sal ten opsigte van kurrikulumvernuwing verby die status quo van die bestaande en tradisionele gekyk moet word en selfs meer as in ander lande sal die druk vir veranderende leerinhoud ervaar word.*
- * *Skoolkurrikulumhervorming sal, ten spyte van veranderinge op tegnologiese gebied en ons unieke samelewingsproblematiek, steeds pedagogies verantwoordbaar moet wees.*

(ii) Enkele vereistes vir kurrikulumontwikkeling in die RSA

Veranderinge aan 'n wiskundekurrikulum in die RSA moet pedagogies en wiskundig verantwoordbaar wees. Daar moet enersyds aan die basiese eise van die samelewing en andersyds aan die fasette van wiskunde voldoen word. 'n Wiskundekurrikulum moet die formele, logiese, intuïtiewe, empiriese, estetiese en toepassingsfaset van wiskunde weerspieël.

Die witskrif oor onderwys en opleiding (DO, 1995:27) beskryf die proses en noodsaaklikheid van kurrikulumontwikkeling tans in die RSA, soos volg:

Die koms van demokrasie in Suid-Afrika het dit sowel moontlik as dringend noodsaaklik gemaak om die leerprogramme in die land se skole en kolleges onder hande te neem. Die formulering van nasionale norme en standaarde behels noodwendig die ontwikkeling van kurrikulumraamwerke en kernkurrikula. Binne hierdie nasionale parameters het provinsiale onderwysdepartemente aansienlik ruimte vir die omskrywing van leerprogramme wat afsonderlik provinsiale belange en prioriteite uitdruk, as hulle dit sou wou doen. Kurrikula wat aan nasionale norme voldoen, kan ook deur ander verskaffingsliggame ontwikkel word. Skoolgebaseerde 'mikro'-aanpassings kan 'n belangrike middel van professionele ontwikkeling en indiensopvoeding van onderwysers wees, en ook die besondere belange van die skool en sy gemeenskap uitdruk.

Die hele aangeleentheid van skool- en sentraalgebaseerde kurrikulumontwikkeling¹ is vroeër bestudeer en die belangrikheid van insette vanuit die gemeenskap, ouergeledere en vanaf onderwysers is beklemtoon. Die noodsaaklikheid van en behoefte aan 'n wiskundekernkurrikulum vir die hele RSA is voor die hand

¹ Kyk: Hoofstuk Vier, paragraaf 4.4.2

liggend. Die kernkurrikulum moet egter ruimte laat vir provinsies, streke en selfs skole om na gelang van hul eie behoeftes, gedeeltes toe te voeg of uit te laat. Alle partye is dit eens dat die bestaande kurrikulum en spesifiek die wiskundekurrikulum, veranderinge behoort te ondergaan om by die snel-veranderende samelewing aan te pas.

(iii) Die wiskundekernkurrikulum en die leerling in die wiskundeklas

In die RSA behoort 'n wiskundekurrikulum in die toekoms ook onderskeid te tref tussen leerlinge met verskillende belangstellings. Die redes wat leerlinge motiveer om wiskunde as vak te neem, kan prominent tydens die ontwikkeling van 'n wiskundekurrikulum figureer. Die leerling wat 'n besondere aanvoeling en aanleg vir wiskunde openbaar behoort aangemoedig te word om 'n suiwer akademiese wiskundekurrikulum te volg. 'n Suiwer akademiese kursus sal die leerling toelating tot 'n tersiêre inrigting vir verdere studies in wiskunde gee. Hierteenoor kan 'n leerling met 'n meer praktiese aanleg, wat dadelik na skool die tegniese beroepsmark wil betree, die geleentheid gegun word om 'n wiskundekurrikulum te volg wat aan sy behoeftes voldoen. Laastens behoort 'n algemene wiskundekurrikulum gevolg te word wat enige leerling 'n basiese agtergrond in wiskunde gee. Die klem van hierdie wiskundekurrikulum sal meer op die toepassing en praktiese nut van temas en bewerkings as op hul wiskundige oorsprong val.

(iv) Die verskil tussen algemeen-, beroepsgerigte en beroepsonderwys

Die KOD (1991:17-18) onderskei tydens die senior sekondêre fase tussen algemeengerigte, beroepsgerigte en beroepsonderwys. Algemeengerigte onderwys behels die ontsluiting en bemeestering van kennis oor die werklikheid soos deur die mens gestruktureer.

Tydens beroepsgerigte onderwys hierteenoor val die klem op die ontsluiting van kennis, die inskerping van waardes en gesindhede, asook die oordra van vaardighede wat 'n meer direkte gebruikwaarde in een of meer breë beroepsrigting het (KOD, 1991:52). Die KOD (1991:53) definieer beroepsonderwys soos volg:

Beroepsonderwys is onderwys wat aangebied word ooreenkomstig kurrikulums waarin die klem val op die ontwikkeling van beroepsbekwaamheid en ekonomiese selfstandigheid by die leerder; die skoling van die leerder in die toepassing van die handeling, reëls, tegnieke en prosedures wat vir die bepaalde beroepe vereis word ...

Dié voorgestelde kurrikulummodel staan vakkeuses voor wat bestaan uit kombinasies van een van hierdie drie rigtings met ander algemene of beroepsgerigte vakke. 'n Gedifferensieerde wiskundekurrikulum behoort aan te sluit by hierdie denkrigting. In die volgende paragraaf¹ word verwys na die oorsese neiging om wiskundekurrikula op te deel in prakties-beroepsgerigte, suiwer akademiese en algemene kurrikula. Hierdie kurrikula voldoen elk aan die behoeftes van verskillende sektore van die leerlingbevolking.

5.2.1.2 Doel, doelstellings en doelwitte ten aansien van wiskundekurrikulumontwikkeling

Die tweede stap in die voormelde kurrikulummodel², te wete doel-, doelstelling- en doelwitformulering is 'n aangeleentheid wat reeds vanuit verskeie oorde belig en aangespreek is. Die doelwitte en doelstellings van die DO se tussentydse

¹ Vergelyk paragraaf 5.3

² Kyk: Hoofstuk Vier, paragraaf 4.2.3

kernsillabus vir wiskunde¹ verskil radikaal van vorige kurrikulas'n. Hierdie doelstellings wat in 1995 verskyn het, spreek die behoeftes van post-apartheid RSA aan. Breë samelewings- maar ook meer besondere doelstellings vir wiskunde-onderwys word hierin weergegee.

Adler (1991:162) stel die volgende drie kriteria vir die daarstelling van 'n nasionale wiskundekurrikulum daar:

A core maths curriculum should:

- * *provide all learners with access to a foundation in mathematical knowledge: this includes concepts, content and processes (ways of thinking);*
- * *develop in all learners, mathematical problem-solving skills useful to, and contextualized in daily life and, ultimately, the work-place;*
- * *enhance all learners' critical faculties and hence their effective participation in civic life.*

Dit beteken onder meer dat dit vir vooruitgang noodsaaklik is om leerlinge op skool in basiese wiskundige metodes en tegnieke te onderlê. Praktiese probleemoplossing in wiskunde op skoolvlak dra daartoe by dat die wisselwerking tussen die mens en sy omgewing verbeter. 'n Wiskundekurrikulum behoort leerlinge voor te berei vir hulle dagtaak en beroepslewe na skool². Leerlinge wat probleme met die nodige selfvertroue aanpak, beskik oor 'n stewige basis vir 'n suksesvolle beroepslewe. Die NEPI-raamwerkverslag (1993:114) stel onder andere die volgende algemene kurrikulumaangeleenthede ten doel:

- * *The curriculum could aim to prepare students for equal participation in the key decision-making institutions of society and could address rights*

¹ Kyk: Hoofstuk Drie, paragraaf 3.2.3

² Vergelyk paragrawe 5.2.1.3 en 5.4.1 in hierdie verband

to difference and procedures for dealing with difference.

- * The curriculum could attempt to reflect the diverse nature of the school community and society more broadly.*
- * The curriculum could incorporate principles of national reconciliation and, as part of this, embody a particular sensitivity to race and gender.*

Die voormelde doelwitte en doelstellings van die DO se interimkurrikulum vir wiskunde van 1995 is in pas met hierdie aanbevelings van die NEPI-raamwerkverslag. Die noodsaaklike en onvermydelike politieke invloed op die daarstelling van 'n kurrikulum word veral deur hierdie breë doelstellings weerspieël. Die implementering hiervan, wat hand aan hand loop met onder andere die keuse en ordening van leerinhoud, is 'n komplekse aangeleentheid. Kurrikuluminhoud moet aan die hand van 'n werksdokument of werkskema in terme van hierdie doelwitte en doelstellings geïnterpreteer en in die klaskamer geleer en onderrig word.

5.2.1.3 Leerinhoudkeuse en -ordening

Veranderinge aan die leerinhoud van die huidige senior sekondêre wiskundekurrikulum het nog nie plaasgevind nie en moet spoedig aandag geniet. 'n Wiskundekurrikulum wat enersyds 'n hoër mate van sensitiwiteit vir die beroepspesifieke behoeftes van leerlinge reflekteer en andersyds duideliker aansluiting vind by die beroeps-/praktykbehoefte van post-apartheid Suid-Afrika aan die einde van die twintigste eeu word benodig. Steyn & Viljoen (1991:242) wys op die komplekse struktuur van die beroepswêreld en die vinnige veranderinge op tegnologiese gebied, wat die daarstelling van relevante beroepsgerigte kurrikula verder bemoeilik, en die relevantheid van tien jaar oue kurrikulumtemas erg beperk.

In die algemeen sal 'n wiskundekernkurrikulum minder feite en inligting en meer inhoude wat kundighede en vaardighede en veral begrip en insig by leerlinge kweek, moet bevat. Volmink (1993(c):126) verwys soos volg hierna:

Curriculum should be seen as a programme of activities and not merely a body of knowledge. Knowledge and skills are constructed from these activities.

Die keuse en ordening van wiskunde-inhoude vir 'n kernkurrikulum word later in hierdie studie aangespreek¹. Inhoude moet 'n besondere appèl tot leerlinge rig. Die gemeenskap, ouers en onderwysers kan grootliks bydra tot die beperking van lewensvreemde wiskundekurrikulumtemas. Temas wat geen aansluiting by die leerling se verwysingsraamwerk of by die omgewing buite skoolverband vind nie, word as lewensvreemd vir die leerling beskryf. Op die oomblik is dit meer die reël as die uitsondering dat leerlinge wat wiskunde in die senior sekondêre fase neem, hulself afvra wat die sin en betekenis daarvan is. Vrae wat 'n wiskunde-onderwyser feitlik daaglik aanhoor is die volgende:

- * Hoekom moet ons hierdie werk leer?
- * Wat gaan ons eendag hiermee doen?
- * Waar en wanneer gaan ons ooit hierdie werk gebruik?

'n Wiskundekurrikulum vir post-apartheid Suid-Afrika moet nie vir die leerlinge lewensvreemd wees nie. Die blote bestudering van wiskunde ter wille van wiskunde hou vir 'n baie klein persentasie van die bevolking 'n bekoring in. Volmink (1993:122) spreek homself soos volg hieroor uit:

I am convinced that society cannot continue to afford the luxury of sending children to school to pursue

¹ Kyk: Hoofstuk Vyf, paragraaf 5.2.2

knowledge simply for the sake of knowledge. In other words the socio-economic and political realities are such that, students must necessarily pursue knowledge for life. So, we must require that school mathematics becomes 'mathematics for life', instead of a fund of de-contextualised, esoteric, abstract and useless knowledge. For a society in transition knowledge has to be relevant and meaningful.

Die milieu waarbinne kurrikulumtemas onderrig moet word, is net so essensieel vir effektiewe onderrig en leer in wiskunde, as die inhoud self. Die skep van effektiewe leergeleenthede en die navolging van wiskunde - en pedagogiese onderrig en leerhandelinge geniet voorts aandag.

5.2.1.4 Leergeleenthede, onderrig- en leerhandelinge en leerervarings

By verre die grootste persentasie van leerlinge wat tans tot in standerd tien wiskunde neem, volg 'n tersiêre studierigting waar suiwer wiskundige beginsels en teorieë totaal irrelevant blyk te wees. 'n Wiskundesyllabus wat meer klem op die toepassingsfasie en probleemoplossingsaspek van wiskunde plaas, sal baie meer vir die gemiddelde leerling beteken. Leerlinge moet die geleentheid kry om self met probleme te worstel en na oplossings te soek. Die leerervaring wat 'n leerling opdoen wanneer hy 'n probleem met behulp van sy eie vermoëns en metodes oplos, kan nie altyd ewe effektief op deduktiewe wyse aan hom onderrig word nie. 'n Kernkurrikulum vir wiskunde moet probleemgesentreerd wees en leerlinge vir die wêreld daarbuite met sy komplekse probleme voorberei. Die ANC (1994(b):255) wys op die hoë eise waaraan onder andere 'n wiskundekurrikulum moet voldoen:

For the compulsory years of schooling, the present curriculum policy that science and mathematics are core subjects will be continued. However, both subjects require urgent revision to make them

learner-centered, intellectually accessible, gender affirming and relevant. This has implications for content selection, methodology and assessment in terms of outcomes. ... For mathematics, the new curriculum must encourage problem-solving activities, the use of calculators and the study of the technology of the teaching and learning of mathematics.

Die belangrikheid van leerinhoudkeuse en -ordening, onderrig- en leerhandelinge en evaluering (drie van die vyf basiese stappe van die kurrikuleringsmodel wat vir die doel van hierdie studie voorgelê word) tydens kurrikulumontwikkeling, word opnuut hierdeur uitgewys. Die verskillende leerteorieë¹ en spesifiek probleemgesentreerde² onderrig en leer word ook hier deur die ANC vooropgestel. Die ontwikkeling van 'n wiskundekurrikulum geskied deurlopend met inagneming van onderrig- en leerteorieë in wiskunde.

'n Verdere aangeleentheid wat in gedagte gehou moet word tydens die daarstelling van 'n kernkurrikulum vir wiskunde in die RSA, is die beoogde rasionalisering in die onderwys ter plaatse (TO, 1995(b):1). Die onderwyser-leerling verhouding wat in die vooruitsig gestel word vir die senior sekondêre fase is 1:35 (TO, 1995(a):1). Dit vergelyk baie ongunstig met die verhouding van 1:18 wat huidig nog in sommige skole in die vier provinsiale onderwysdepartemente van die apartheidsera gehandhaaf word.

Onderrig- en leerstrategieë wat deel uitmaak van die voorgestelde kurrikulummodel sal hiervoor voorsiening moet maak. In die toekoms gaan wiskundeklasse van 45 leerlinge of meer 'n gegewe wees en kurrikula sal ook hierdie aangeleentheid moet aanspreek. Hierdie paradigmaskuif na die onderrig van groter

¹ Vergelyk Hoofstuk Twee

² Vergelyk paragraaf 3.4

groepe in die wiskundeklas rig 'n besondere appèl tot onderrig- en leerstrategieë. Aangeleenthede soos koöperatiewe leer¹ wen veld en sal verder vir die wiskundeklas verfyn moet word. Die onderrig en opleiding van wiskunde-onderwysers sal potensiële leerkragte moet voorberei om hierdie nuwe uitdagings die hoof te bied.

5.2.1.5 Evaluering

Die ware toets van enige kurrikulum lê in die implementering daarvan. Die prestasie van die kurrikulum in die klaskamer is die finale toets. Die 1993-wiskundekurrikulum (wat, soos voorheen vermeld is, nooit geïmplementeer is nie) bly bloot 'n teoretiese model wat nog nie in die praktyk uitgetoets is nie. Hierdie kurrikulum het wegbeweeg van vroeëre neigings en meer vryhede aan die onderwyser op skoolvlak gegee. Dit is grotendeels bewerkstellig deur die insluiting van keusemodules, wat die onderwyser voor 'n keuse stel van watter onderwerpe in sekere afdelings onderrig en geleer word.

Algemene terugvoer van onderwysers, ouers en leerlinge ten opsigte van die bestaande kurrikulum wat in die klaskamer gevolg word, bly die beste manier om die effektiwiteit daarvan te toets. Die bepaling en daarstelling van standaarde en die vlak waarop die leerlinge 'n kurrikulum beheers word vandag met gestandariseerde itembanktoetse gedoen. Vanaf 1995 sluit elke standerd tien wiskundevraestel in die land dieselfde 12 meervoudigekeusevrae in (De Wet H C, 1995). Hierdie is 'n belangrike stap in die rigting van een basiese wiskundevraestel vir standerd tien leerlinge in die RSA. Die uiteindelijke mikpunt behoort te wees dat die gedeelte van die kurrikulum wat skoolgebaseerd is, intern geskryf word, en dat die basiese kernwiskundekurrikulum, wat universeel-geldend is, ekstern

¹ Kyk: Hoofstuk Twee, paragraaf 2.5

geëksamineer word¹ (Pienaar, 1995).

Toetsing en eksaminering dien as toets vir die geslaagdheid van 'n kurrikulum. Dit is egter belangrik dat toetse en eksamens daartoe moet bydra dat leerlinge voorberei word om die beroepswêreld met selfvertroue te betree. Die alombekende Cockcroft-verslag (1982:15) wys op die volgende twee beginsels wat tydens die opstel van enige wiskundetoets of -eksamen vooropgestel moet word:

- * *examination papers and other methods of assessment should be such that they enable pupils to demonstrate what they know rather than what they do not know;*
- * *examinations should not undermine the pupils' confidence*

Die basis waarop die probleemgesentreerde benadering berus, is juis dat leerlinge met selfvertroue met kurrikuluminhoude behoort om te gaan. Leerlinge moet gemotiveer word om met selfvertroue probleme aan te pak en te bemeester. Toetse en eksamens kan nou hierby aansluit. Daar moet ook nie tydens eksaminering teen sekere leerlinge gediskrimineer word nie. Baily & Shan (1991:21) waarsku soos volg hierteen:

One of the great concerns is with the testing of maths at the end of the key stages. We hope that the tests, both teacher assessments and standard assessment tasks be equally accessible and appropriate for all students, and will not be culturally biased in ways which many present examinations and tests are.

Hierdie aangeleentheid is veral van toepassing op die RSA met sy

¹ Hierdie aangeleentheid word breedvoerig in paragraaf 5.4.1.3 (iv) van hierdie hoofstuk hanteer

vele kulture en bevolkingsgroepe. Die leergeleenthede wat vir leerlinge tydens eksaminering geskep word, moet vir alle leerlinge toeganklik wees. Die suksesvolle daarstelling en implementering van 'n kurrikulum in die onderrig- en leergebeure word onder andere gemeet aan die hand van die resultate van leerlinge in toetse en eksamens. Die ontwikkelinge en veranderinge die afgelope 25 jaar ten aansien van wiskundekurrikuluminhoud in die RSA, word vervolgens geanaliseer.

5.2.2 'n Kritiese beskouing van wiskundekurrikulumtemas en -inhoud in die RSA die afgelope 25 jaar

5.2.2.1 Inleiding

Die daarstelling van 'n wiskundekurrikulum vir die senior sekondêre fase is onlosmaaklik gekoppel aan en afhanklik van veranderinge en ontwikkelinge op die algemene kurrikulumfront. Die toenemende insette vanaf die gemeenskap in kurrikulumsake teen die agtergrond van die snelveranderende en ontwikkelende omgewing plaas 'n groot verantwoordelikheid op kurrikuleerders. 'n Wiskundekurrikulum wat aan die eise van die verlede voldoen, spreek nie al die eise van die hede en definitief nie dié van die toekoms aan nie.

Die inhoud van 'n sillabus word onder andere gemeet aan die relevansie en toepassingsmoontlikhede van die inhoud. Glencross & Fridjhon (1990:308) beklemtoon die volgende vier kriteria wat oorweeg moet word tydens die keuse van wiskunde-inhoud:

Importance to the pupil's life after school

The topic is important for an educated person to know

to make decisions. The topic is necessary for getting a job, or is necessary on the job.

Importance to the pupil's later life in school

The topic builds a foundation for other important topics. The topic will help in other subjects that use mathematics.

General transfer

The topic helps to build critical thinking, space perception and so on.

Motivation

The topic is fun and encourage pupils to want to learn more.

Wanneer sillabusinhoud en onderwerpe 'n appèl tot leerlinge rig en aansluit by hulle verwysingsraamwerk, bevorder dit effektiewe onderrig en leer. Leerlinge moet deur inhoud uitgedaag en gemotiveer word om aktief tot die leer- en onderriggebeure toe te tree. Slegs dan sal daar sprake van probleemoplossing en probleemgesentreerde leer kan wees. Die wiskundesillabusse wat die laaste 25 jaar van toepassing op die senior sekondêre fase was, word vervolgens krities met mekaar vergelyk. Die onderwerpe wat tradisioneel in die eerste of algebra-vraestel in standaard tien getoets word, word eerstens van nader beskou.

5.2.2.2 Sillabusinhoud van algebraïese aard

Die feit dat leerlinge met kurrikuluminhoud behoort te identifiseer, is reeds uitgewys¹. Ondanks die beste motiewe van kurrikuleerders is daar altyd sekere onderwerpe wat minder goed in die klaskamerpraktyk vaar en nie aanklank by die meerderheid leerlinge vind nie.

(i) Groepe en ringe

¹ Kyk: Hoofstuk Vyf, paragraaf 5.2.1.3

In die 1972-wiskundesillabus¹ (TOD,1972:12) word groepe en ringe byvoorbeeld vir standerd tien leerlinge voorgeskryf. Hierdie abstrakte teorie lê ver verwyder van die leerling se alledaagse verwysingsraamwerk en De Vaal & van den Berg (1977:107) wys soos volg daarop:

Groepe en Liggame. Hier het 'n mens te doen met 'n wiskundige onderwerp wat uiters moeilik deur 'n leerling, selfs in standerd tien, sinvol verwerk kan word. Die rede hiervoor is dat daar niks is wat leerlinge in hulle betekeniswêreld ervaar het waarby hierdie onderwerp aansluiting vind nie. Ook maak hierdie onderwerp nie die leerlinge gereed vir iets wat hulle binne 'n afsienbare tyd wel kan begryp nie ...

Hierdie onderwerp is dan ook in 1978 vanuit die kernkurrikulum verwyder vanweë insette van kurrikuleerders en leerkragte tydens die evaluering van die kurrikulum.

(ii) Versamelingsleer

Versamelingsleer wat deel uitgemaak het van die standerd agt sillabus in 1972 het ook in 1985 verval. Die aansluiting hiervan by die funksiebegrip laat die vraag ontstaan of daar nie weer plek daarvoor in die wiskundekurrikulum ingeruim behoort te word nie. Sauer (1995) wys op die gebrekkige funksiebegrip by tersiêre studente in die natuurwetenskappe. Die daarstelling van 'n kurrikulumtema rakende versamelingsleer kan hierdie probleem moontlik help aanspreek.

(iii) Wiskundige induksie

¹ Hierna word na hierdie spesifieke sillabus verwys as die 1972-sillabus

Nog 'n onderwerp uit die 1972-sillabus wat in 1985 met die implementering van die 'nuwe' kurrikulum in die slag gebly het, was wiskundige induksie. In die lig van die toenemende klem op en aanvaarding van die probleemgesentreerde benadering in wiskunde kan hierdie spesiale bewysmetode moontlik weer met vrug plek in 'n wiskundekurrikulum kry. Weens die abstrakte aard daarvan kan dit sinvol as 'n gedeelte van 'n opsiemodule vir die skrande leerlinge aangebied word. Wiskundige induksie is verder veral handig om algemene stellings soos die volgende te bewys:

- * $(7^p - 1)$ is deelbaar deur 6
- * $2^n > 2n$ vir alle $n > 2$
- * $1 + 2 + 3 + \dots + n = (n/2)(n+1)$

Leerlinge wat self probleme moet aanpak en oplos, moet veral onderskei tussen bewerings wat algemeen-geldend is en andere wat slegs onder sekere voorwaardes geld. Aansluitend by die probleemgesentreerde benadering moet veral klem op die aanvaarbaarheid van legitieme bewysmetodes gelê word. Die verskil tussen 'n blote voorbeeld en 'n bewys met behulp van 'n teenvoorbeeld kan eksemplaries hier uitgewys word. Die produk van enige natuurlike getal met twee is byvoorbeeld nie gelyk aan die kwadraat van die getal nie, omdat $2 \cdot 2 = 2^2$. Hierdie bewering is slegs waar vir die getal twee en is nie in die algemeen waar nie.

Wiskundige induksie is een van die min bewysmetodes waarmee algemene stellings soos die voormelde bewerings bewys of weerlê kan word. Dit is weer as 'n keusemodule in die konsepkurrikulum (waaruit die 1993-wiskundesillabus voortgevloei het) opgeneem, maar word nie in die finale 1993-sillabus¹ as 'n moontlikheid

¹ Die 1993-sillabus verwys na die voorgestelde kernsillabus (DO:1993) vir wiskunde HG, standerd agt tot tien wat teruggehou is en nooit geïmplementeer is nie - volgens beplanning sou die eerste leerlinge wat hierdie sillabus gevolg het, in 1995 gematrikuleer het.

gelys nie.

(iv) Differensiasie

Die grootste en belangrikste verandering in die voorgeskrewe wiskundekernkurrikulum oor die laaste 25 jaar in die senior sekondêre fase is onteenseglik die implementering van differensiasie tydens die 1985-wiskundesillabus¹. Hiermee is 'n betekenisvolle stap in die rigting van ontwikkeling geneem en is die weg gebaan vir verdere kurrikulumwysigings om hierop te volg. Die 1993-kernsillabus brei hierop uit en sluit onder andere numeriese metodes en die oppervlakte onder 'n kromme as moontlike opsiemodules in. Die groot agterstand en leemte wat wiskundekurrikula in die RSA voor 1985 ten opsigte van analise of infinitesimaalrekening² openbaar het, is hiermee hanteer.

(v) Logaritmes

'n Verdere onderwerp wat in 'n stadium weens praktiese redes tot die kurrikulum toegevoeg is, is logaritmes. Logaritmes wat aanvanklik nie deel van die 1985 standaard graad (SG) sillabus vir standerd tien uitgemaak het nie, is in 1990 bygevoeg. Onderwysers en leerlinge het logaritmes te veel tydens die oplos van probleme rondom saamgestelde rente en ook meetkundige rye en reekse benodig.

¹ Die 1985- sillabus verwys na die TOD-sillabus vir wiskunde HG vir standerd agt tot tien wat in 1985 vir standerd agt leerlinge geïmplementeer is.

² Calculus

Aangesien die klem tans meer en meer op probleemoplossing val, is die insluiting van logaritmes des te meer regverdigbaar. Sonder 'n basiese kennis van logaritmes is 'n hele aantal probleme wat vergelykings soos onder andere: $2^x = 5$ tot gevolg het, onoplosbaar vir leerlinge. Leerlinge is danksy logaritmes in staat om vergelykings met onbekendes in die eksponentposisie op te los.

(vi) Liniêre programmering

'n Verdere nuwe onderwerp wat in 1985 ingevoer is, is liniêre programmering wat deel van die standerd nege hoër graad (HG) sillabus uitmaak. Ongelykhede by grafieke het verval en is effektief hierdeur vervang. Liniêre programmering is 'n minder abstrakte en meer praktykgeoriënteerde onderwerp. De Wet G L (1995) wys daarop dat liniêre programmering onder andere in tersiêre ekonomiese studierigtings gebruik word.

Leerlinge identifiseer maklik met hierdie praktiese probleme vanuit hulle leefwêreld. Die oplosmetode sluit onder andere die skets van 'n gangbare gebied en die interpretering van grafieke in. Leerlinge leer om probleme om te skakel in wiskundige simbole en probleme grafies voor te stel en op te los. DOK (1993:3) verwoord hierdie beginsels soos volg:

(Leerlinge moet toepaslike probleme oplos) ... deur 'n leefwêreld-situasie te herken as geskik vir wiskundige voorstelling, die toepaslike wiskundige model te formuleer, die wiskundige oplossing te bepaal en die resultaat in die leefwêreld-situasie te interpreteer.

(vii) Som en produk van wortels

Die som en produk van die wortels van kwadratiese vergelykings

wat 'n redelik abstrakte konsep is, wat die verband tussen die koëffisiënte en wortels van kwadratiese vergelykings bestudeer, verskyn nie in die 1985-sillabus nie. Die verband tussen die koëffisiënte en wortels van meergraadse vergelykings is wel in die algebra-opsie van die addisionele wiskundesillabus ingesluit.

(viii) Die res- en faktorstelling

Polinoomalgebra het ook in 1985 'n hupstoot gekry met die insluiting van die res- en faktorstelling in die standerd nege HG en SG sillabusse. Die oplos van derde en hoër graadse polinome is hierdeur binne bereik van leerlinge geplaas. Alhoewel slegs die punt van die polinoomalgebra-ysberg hierdeur aangeraak word, het dit tog die gedagte wat vroeër by leerlinge ontstaan het dat hierdie tipe polinoom-vergelykings onoplosbaar is, die nek ingeslaan.

Die sogenaamde algebra-komponent van die wiskundesillabus het oor die laaste 25 jaar heelwat veranderinge ondergaan. Dieselfde is egter nie heeltemal waar vir die tweede gedeelte oftewel die sogenaamde meetkunde-komponent van die wiskundesillabus nie.

5.2.2.3 Sillabusinhoud van meetkundige, trigonometriese en analities-meetkundige aard

(i) Meetkunde

Veranderinge aan die onderwerpe wat tradisioneel in die tweede vraestel gedek word, was baie minder. Die debat oor Euklidiese meetkunde en die sin en betekenis daarvan vir wiskundeleerlinge is tans nog aan die gang. Die enigste noemenswaardige verskil

ten aansien van Euklidiese meetkunde kom voor in die 1993-syllabus waar die standerd tien komponent, rakende gelykvormigheid 'n keusemodule word. Kriel (1990:319) spreek homself soos volg hieroor uit:

In baie lande het hierdie stuk klassieke Wiskunde (Euklidiese Meetkunde) al uit die skoolsyllabus verdwyn. In Suid-Afrika word daarmee volhard. Uit die oogpunt van hierdie studie is dit inderdaad geregverdig want dit is een afdeling van die Wiskundekurrikulum op skoolvlak waar die logiese faset tot volle ontplooiing kom deurdat deduktiewe logika in elke bewys aangewend word.

Die hele aangeleentheid rondom meetkunde en meetkunde-onderdig word tans indringend in Suid-Afrika, bespreek¹. In vergelyke met internasionale tendense bevat wiskundekurrikula ter plaatse baie meer meetkunde. Die deduktief-aksiomatiese struktuur wat eie aan wiskunde is, word veral in Euklidiese meetkunde openbaar. Die gedagte om die meetkundesyllabus in te kort, behoort verder ondersoek te word aangesien meeste leerlinge probleme met meetkunde ondervind. Hulle selfvertroue om met probleme om te gaan en na oplossings te soek word ernstig geknou deur hulle meestal onsuksesvolle bewyse. Die sogenaamde gemeenskaplike snylynstellings in die standerd nege sillabus kan byvoorbeeld weggelaat word sonder om veel afbreuk aan die aard en struktuur van wiskunde te doen. Die gedagte dat die standerd tien eweredigheidstellings as 'n opsie-module aangebied word, behoort ook in die toekoms verder ondersoek te word².

(ii) Trigonometrie

¹ Kyk: Hoofstuk Drie, paragraaf 3.5

² Vergelyk ook die aanbeveling ten aansien van meetkunde in paragraaf 5.4.2

In die 1985-sillabus het die standerd agt trigonometrie-komponent slegs hoeke in die eerste kwadrant ingesluit. Die 1993-sillabus het aansienlike uitbreidings aan die standerd agt trigonometriesillabus voorgestel. Dit sluit onder andere hoeke in al vier kwadrante, asook negatiewe hoeke, in. Die sin-, cos- en tangrafiek het ook deel uitgemaak van hierdie voorgestelde veranderinge. Dit is verblydend om daarop te wys dat een van die geringe veranderinge wat aan die 1985-sillabus (wat tans feitlik in sy geheel as interimsillabus dien) aangebring is, die uitbreiding van hoeke na al vier kwadrante is. Kriël druk homself soos volg hieroor uit:

'n Verblydende verbetering op die 1985 Kernsillabus is dat die definisies reeds in standerd agt vir die interval $[0^\circ; 360^\circ]$ in plaas van slegs vir $[0^\circ; 90^\circ]$ gedoen moet word.

In die konsepvoorstelle wat gelei het tot die 1993-sillabus is die gedeelte in standerd tien trigonometrie wat handel oor dubbelhoeke, as 'n opsionele gedeelte uitgewys. Die aanvanklike idee was dat radiale en boogmaat ook as 'n opsie-module ingesluit word. In die finale 1993-sillabus is egter hiervan afgesien. Die enigste opsie-modules wat betrekking op die tweede vraestel het wat in die 1993-sillabus behoue gebly het, was Euklidiese meetkunde, statistiek en die oppervlakte onder krommes. Laasgenoemde komponent wat as 'n inleiding tot integrasie beskou kan word, hoort egter eerder tuis in die algebra of analise-komponent van enige sillabus. Dubbelhoeke is ook weer deel van die verpligte trigonometrie-komponent gemaak.

(iii) Analitiese meetkunde

In die 1972-sillabus het vektoralgebra as derde komponent van die tweede vraestel voorgekom. Net soos tans was trigonometrie en euklidiese meetkunde die ander twee komponente. In die 1985-sillabus is vektoralgebra egter met analitiese meetkunde

vervang. In die 1993-sillabus is analitiese meetkunde ook ingesluit onder die naam koördinaatmeetkunde. Die abstrakte aard van onderwerpe soos lokusse bied groot uitdagings aan onderwysers om hierdie gedeelte as nie-lewensvreemde-inhoude aan leerlinge voor te hou. Indien daar meer klem op die grafiese oplos en skets van koördinaatmeetkundeprobleme gelê word, kan die gedeelte nou by die moderne probleemgesentreerde benadering¹ aansluit. 'n Opsomming van die 1993-sillabus, wat as vertrekpunt sal dien vir enige akademiese wiskundekurrikulum (De Wet H C, 1995), word voorts gegee.

5.2.2.4 'n Vergelykende opsomming van die 1993-kernsillabus vir standerd nege en tien.

Kriel (1990:309-328) het 'n in dieptestudie ten aansien van die werksdokument waaruit die 1993-kernsillabus voortgevloei het, gedoen. Hy kom tot die gevolgtrekking dat hierdie sillabus wel aan die aard en struktuur van wiskunde voldoen. Kriel gee spesifiek aandag aan die eise wat deur die fasette² van wiskunde geïmpliseer word. Die algebraïese inhoude van toepassing op die eerste vraestel word opsommenderwys in die sillabus (DOK, 1993:7) saamgevat en in **Tabel: 5.2**³ weergegee.

Die opsiemodules vervat in die sillabus word in die figuur verder ontleed en gekategoriseer. Nuwe onderwerpe in die opsiemodules van die sillabus en inhoude wat vroeër verpligtend was en nou deel uitmaak van die opsiemodules word onderskeidelik aangedui. Die sillabusinhoud wat deel uitmaak van die tweede

¹ Kyk: Hoofstuk Drie, paragraaf 3.4

² Vergelyk paragraaf 3.2.2 vir 'n volledige uiteensetting van die fasette van wiskunde soos deur Kriel geïdentifiseer.

³ Kyk: Tabel 5.2 op bladsy 247

vraestel word opsommenderwys in **Tabel: 5.3¹** weergegee (DOK:1993,8). Dieselfde sleutel en tekens soos in Tabel 5.2 weergegee, word hier gebruik.

Enkele gevolgtrekkings en aanbevelings ten aansien van kurrikulumontwikkeling in die RSA met spesifieke verwysing na

MODULE - INHOUD	GEWIG
ALGEBRA 9 * Die reële getallestelsel * Kwadratiese funksies, vergelykings en ongelykhede * Stelsels vergelykings * Res- en Faktorstelling * Die eksponensiaalfunksie	50
ALGEBRA 10 * Die logaritmiëse funksie * Rye en reekse * Differentiaalrekening	40
OPSIEMODULES (Kies een module)	10
* LINIÊRE PROGRAMMERING #	10
* NUMERIESE METODEDES +	10
* ABSOLUTE WAARDES #	10
TOTAAL	100

TABEL : 5.2 Sillabusonderwerpe van toepassing op die eerste vraestel soos vervat in die 1993-sillabus (DOK,1993:7)

Sleutel: # - Inhoude wat vroeër verpligtend was
+ - Nuwe sillabusonderwerpe

¹ Kyk: Tabel 5.3 op bladsy 248

MODULE - INHOUD	GEWIG
TRIGONOMETRIE 9 * Definisie * Grafieke * Herleidingsformules * Spesiale hoeke * Funksiewaardes en basiese vergelykings * Formules	30
EUKLIDIESE MEETKUNDE 9 * Sirkels, koorde, middelpunte * Koordevierhoeke en raaklyne * Samelopende lyne	20
TRIGONOMETRIE 10 * Identiteite * Saamgestelde hoeke * Vergelykings	20
Koördinaatmeetkunde 10 * Reguit lyn * Sirkel * Lokusse	20
OPSIEMODULES (kies een module)	10
* EUKLIDIESE MEETKUNDE #	10
* OPPERVLAKTE ONDER KROMMES +	10
* STATISTIEK +	10
TOTAAL	100

TABEL: 5.3 Sillabusonderwerpe van toepassing op die tweede
 vraestel soos vervat in die 1993-sillabus
 (DOK, 1993:8).

Sleutel: # - Inhoude wat vroeër verpligtend was
 + - Nuwe sillabusonderwerpe

die senior sekondêre fase word in die volgende paragraaf gemaak. Benewens 'n paar riglyne ten aansien van kurrikulumontwikkeling word kurrikulumonderwerpe en inhoude wat moontlik relevant vir 'n wiskundekurrikulum in post-apartheid Suid-Afrika kan wees, ook uitgewys. Vervolgens word enkele internasionale ontwikkelinge met potensiële betekenis vir kurrikulumontwikkeling in die RSA belig.

5.3 INTERNASIONALE ONTWIKKELINGS TEN AANSIEN VAN WISKUNDEKERNKURRIKULA EN WISKUNDEKERNKURRIKULUMINHOUDE

5.3.1 Inleiding

Soos reeds vermeld, plaas die snel-veranderende samelewing 'n besondere verantwoordelikheid op kurrikuleerders. Kurrikuluminhoud behoort in pas te bly met moderne ontwikkelings. Die beskikbaarheid van sakrekenaars en persoonlike rekenaars speel 'n beduidende rol tydens wiskundekurrikulumontwikkeling. As gevolg van die veranderinge in die samelewing was die relevantheid van kurrikuluminhoud reeds in die sestigerjare 'n probleem. Die TOD (1965:18) maak die volgende afleiding op grond van 'n sending na oorsese lande:

Omdat nuwe kennis so snel beskikbaar word, en verdere kennis beskikbaar word nog voor die reeds verworwe kennis verouderd is, en in die onderwys vir hierdie veranderinge voorsiening gemaak moet word, word met die nuwe benadering in die onderrig van hierdie vak (wiskunde) beoog om leerlinge in staat te stel om in alle stadia van hulle ontwikkeling te beskik oor die basiese beginsels, feite en metodes van Wiskunde.

Die ontwerp van wiskunde kurrikula kon nie rekening hou met die tegnologiese ontploffing nie. Huidige wiskundekurrikulum-

beplanners behoort daarteen te waak dat leerlinge die arbeidsmark tegnologies ongeletterd betree. Die praktiese nut en toepassingsveld van 'n kurrikulum behoort tans vooropgestel te word tydens wiskundekurrikulumontwikkeling. Mitchell (1990:16) wys soos volg (aan die hand van die VSA se wiskundekurrikulum) op die gaping tussen die klaskamer en die praktyk:

Our present curriculum is simply not preparing our graduates for the situations they will encounter once they leave the classroom. Although some of the items¹ presented in this article are too tedious and possibly too complicated for some levels, they can be used to capture students' interest and suggest the relevance of the material to follow. ... Not surprisingly, the technological advances of our society will soon make our curriculum outdated. Let's use the real world of business and industry to bridge the gap between the classroom and the workplace.

'n Kritiese vergelyking van internasionale wiskundekurrikula wys etlike probleemareas uit. Die onderwysstelsels van verskillende lande het dikwels min in gemeen. Elke stelsel voorsien in die behoeftes van die spesifieke land of deel daarvan. Die hoeveelheid jare verpligte onderwys in die onderskeie lande verskil heelwat. In Denemarke en Duitsland word 13 jaar skoolopleiding, waarvan die laaste gedeelte nie verpligtend is nie, voorgestaan. Hierteenoor het Portugal eers in die begin van die negentigerjare wegbeweeg van 'n sisteem wat slegs ses jaar verpligte onderwys insluit (Howson, 1991:7). Verpligte onderwys vir leerlinge begin ook nie in alle lande op dieselfde ouderdom nie. Die ouderdom waarop leerlinge vanaf primêre na sekondêre onderwys beweeg verskil boonop drasties.

¹ Die items wat hierna verwys word sluit statistiek, waarskynlikheid, logika en redevoering en meetkunde in.

Hieruit blyk dit duidelik dat enige vergelyking tussen die kurrikula van verskillende lande redelik kompleks van aard is. Howson (1991:8) wys daarop dat hierdie verskille op sekondêre vlak die grootste is:

It is at secondary level, however, that differences in the structures of the various systems become most pronounced. This reflects not only different assumptions as to the desirability of streaming children by ability and attainment, but also different beliefs and traditions considering the degree to which the student's curriculum should be tailored to ability, aptitude and aspiration. That children differ greatly in the rate at which they progress is not a new discovery and all countries make some allowance for this. However they do so in very different ways.

Die onderskeie wiskundekurrikula voldoen almal op een of ander wyse aan die eise van differensiëring. Belgiese leerlinge het reeds vanaf graad tien 'n keuse tussen 'n basiese, 'n gevorderde en 'n gespesialiseerde wiskundekursus (Howson, 1991:56). Leerlinge kan soos vroeër vermeld¹ kies of hulle twee, vier, ses of agt ure wiskunde per week wil neem. Leerlinge wat die gespesialiseerde kursus van agt ure volg, ontvang onderrig in al die opsies, terwyl die ses-uur kursus 'n keuse-uitoefening impliseer. Enige vergelyking tussen die wiskundekurrikula van verskillende lande is dus enersyds onlosmaaklik deel van die aard en struktuur van die algemene kurrikulum van die land, maar andersyds ook van die aard en struktuur van die skoolkurrikulum.

Die fisiese aard, grootte en omvang van wiskundekurrikula verskil ook drasties van mekaar. Sommige kurrikula gee bloot breë riglyne ten aansien van onderrig- en leerinhoude, terwyl ander baie voorskriftelik is. Die vraag na die omvang van 'n

¹ Kyk: Hoofstuk Vier, paragraaf 4.4.3.1

geskikte wiskundekurrikulum vir die senior sekondêre fase is nog lank nie voldoende beantwoord nie. Legrand (1988:15) vergelyk die Franse wiskundekurrikulum soos volg met die van ander lande:

[The French curriculum is] smaller and less ambitious with respect to ... content than those of the majority of our geographic neighbours ... Whether that is a good or bad thing is open to discussion.

Howson (1991:37) wys daarop dat die Engelse kurrikulum hierteenoor soms onderwerpe wat ver bo die vuurmaakplek van die leerlinge is, maar waarin die kurrikuleerders glo, insluit. Ondanks die verskille hierbo uitgewys is daar tog eienskappe wat universeel geldend is ten aansien van wiskundekurrikula.

5.3.2 Internasionale wiskundekurrikulumonderwerpe

(Howson, 1991:47-238 ; Travers, 1991:825-833 ; Orton & Wain, 1994:58-216)

Vir die doel van die onderhawige studie word die wiskundekurrikula van etlike lande eksemplaries van nader beskou. Die lande sluit onder andere die VSA, Engeland, Japan, België, Frankryk, Duitsland, Portugal, Denemarke, Italië en Nederland in. Die verskillende skoolstelsels in die verskillende lande verskil baie en behoort voortdurend in gedagte gehou te word.

Onderwerpe wat byvoorbeeld redelik algemeen in die verskillende lande aangetref word, word in **Tabel: 5.4¹** weergegee. Kurrikulumonderwerpe word hierin weergegee onder vyf hoofde, naamlik rekenkunde, algebra, waarskynlikheid en statistiek, meetkunde en analise (calculus).

¹ Kyk: Tabel 5.4 op bladsye 41 en 42

Die stadium waartydens die onderwerp vir die eerste keer geleer en onderrig word, wissel verder van land tot land. Die gemiddelde grade¹ waartydens die onderwerpe in België, Frankryk, Japan en Engeland ingevoer word, word ook in Tabel: 5.4 aangedui. Die rede waarom die implementeringstadia van die onderwerpe wat algemeen by al die bestudeerde lande voorkom slegs in hierdie vier lande weergegee word, is te wyte aan die verskillende onderwysstelsels in die onderskeie lande². Portugal het byvoorbeeld tot onlangs slegs ses jaar verpligte onderwys voorgestaan. In Duitsland word verskillende tipes skole aangetref (Howson 1991:9), wat onderwerpe op verskillende stadia implementeer. Tersiere toelatingseksamens in die VSA speel ook 'n rol tydens die implementering van bestudering van kurrikuluminhoude.

Die sillabusonderwerpe wat in die RSA aangetref word, word in die tabel met behulp van 'n sleutel uitgewys. In breë trekke wys Tabel 5.4 baie ooreenkomste³ tussen die huidige interimsillabus en oorsese kurrikula uit. Die ontleding in die tabel wys duidelik daarop dat die genoemde lande nie skroom om gevorderde wiskundekonsepte in hulle suiwer akademiese wiskunderigting in te sluit nie. 'n Tipiese voorbeeld hiervan is bepaalde en onbepaalde integrale wat in graad twaalf in onder andere die VSA, Engeland, Frankryk, België en Japan ingevoer word (Travers, 1991:829).

Die modulêre aard van die 1993- sillabus word in menige oorsese kurrikula aangetref. Die leerlinge kan ook in meeste oorsese kurrikula 'n groot mate van keuse uitoefen en wiskundemodules

¹ 'n Twaalf jaar skoolstelsel word gebruik waar leerlinge graad een tot twaalf deurloop.

² Kyk: Hoofstuk Vier, paragraaf 4.4.3.1

³ Vergelyk die sleutel-identifikasie van inhoude wat ook in die wiskundekurrikulum in die RSA figureer

TABEL 5.4: ONDERWERP	GRAAD			
KURRIKULUMINHOUDE	Be	Fr	Ja	En
<u>REKENKUNDE</u>				
* Heelgetalle - Definisie en * bewerkings	2 6	4 7	6 6	5 7
* Vierkantwortels	6	9	8	7
* Eksponente en eksponentwette: ($12^2 / 6^3$)	10	10	10	10
* Grootste gemene deler (GGD) en kleinste gemene veelvoud (KGV)	2	5	4	9
* Wetenskaplike notasie: $2 * 10^{15}$	7	8	7	10
<u>ALGEBRA</u>				
* Liniêre vergelykings	6	7	6	8
* Faktorisering	7	9	8	10
* Kwadratiese vergelykings: $2x^2 + 7x = -3$	9	9	8	8
* Liniêre grafieke	8	9	7	9
* Gelyktydige vergelykings	8	10	8	8
* Polinome van graad drie en hoër	10	11	10	10
# Reële getalle: eienskappe en bewyse	9	10	10	10
* Rye en reekse	11	11	10	11
* Logaritmes	11	12	11	12
# Matrikse	11	-	12	12
# Uitbreiding van polinome: ($3x - 2y$) ⁸ =	10	11	10	10
# Komplekse getalle	11	12	11	12
<u>WAARSKYNLIKHEID EN STATISTIEK</u>				
◆ Eenvoudige waarskynlikhede	5	9	8	6
* Sirkel- en staafdiagramme	6	6	6	7
◆ Twee onafhanklike gebeurtenisse	-	12	9	10
◆ Permutasies en kombinasies	11	12	10	11
◆ Binomiaalstelling	11	12	11	12
◆ Normaalverdeling	11	12	12	12

<u>MEETKUNDE</u>					
- *	Oppervlaktes	4	5	4	6
*	Volumes	5	9	5	9
*	Kongruensie	7	6	6	9
*	Pythagoras se stelling (ook bewys)	8	8	8	9
*	Gelykvormigheid	9	9	9	8
- *	Oplos van reghoekige driehoeke	8	9	9	10
*	Sinus- en kosinusreël	10	11	10	11
- #	Vektore	8	9	10	10
#	Som en produk van vektore	10	10	11	11
- *	Analities	10	10	11	11
#	Rotasie van vlakke	12	11	11	12
<u>ANALISE</u>					
*	Limiete en kontinuïteit	11	11	11	11
*	Differensiasie vanuit eerste beginsels	11	11	11	12
#	Produk-, kwosiënt- en kettingreël	11	11	12	12
*	Optimering	11	11	12	12
#	Riemann-somme en inleidende integrasie	12	12	11	12
#	Onbepaalde en bepaalde integrasie: $\int_1^2 (x^3 - 4x + 3) dx$	12	12	12	12

SLEUTEL:**Be** - België**Fr** - Frankryk**Ja** - Japan**En** - Engeland

* - Onderwerpe in die interimsillabus

♦ - Onderwerpe wat in die 1993-sillabus voorkom maar nie in die interimsillabus nie.

- Onderwerpe nie in die interimsillabus nie

TABEL: 5.4 - Opsomming van internasionale wiskundekurrikuluminhoude vir die sekondêre fase [Travers (1991:825-833) en Howson (1991:47-238)]

wat vir hulle en hulle beroepstoekoms relevant is, neem (Howson, 1991:20). Differensiasie vind gevolglik plaas aan die hand van 'n leerling se keuse van verskillende modules. Engelbrecht (1995) verwys hierna ter ondersteuning van voorbereidings- en afrondingskursusse vir wiskunde in die RSA.

Enkele riglyne en aanbevelings ten aansien van kurrikulumontwikkeling en wiskundekurrikulumonderwerpe vir die RSA word vervolgens gegee.

5.4 RIGLYNE EN KURRIKULUMINHOUDE VIR 'n WISKUNDESILLABUS VIR DIE SENIOR SEKONDÊRE FASE IN POST-APARTHEID SUID-AFRIKA

5.4.1 Riglyne vir wiskundekurrikulumontwikkeling in die RSA

Aan die hand van die nasionale en internasionale tendense wat reeds in hierdie studie aangeraak is, word vervolgens enkele moontlike riglyne neergelê vir die ontwikkeling van 'n wiskundekurrikulum in die RSA vandag.

5.4.1.1 Verskillende tipes skole

Daar is internasionaal 'n neiging na verskillende soorte skole soos onder andere die 'realschule' en 'hauptschule' in Duitsland. Die wiskundekurrikula van hierdie skole verskil van mekaar en onderskeidelik word meer klem op akademiese en praktykgerigte wiskunde geplaas. Die opsie sal heel waarskynlik nie in die RSA realiseer nie. Die vernaamste redes hiervoor is onder andere die gebrek aan kurrikula van suiwer algemene, praktiese of akademiese aard, finansies en die huidige politieke bestel in die RSA. Tegniese skole in die RSA volg tans dieselfde wiskundesillabus as gewone skole. Jarvis (1989:33) brei soos volg hierop uit:

South Africa, owing to its fast growing black population, does not have the necessary finance nor the manpower resources to establish the infrastructure for different kinds of schools, and furthermore the present political climate would not allow it.

5.4.1.2 Differensiasie by wyse van 'n modulêre kurrikulum

Differensiasie in die algemeen en spesifiek in die vak wiskunde sal by wyse van 'n ander metode as bloot die oprig van verskillende soorte skole moet geskied. 'n Modulêre kurrikulum is 'n moontlike antwoord op hierdie probleem. Dit is belangrik om daarop te let dat die huidige addisionele wiskundesillabus reeds vier opsiemodules bevat waarvan die leerlinge/onderwyser twee moet kies. Die 1993-sillabus is ook 'n voorbeeld van 'n modulêre kurrikulum. Hiervolgens word die sillabus in 'n aantal modules verdeel waarvan 'n gedeelte verpligtend en 'n gedeelte uit keusemodules bestaan.

Die aangeleentheid van skool- en sentraalgebaseerde kurrikulumontwikkeling speel ook 'n belangrike rol tydens die implementering van 'n modulêre kurrikulum. Die sentrale onderwysowerheid stel 'n kernkurrikulum daar met modules wat alle wiskundeleerlinge moet volg. Die res van die sillabus kan dan hetsy deur plaaslike owerhede of skole gekies of saamgestel word. Die sentrale owerheid kan 'n aantal modules voorskryf waaruit die betrokke partye 'n keuse moet maak of ruimte laat vir provinsies en/of skole om self opsies daar te stel.

Die rol van die gemeenskap en privaatsektor¹, kan in hierdie proses sterk figureer tydens die daarstelling van geskikte keuse-modules vir die skole in hulle omgewing. Differensiasie vind dan onder andere plaas op grond van die modulekeuse van 'n

¹ Vergelyk paragrawe 4.4.2.2 (ii) en 5.1.1.2

spesifieke leerling in 'n sekere skool. Jarvis (1989:33-34) brei soos volg hierop uit:

If it is accepted that differentiation is needed, if there is to be a movement toward mathematics for all, where mathematics is to retain its place in the core of the school curriculum, and if there is to be equal opportunity in education for all in South Africa, then it is essential that pupils be taught different types of mathematics to meet their different abilities, aptitudes and interests. A modular curriculum structure for phases three and four ¹ would meet these demands.

Differensiasie moet gevolglik binne skole self plaasvind, en die opsie-modules moet leerlinge instaat stel om 'n tegniese, algemene of akademies georiënteerde wiskundekursus te volg. 'n Tegniese kursus behoort beroeps- en praktykgeoriënteerd te wees. 'n Algemene kursus moet leerlinge met sogenaamde 'life skills' in aanraking bring en hulle basiese wiskundige beginsels en vaardighede leer. Beide die kursusse behoort afrondingskursusse te wees, wat leerlinge in staat stel om direk die arbeidsmark te betree. 'n Akademiese kursus moet leerlinge voorberei vir verdere wiskundige studies en gevolglik 'n voorbereidingskursus wees. Jarvis (1989:34) gaan nog verder en beveel aan dat die drie strome verder soos volg onderverdeel word:

I would suggest that the optional modules be divided into four categories: Basic Skill modules, Conceptual Mathematics Modules, Mathematical Application Modules and Higher Mathematical Modules.

¹ Fase drie en vier verwys na die junior en senior sekondêre fase wat tans in die RSA onderskeidelik standerd ses en sewe en standerd agt tot tien insluit

(i) Akademiese wiskunde

Die akademiese been wat hoofsaaklik uit sogenaamde hoër wiskunde modules bestaan sal op die top vyf persent van die leerlinge gerig wees. Tersêre inrigtings sal steeds (soos wat tans die geval is) 'n hoë premie plaas op 'n leerling se wiskundepunt vir toelating tot 'n sekere studierigting¹. In die toekoms behoort tersêre inrigtings ook sekere modules voor te skryf vir toelating tot sekere studierigtings. Die mediese, ingenieur- en handelstudierigtings sal byvoorbeeld verskillende modules vir toelating tot die spesifieke fakulteit voorstaan. Toepassingmodules sal byvoorbeeld meer relevant vir ingenieurs wees. Hoër akademiese modules op hulle beurt sal meer relevant vir leerlinge wat die vak wiskunde self verder wil bestudeer, wees.

(ii) Hoogs begaafde leerlinge

'n Kurrikulum behoort voorsiening te maak vir die hoogs begaafde leerlinge en modules wat 'n uitdaging vir hierdie leerlinge bied, moet derhalwe ook ingesluit word. Die huidige addisionele wiskundesyllabus kan hier as 'n verwysingsraamwerk of vertrekpunt dien. Rademeyer (1988:32) beklemtoon die volgende ten aansien van die begaafde leerling:

The gifted child cannot be shackled to an outdated curriculum structure, but must be allowed to develop his strengths in the areas where his gifts lie.

5.4.1.3 Redes waarom die huidige stelsel nie aan die komplekse behoeftes van die RSA voldoen nie

Die huidige stelsel waarvolgens differensiasie bloot op grond van hoër, standaard en laer graad geskied voldoen nie aan die

¹ Kyk: Hoofstuk Vyf, paragraaf 5.1.1.2

komplekse behoeftes van die RSA nie. Jarvis (1989:34) wys op die volgende redes waarom differensiasie binne die huidige sillabus in die klaskamer, misluk:

In South Africa at present the differentiation system in mathematics has failed because it is not possible to teach the same syllabus, or a diluted version thereof, to all the secondary-school pupils studying mathematics, nor can it be expected for all pupils to master that syllabus in the same period of time.

(i) Die toekomstige plek van funksionele wiskunde in die RSA

Die interimsillabus faseer tans die laer graad uit en wiskunde gaan vanaf 1997 slegs op hoër of standaard graad in standerd tien geneem word. Funksionele wiskunde wat lank reeds as 'n addisionele vak gekies kan word, treë al meer op die voorgrond en behoort weens die aanvraag na meer praktykgerigte en probleemgerigte sillabusinhoud in die toekoms deur meer leerlinge geneem te word. Hierdie sillabus kan ook as 'n wegspringplek dien vir die daarstelling van eenvoudige basiese vaardigheids- en toepassingsmodules wat deel van 'n tegniese en algemene kurrikulum kan uitmaak.

(ii) Wysigings ten opsigte van vakpakkette wat wiskunde insluit

Differensiasie word in 'n modulêre kurrikulum grotendeels deur die vermoë en vordering van die leerling bepaal en die onderwyser differensieer nie namens die leerling nie. Alhoewel leerlinge tans addisionele wiskunde as 'n sewende vak mag neem, word dit nie erken as 'n normale keusevak nie. Funksionele wiskunde word op sy beurt erken as 'n keusevak, maar mag nie saam met wiskunde in 'n vakpakket ingesluit word nie. 'n Moontlike wysiging hiervan, gepaard met 'n uitbreiding van die

onderskeie kurrikula om enige oorvleueling met die wiskunde-interimsillabus te voorkom, kan 'n daadwerklike verskil aan wiskunde-onderrig en -leer in post-apartheid Suid-Afrika maak.

'n Leerling met 'n gemiddelde intellektuele vermoë en 'n belangstelling in wiskunde kan byvoorbeeld moontlik gewone wiskunde saam met funksionele wiskunde neem. 'n Hoogs begaafde leerling hierteenoor kan wiskunde en addisionele wiskunde neem. Die keuse van opsies binne die onderskeie vakke kan moontlik daartoe bydra dat elke leerling 'n vakpakket kan neem wat beter by die individuele leerling se belangstellings en talente aansluiting vind. Steyn & Viljoen (1991:243) sluit soos volg by hierdie 'opsie'-gedagte aan:

'n Gemeenskaplike kernkurrikulum aangevul deur opsionele inhoude blyk die aanvaarbaarste model te wees vir ons multikulturele land en behoort dus uitgebou te word. Onder gemeenskaplike kernkurrikulum word bedoel kerninhoudes wat onder andere basiese onderwys en algemeen-vormende onderwys insluit. Opsionele inhoude maak weer voorsiening vir kultuurdifferensiasie¹ en groter kurrikulumvryheid op plaaslike vlak. Dit word voorts ook aanbeveel dat akademies-vormende én loopbaangeoriënteerde onderwys by sowel die kern- as die gedifferensieerde inhoude geïntegreerd aangebied word.

**(iii) Multi-kulturaliteit en die rol van die
privaatsektor as aspekte van die beoogde
kurrikulum**

Die multi-kulturele aard van die bevolking van die RSA moet ook deur die kurrikulum in aanmerking geneem word. Sillabusinhoudes

¹ Kyk: Hoofstuk Drie, paragraaf 3.6

moet nie vir sekere bevolkingsgroepe lewensvreemd wees nie. Die belangrikheid van funksionele leerinhoude is reeds herhaaldelik onderstreep. Leerlinge moet voorberei word vir die lewe daarbuite en probleemgesentreerde onderrig staan hier sentraal. Die praktiese waarde van onderrig- en leerinhoude moet op hierdie tydstip vooropgestel word. Steyn & Viljoen (1991:243) brei soos volg hierop uit:

Dit is die skool se taak om leerlinge voor te berei om effektief te funksioneer in die tyd waarin ons leef. Daarom is dit van groot belang dat voorsiening gemaak word vir meer pragmatiese leerinhoude. ... Daar word aanbeveel dat die verhouding tussen die skool en die leerling se potensiële werkgewer versterk word.

Die privaatsektor se insette tot 'n kurrikulum moet daadwerklik uitgebrei word. Leerlinge moet via die wiskundekurrikulum voorberei word vir hulle toekomstige dagtaak.

(iv) Eksaminering

Eksamengerigte onderrig¹ behoort deur beroepsgerigte onderwys vervang te word. Die kernkurrikulum kan steeds met behulp van 'n nasionale of selfs provinsiale eksamen ekstern geëksamineer word, maar die opsie-modules behoort intern getoets te word. **Die hele doel van die opsie-modules is juis om leerlinge beter voor te berei vir hulle toekoms en nie om hulle voor te berei om 'n eksamen of toets te skryf nie.**

Pienaar (1995) wys daarop dat leerlinge in standerd nege oor voorgeskrewe werke in die taaldissiplines intern geëksamineer word. Taalpersoneel het 'n keuse van watter letterkundige werk hulle wil bestudeer en leerlinge word dan intern hieroor

¹ Vergelyk paragraaf 4.4.3.2 in hierdie verband.

getoets. Dieselfde beginsel kan ten opsigte van die eksaminering van die voorgestelde wiskunde opsiemodules geld. Die punt wat leerlinge vir hulle opsie-modules verwerf, kan dan deel van hulle sogenaamde jaarpunt of opstuurpunt uitmaak.

5.4.1.4 Die aangeleentheid van standaardhandhawing

Een van die kwelvrae rondom 'n modulêre kurrikulum is juis die handhawing van dieselfde standaard by verskillende modules. Een van die grootste probleme wat die eksterne eksaminator in addisionele wiskunde ondervind, lê gesetel in die daarstel van 'n vraestel wat al die opsies op dieselfde standaard toets (Van Zyl, 1995). Interne eksaminering kan die probleem rondom verskillende standaarde in modules in 'n eksterne vraestel ondervang. Leerlinge en onderwysers op skoolvlak besluit watter modules geleer en onderrig word en eksamen en toetsing geskied dan intern aan die hand daarvan.

Standaarde tussen onderlinge skole kan steeds gehandhaaf word deur enersyds aan die einde van die jaar gestandariseerde itembanktoetse af te neem. Andersyds kan dieselfde verhouding wat tans tussen jaarpunte en eindeksamenpunte geld, gebruik word. Hiervolgens word die jaarpunt aangepas tot tien persent vanaf die verkreeë eindeksamenpunt en so kan groot diskrepansies tussen die punte ondervang word.

5.4.1.5 Die verwydering van seksistiese, rassistiese en apartheidskonnotasies uit die wiskundekurrikulum

Enige wiskundekurrikulum in post-apartheid Suid-Afrika moet gestroop wees van alle seksistiese, rassistiese en apartheidskonnotasies. Die politieke toestand en gebeure in 'n land vind onwillekeurig neerslag in die kurrikulum van daardie tyd. Die doel, doelwitte en doelstellings van 'n kurrikulum

weerspieël hierdie politieke invloede. Die interimsillabus wat tans gevolg word se doelstellings en inhoud kan as vertrekpunt gebruik word vir die uitbreiding en daarstelling van 'n toekomstige kurrikulum.

5.4.1.6 Die betrokkenheid van alle rolspelers tydens die kurrikulumproses

Die betrokkenheid van al die rolspelers tydens die kurrikulumproses is van kardinale belang vir die uiteindelijke sukses en aanvaarding daarvan deur die breë onderwysgemeenskap. Die rolspelers sluit nie net onderwysverwante individue en organisasies, maar ook die breë gemeenskap en privaatsektor in. Vakadviseurs en kurrikulumkomitees binne die formele onderwysstrukture en die beroepswêreld en NRO's¹ (nie-regerings organisasies) buite die formele onderwys, moet almal 'n bydrae lewer en geken word tydens wiskundekurrikulumontwikkeling in die algemeen en spesifiek vir die senior sekondêre fase.

5.4.1.7 Samevatting

Steyn & Viljoen (1989:243) som die uitdaging vir kurrikuleerders soos volg op:

Suid-Afrika verkeer, weens sy bevolkingsamestelling, in 'n unieke situasie wat besondere kreatiewe denke ten opsigte van skoolkurrikulum vereis. Dit het duidelik geword dat die akademies-georiënteerde kurrikulum van die verlede nie die behoeftes wat die tegnologiese inligtingseeu aan die werker stel, volkome kan bevredig nie en dat die skoolkurrikulum nie daarin kon slaag om leerlinge akademies weerbaar genoeg te maak nie.

¹ Die sogenaamde NGO's (non-governmental organizations)

Die eise wat aan kurrikuleerders en die vele betrokkenes gestel word, is redelik omvangryk. Met die regte benadering en samewerking in die gees van die nuwe Suid-Afrika behoort eventueel aan die meeste daarvan voldoen te word. 'n Opsomming van voormelde riglyne word in **Tabel 5.5**¹ weergegee. Al die riglyne kan 'n bydrae tot die daarstelling van 'n wiskundekurrikulum in post-apartheid RSA lewer. In Tabel 5.5 word prioriteite daaraan toegeken. 'n Wiskundekurrikulum wat nie van alle apartheidskonnotasies gestroop en waarby alle rolspelers nie betrokke is nie, behoort nooit aanvaar te word nie. Vervolgens word 'n moontlike aantal algemene kurrikuluminhoude vir 'n wiskundesillabus vir die senior sekondêre fase uitgelig.

5.4.2 Moontlike wiskundekurrikuluminhoude vir die senior sekondêre fase in post-apartheid Suid-Afrika

5.4.2.1 Algebraïese inhoude

Die voormelde politieke invloede op kurrikulumontwikkeling is meestal algemeen van aard. Die aard en struktuur van wiskunde behoort tydens wiskundekurrikulumontwikkeling in ag geneem te word. Die keuse van kurrikuluminhoude moet wetenskaplik verantwoordbaar wees. Inhoude behoort onder andere 'n appèl tot leerlinge te rig om aktief daarmee om te gaan. Vroeër in hierdie hoofstuk² is reeds gekyk na enkele relevante kurrikulumtemas wat huidig op internasionale en plaaslike vlak in gebruik is. Dit blyk hieruit dat die 1993-sillabus wat teruggehou en nooit geïmplementeer is nie, as 'n goeie vertrekpunt vir die soeke na toekomstige kurrikuluminhoude kan dien.

¹ Kyk: Tabel 5.5 op bladsy 266

² Vergelyk paragrawe 4.2.3 en 4.3

Riglyne vir wiskundekurrikulumontwikkeling in die RSA	Prioriteit
i. Verskillende tipes skole	6
ii. Differensiasie by wyse van 'n modulêre kurrikulum: * Die daarstelling van 'n akademiese wiskunde vakpakket * Addisionele voorsiening vir hoogs begaafde leerlinge	5
iii. Voorgestelde wysigings aan die bestaande stelsel en kurrikulum: * Funksionele wiskunde behoort meer op vaardigheids- en toepassingsmodules te konsentreer * Bestaande vakpakkette behoort uitgebrei te word om meer as een tipe wiskunde in te sluit * 'n Gewysigde eksamenstelsel	4
iv. Standaarde behoort steeds gehandhaaf te word	3
v. Die verwydering van seksistiese, rassistiese en apartheidskonnotasies uit die wiskundekurrikulum	1
vi. Die betrokkenheid van alle rolspelers tydens die kurrikulumproses	2

TABEL 5.5 : Riglyne vir wiskundekurrikulumontwikkeling in die RSA

(i) Uitbreiding van die opsiemodules na standerds agt en nege

Die algebraïese inhoude wat deur die 1993-sillabus voorgestaan word, is gelys in Tabel: 5.2¹. Hierdie inhoude is in die RSA ontwikkel en is, op enkele uitsondering na, nog tans relevant. In aansluiting by die voormelde riglyne kan die opsiemodules wat hierin aanbeveel word, verder uitgebrei word en nie net slegs tot standerd tien leerlinge beperk word nie. Standerd agt en nege leerlinge behoort ook reeds voor 'n keuse gestel te word sodat hulle modules, waarin hulle belangstel en wil spesialiseer, kan volg.

(ii) Sillabusinhoude

(a) Analise

In terme van sillabusinhoude kan die analise- (calculus) gedeelte, in aansluiting by Pienaar (1995), aansienlik uitgebrei word. Die klem moet vanaf suiwer teorie na die praktiese toepassings van analise verskuif. Die kernsillabus kan meer analise-inhoude soos onder andere die produk-, ketting- en kwosiëntreël wat leerlinge se differensiasievermoë aansienlik sal uitbrei, insluit. Minder klem kan in die kernsillabus op abstrakte analise soos die intuïtiewe limietbegrip of *differensiasie vanuit eerste beginsels* gelê word.

(b) Probleemoplossing en differensiasie

In die algemeen kan meer klem op probleemoplossing en die toepassing van differensiasie, geplaas word. Optimering en iteratiewe oplosmetodes soos onder andere Newton se metode kan deel uitmaak van 'n module rondom toepassing van differensiasie. Hierdie module behoort nou aan te sluit by die

¹ Kyk: Tabel 5.2 op bladsy 247

probleemgesentreerde benadering en nuwe insig kan by leerlinge rondom probleemoplossing tuisgebring word. Hierteenoor kan die sterker leerling wat op akademiese wiskundemodules konsentreer, addisionele modules kies wat op die teoretiese aspekte van differensiasie konsentreer.

(c) Die oppervlakte onder krommes

Die berekeninge van oppervlaktes onder krommes as opsie-module soos in die 1993-syllabus vervat kan verder uitgebrei word tot formele integrasie om in pas met internasionale tendense te bly. Die feit dat integrasie nog geensins deel van enige van die voorgestelde sillabusse uitmaak nie, is 'n bepaalde leemte in die huidige sillabusse in die RSA. As inverse bewerking van differensiasie behoort leerlinge in aanraking daarmee te kom. Toepassings van basiese integrasie is legio en sluit nou aan by die verskillende toepassings van differensiasie. Die sillabus kan byvoorbeeld 'n module insluit wat basiese fisikaberekenings met behulp van differensiasie en integrasie doen¹. Leerlinge met 'n wye belangstelling in die natuurwetenskappe wat 'n ingenieursverwante beroepsrigting wil volg, kan hierby baat vind.

(d) Die wiskunde van finansies

Leerlinge, met 'n rekeningkundige of ekonomiese belangstelling, kan 'n module oor die wiskunde van finansies baie leersaam vind. Ingewikkelde praktykgerigte berekeninge rondom lenings, delgingsperiodes en annuïteite kan deel van hierdie module uitmaak.

¹ Vergelyk die berekening van afstande, snelhede en versnelling vanuit toepaslike afstands-, snelheids- en versnellingsvergelykings.

(e) Polinoomalgebra

'n Verdere algebraïese onderwerp waarop met vrug uitgebrei kan word, is polinoomalgebra. Die res- en faktorstelling maak wel deel uit van die 1993-sillabus, maar die toepassing daarvan is beperk tot 'n paar spesiale gevalle. In feitlik elke vorm van probleemoplossing word leerlinge gekonfronteer met die oplos van polinome en 'n insluiting van 'n volledige module oor polinoomalgebra, sal leerlinge beter hiervoor voorberei.

5.4.2.2 Meetkundige en trigonometriese inhoude

(i) Euklidiese meetkunde

Die feit dat die gemiddelde leerling wat wiskunde as vak in die senior sekondêre fase neem, soveel probleme met meetkunde ondervind, is een oorsaak wat kurrikuleerders noodsaak om ernstig oor bestaande meetkunde kurrikuluminhoud te besin. 'n Sillabusonderwerp wat in die RSA baie meer aandag as in die buiteland geniet, is Euklidiese meetkunde. Die probleemoplossingswaarde en die waarde geleë in die struktuur van meetkunde (definisies, aksiomas en stellings) kan nie misken word nie.

Die huidige meetkunde-sillabusinhoud word egter meestal deur slegs die meer intelligente leerling beheers. Die minder intelligente leerling se selfvertroue ten opsigte van probleemoplossing word meer deur meetkunde ondermyn as wat dit gedy. Die kernkurrikulum kan moontlik basiese meetkunde insluit. Hieronder tel onder andere reëls rondom oppervlaktes en volumes en eenvoudige meetkundestellings (byvoorbeeld die stelling van Pythagoras) en relevante probleme rondom en toepassings van meetkundestellings.

Meer formele sirkelmeetkunde en verhoudingsmeetkunde, soos wat

dit onderskeidelik tans in die huidige interimsillabus vir standerd nege en tien voorkom, behoort eerder as opsiemodules aangebied te word. Die 1993-sillabus beweeg reeds in hierdie rigting en die verhoudingsmeetkunde in standerd tien word as 'n opsie aangebied.

(ii) Trigonometrie

Basiese trigonometrie behoort altyd deel uit te maak van 'n kernkurrikulum. Basiese probleme, gesetel in reghoekige driehoeke en driehoeke in die algemeen, in een, twee en drie vlakke, bied ruim toepassingsmoontlikhede vir 'n probleemgesentreerde onderrig- en leerbenadering. Die sinus-, cosinus- en oppervlakreël kan byvoorbeeld moontlik met vrug hier aangewend word. Abstrakte trigonometriese vergelykings, dubbelhoeke en identiteite in die kernsillabus kan eerder plek maak vir meer direkte toepassings van trigonometrie. Hierdie inhoude kan in die vorm van gevorderde trigonometriese opsies aangebied word.

(iii) Koördinaatmeetkunde

Koördinaatmeetkunde word internasionaal ook ingesluit by feitlik elke kernkurrikulum. Koördinaatmeetkunde of analitiese meetkunde kan uitgebrei word na vlakke om leerlinge die geleentheid te bied om sekere probleme te visualiseer en op te los. Basiese koördinaatmeetkunde soos eenvoudige berekeninge rondom reguit lyne en sirkels behoort deel van die kernkurrikulum uit te maak. Gevorderde koördinaatmeetkunde, wat lokusse en vlakke insluit, kan moontlik as 'n opsie aangebied word.

5.4.2.3 Statistiek

Alle internasionale kurrikula bevat in een af ander stadium 'n

KURRIKULUMINHOUDE
1. Algebraïese inhoude
<ul style="list-style-type: none"> # Wiskundige induksie en ander bewysmetodes # Wiskunde van finansies # Gevorderde polinoomalgebra * Teoretiese aspekte van differensiasie ◆ Die ketting-, produk- en kwosiëntreël as deel van differensiasie # Verdere toepassings van differensiasie # Oppervlakte onder krommes # Riemannsomme en integrasieteorie ◆ Anti-differensiasie en eenvoudige integrasietegnieke en -probleme # Toepassings van integrasie
2. Meetkundige en trigonometriese inhoude
<ul style="list-style-type: none"> * Formele sirkelmeetkunde * Formele verhoudingsmeetkunde * Abstrakte trigonometriese vergelykings, dubbelhoeke en identiteite * Gevorderde koördinaatmeetkunde soos onder andere lokusse # Koördinaatmeetkunde in vlakke
3. Statistiek
<ul style="list-style-type: none"> ◆ Basiese statistiek en waarskynlikheidsleer # Gevorderde statistiek en waarskynlikheidsleer

TABEL 5.6 : Aanbevole wiskundekurrikuluminhoude vir post-apartheid Suid-Afrika

Sleutel:

- * Inhoude wat as opsiemodules aangebied behoort te word wat huidig deel van die kernkurrikulum uitmaak
- ◆ Addisionele inhoude wat tot die kernkurrikulum toegevoeg behoort te word
- # Addisionele inhoude wat as opsies aangebied kan word

statistiekkomponent. Statistiek kan met vrug die leemte in die kernsillabus wat met die beperking van die Euklidiese meetkunde-inhoude ontstaan, vul. Elementêre waarskynlikheidsleer en statistiek kan deel uitmaak van die kernkurrikulum terwyl gevorderde konsepte soos normaalverdelings, permutasies en kombinasies en binomiaalvergelykings saam in 'n opsiemodule kan voorkom. Die 1993-sillabus sluit hierby aan en stel verhoudingsmeetkunde en statistiek as opsie-modules voor.

5.5 AFSLUITEND

Die 1993-sillabus wat as basis vir die aanbevelings dien, word opsommenderwys in Tabele 5.2 en 5.3 weergegee. 'n Samevatting van voormelde aanbevelings en veranderings ten opsigte van huidige kurrikuluminhoude word in **Tabel 5.6**¹ weergegee. In Hoofstuk Ses word daar kortliks stilgestaan by 'n samevatting van die belangrike bevindinge van hierdie studie. Enkele gemotiveerde aanbevelings rondom wiskunde en kurrikulering word eweneens gemaak.

¹ Kyk: Tabel 5.6 op bladsy 271

HOOFSTUK SES

SAMEVATTING EN AANBEVELINGS

6.1 INLEIDING

Wiskunde-onderwysers en leerlinge baseer daagliks hulle aktiwiteite in die klaskamer op die voorgeskrewe kurrikulum. Kurrikuluminhoude behoort leerlinge onder meer voor te berei vir hulle toekomstige dagtaak. Die ontwikkeling van wiskundekurrikula is 'n baie relevante navorsingsveld vir onderwysers en kurrikuleerders in post-apartheid Suid-Afrika. Die verfyning en verbetering van die bestaande kurrikulum is moontlik vanweë die wiskundige en wetenskaplik-gefundeerde insigte van, en navorsing deur al die betrokke partye, waaronder kurrikuleerders en onderwysers ressorteer.

Deur die bestudering van wiskundekurrikulumontwikkeling is daar tydens hierdie navorsingprojek riglyne en relevante kurrikuluminhoude vir 'n wiskundekurrikulum in die RSA daargestel. Die komplekse struktuur (gesetel in die ontwikkeling, daarstelling en implementering) van 'n wiskundekurrikulum word soos volg deur Glencross en Fridjhon (1990:309) belig:

*There is also evidence of wide and significant differences between the **intended curriculum**, compiled by the curriculum developer, the **implemented curriculum** taught by the teacher, the **perceived curriculum**, as viewed by an outside observer, and the **achieved curriculum**, absorbed by the pupil.*

Hierdie gaping wat tussen die teorie en die praktyk bestaan behoort deur enige kurrikulum aangespreek te word. Indien die voorgeskrewe kurrikulum nie in die klaskamer figureer nie,

bestaan die moontlikheid dat die navorsing en kurrikulumontwikkeling irrelevant vir die klaskamerpraktyk sal word. Die inhoud, doelstellings en betekenis van 'n wiskundekurrikulum moet vanaf die kurrikulumkomitee tot by die leerling in die klaskamer op dieselfde wyse geïnterpreteer word.

Een van die take van kurrikuleerders wat hierdie studie probeer aantoon, is die daarstelling van relevante wiskunde-kurrikuluminhoude. Die inhoude moet onder meer 'n appèl tot leerlinge rig en hulle motiveer om probleme aan te pak en te probeer oplos. Kurrikuluminhoude moet leerlinge voorberei vir die beroepswêreld. Die vinnig ontwikkelende samelewing plaas verdere eise en verantwoordelikhede op die kurrikuleerder en onderwyser. Leerlinge se soeke na kennis en oplossings in die wiskundeklas behoort hulle te bemagtig om lewenslank leerlinge te bly. Wiskundekurrikuluminhoude behoort lewenslange leer by leerling te fasiliteer. Volwassenes behoort op hoogte te bly van nuwe inhoude, konsepte en metodes. Linn(1987:199) verwoord die konsep soos volg:

(Pupils) will increasingly be called upon to master information that becomes available after they have completed their formal schooling. One of the great challenges for educators will be to prepare students for a lifetime of autonomous learning.

Ten einde in staat te wees om enkele aanbevelings te doen, word 'n samevatting van hierdie studieprojek vervolgens weergegee.

6.2 VERSLAG VAN HIPOTESEVERIFIKASIE

Metodologiese verantwoording vorm die ruggraat van die navorsingsproses. In hierdie navorsingstuk is die gestelde

hipoteses¹ aan die hand van deeglik omskrewe navorsingsprosedures² ondersoek. Dit kan in hierdie stadium gestel word dat die hipoteses deur verifikasie oortuigend bevestig is.

6.3 SAMEVATTING MET DIE OOG OP AANBEVELINGS

Ten einde sinvolle en gemotiveerde aanbevelings te kan maak, is dit nodig om die verloop van hierdie studie kortliks saam te vat.

6.3.1 Hoofstuk een: Titel- en begripsverheldering, historiese oorsig, probleemstelling, hipoteseformulering en metodologie

Ten einde perspektief te verower en tot begryping te kom van die verskynsel wat tydens hierdie studie aangespreek word, naamlik: **Wiskundekurrikulumontwikkeling vir die senior sekondêre fase**, word die titel en enkele toepaslike begrippe vir hierdie studie in hierdie hoofstuk verhelder. 'n Historiese oorsig oor kurrikulumontwikkeling word ook gegee om die relevantheid van die studie verder uit te lig. Vanuit voormelde spruit die probleemstelling en hipoteseformulering voort. Die metodologiese onderbou van die studie word ook verantwoord.

Hierdie studie spreek primêr die probleem rondom die ontwikkeling en daarstelling van 'n wiskundekurrikulum vir die senior sekondêre fase aan. Enkele riglyne en aanbevelings ten opsigte van relevante wiskundekurrikuluminhoude vir post-apartheid Suid-Afrika vloei uit hierdie studie voort.

¹ Kyk: Hoofstuk Een, paragraaf 1.5

² Kyk: Hoofstuk Een, paragraaf 1.6

6.3.2 Hoofstuk twee: Die betekenis van enkele leerteorieë in wiskunde vir wiskundekurrikulumontwikkeling

In hoofstuk twee word primêr klem op leerwyses en leerteorieë gelê. Die volgende leerwyses word van nader belig: Motoriese -, verteenwoordigende -, konseptuele -, voorstellende -, ontdekkende leer, taalverwerwing en probleemoplossing. Daar kan verder ten aansien van leerteorieë in wiskunde onderskei word tussen teorieë wat op wiskunde as rekenkunde fokus en teorieë wat op wiskunde as die verwerf van konsepte, probleemoplossing en informasie-prosessering fokus. Eersgenoemde sluit die teorieë van onder andere Thorndike, Brownell, Gagné en Skinner in en laasgenoemde die teorieë van Köhler, Bruner, Dienes, Ausubel, Piaget en Guilford, in.

Die konsepte metaleer, konstruktivisme, koöperatiewe leer en die invloed daarvan op wiskunde-onderrig en -leer word ook belig. Die probleemgesentreerde benadering tot wiskunde-onderrig en leer blyk huidig die mees algemeen aanvaarde denkrigting ten aansien van wiskunde-onderrig en leer te wees.

6.3.3 Hoofstuk drie: Enkele aspekte van 'n vakdidaktiese perspektief op die kurrikuleringsbetekenis van wiskunde (met spesifieke verwysing na die situasie in post-apartheid Suid-Afrika)

In hoofstuk drie word op die konsep *wiskunde* gefokus. Die aard en struktuur van wiskunde word beskryf met spesifieke verwysing na die fasette van wiskunde, soos deur Kriel (1990) gekategoriseer. Die fasette waarna verwys word sluit onder andere die formele -, die logiese -, die intuïtiewe -, die empiriese, die toepassings- en die estetiese faset in. Die samelewings-, algemene onderrig- en leer- en wiskunde-onderwysdoelstellings (DOK, 1993:7) geniet ook spesiale aandag in hierdie hoofstuk.

Die konsep *wiskunde* word verder omskryf met verwysing na die taal van wiskunde en die probleemgesentreerde benadering in wiskunde. Die aanbieding van meetkunde op skoolvlak word vanuit 'n primêre en sekondêre oogpunt, belig. Enige kurrikulum in post-apartheid Suid-Afrika behoort die implikasies van multi-kulturele onderrig en leer in aanmerking te neem. Die implikasies van *Ethnomathematics* vir die ontwikkeling van wiskundekurrikula in die RSA word uitgespel.

6.3.4 Hoofstuk vier: Kurrikula en kurrikulumontwikkeling met spesifieke verwysing na die vak wiskunde

In hierdie hoofstuk word die konsepte kurrikulum en kurrikulumontwikkeling verder omskryf. 'n Kritiese beskouing van hierdie hoofstuk bring die volgende insigte aan die lig:

- * Kurrikulumontwikkeling het in die laat vyftigerjare dinamiese momentum gekry.
- * Daar bestaan vandag vele kurrikulummodelle (meeste het vanuit liniêre kurrikuleringsmodelle soos die van Tyler (1949) ontstaan).
- * Die mees algemeen aanvaarde model wat tans deur kurrikuleerders aanbeveel word, is 'n sikliese model bestaande uit die volgende vyf fases:
 - # Situasië-analise en behoeftebepaling
 - # Doel, doelstellings en doelwitte
 - # Leerinhoudkeuse en ordening
 - # Leergeleenthede, leer- en onderrighandelinge en leerervarings
 - # Evaluering
- * Die invloed van die huidige politieke bestel in 'n veranderende Suid-Afrika is onlosmaaklik deel van 'n wiskundekurrikulum.
- * Die gemeenskap, ouers, onderwysers en ander relevante rolspelers behoort almal betrek te word by die kurrikuleringsproses.

- * Daar is plek vir beide sentraal - en skoolgebaseerde kurrikulumontwikkeling, die gegewe situasie in 'n bepaalde land sal die balans hiertussen bepaal.

6.3.5 Hoofstuk vyf: Wiskundekurrikula - met verwysing na internasionale en nasionale ontwikkeling

Die huidige wiskundekurrikulumsituasie in die RSA word in hierdie hoofstuk beskryf. Daar word verder enkele riglyne neergelê vir die daarstelling van 'n wiskundekurrikulum vir post-apartheid Suid-Afrika. 'n Diepgaande studie hiervan genereer die volgende aanbevelings en riglyne:

- * Die daarstel van 'n modulêre kurrikulum met keusemodules behoort menige probleme te ondervang.
- * Sillabusse en keusemodules behoort aan leerlinge die geleentheid te bied om 'n tegniese-, akademiese- of algemene wiskundevakpakket te neem.
- * Leerlinge behoort in staat gestel te word om meer as een soort wiskunde in sy vakpakket in te sluit (addisionele wiskunde of funksionele wiskunde kan byvoorbeeld saam met gewone wiskunde binne die normale skoolstruktuur geneem word).
- * Sillabusinhoud moet nie lewensvreemd vir sekere leerlinge en bevolkingsgroepe wees nie en moet probleemgesentreerde onderrig en leer stimuleer.
- * Enige wiskundekurrikulum moet gestroop wees van alle seksistiese, rassistiese en apartheids-konnotasies.
- * Eksamengerigte onderrig en leer moet met beroepsgerigte onderrig en leer vervang word.
- * Die kernsillabus behoort ekstern en die keusemodules behoort intern geëksamineer te word.

'n Opsomming van internasionaal relevante kurrikulumonderwerpe word ook in hierdie hoofstuk weergegee. In aansluiting hiermee word die inhoud van wiskundekurrikula in die RSA ontleed. Die

1993-sillabus word as basis vir 'n wiskundekurrikulum vir post-apartheid Suid-Afrika gebruik. Aanbevelings ten aansien van nuwe sillabusinhoud en of die inhoud deel van die kern- of opsiekurrikulum moet uitmaak, word ook gedoen.

Deur die sinvolle integrering van voormelde riglyne en sillabusinhoud by die 1993-wiskundekurrikulum kan 'n meer **relevante, resente en toepaslike** wiskundekurrikulum moontlik daargestel word.

6.4 AANBEVELINGS VIR VERDERE NAVORSING

Die voorgestelde riglyne en kurrikuluminhoud bied ruim geleentheid vir verdere studie en navorsing. Die volgende kurrikuleringsaangeleenthede¹ kan onder andere verder ondersoek en bestudeer word:

- * Die verfyning en implementering van 'n modulêre kurrikulum in wiskunde (5.4.1.2).
- * Skoolgebaseerde en sentraal gebaseerde kurrikulumontwikkeling (4.4.2.3) en die balans daartussen (4.4.2.4).
- * Die invloed en bydrae van die gemeenskap, privaatsektor, ouers en onderwysers tot die ontwikkeling van kurrikula (4.4.2.2).
- * Relevante kurrikuluminhoud vir post-apartheid Suid-Afrika (5.4.2).
- * Die relevantheid van die interimsillabus en/of die 1993-wiskundesillabus vir post-apartheid Suid-Afrika (5.2.2).
- * Die insluiting van Euklidiese meetkunde, al dan nie, in 'n wiskundesillabus (3.5 & 5.4.2.2).

¹ Die toepaslike paragraaf in hierdie studie wat na die onderwerp verwys, word in hakies daarna aangedui.

- * Die praktiese implikasies van die kombinasie van 'n interne eksamen vir die opsiemodules en 'n eksterne eksamen vir die wiskundekernkurrikulum aan die einde van standerd tien (5.4.1.3 (iv)).

Meer intensiewe navorsing ten aansien van onder meer die volgende:

- * Leerteorieë met spesifieke betekenis vir die onderrig en leer van wiskunde (2.3).
- * Die invloed van konstruktivisme (2.3.3.6), metaleer (2.4) en koöperatiewe leer (2.5) op die onderrig en leer van wiskunde.
- * Die uitvoerbaarheid en evaluering van die probleemgesentreerde benadering tot onderrig en leer in die wiskundeklaskamer (3.4).
- * Oordrewe eksamengerigte wiskunde-onderrig en -leer in teenstelling met beroepsgerigte onderrig en leer in wiskunde (5.2.1.5).
- * Die inagneming en uitvoerbaarheid van die voorstelle in Tabel 5.6¹ deur toekomstige wiskunde-kurrikuleerders (5.4.2).

Die verantwoordelikheid van kurrikuleerders, opvoedkundiges, onderwysers en basies alle rolspelers word ter afsluiting soos volg deur Jarvis (1989:35) verwoord:

The (modular) curriculum requires innovative and flexible thinking on the part of curriculum planners, teacher educators and teachers, thinking that will meet the demands of the changing nature of mathematics and, above all, meet the needs of a changing South Africa and produce people with the mathematical ability and know-how to meet the demands of a developing country.

¹ Kyk: Tabel 5.6 op bladsy 271

Hierdie eise is in die huidige post-apartheidsera selfs meer relevant as 'n paar jaar gelede. 'n Wiskundekurrikulum wat hierop gebaseer is, behoort tot voordeel van die RSA se reënboognasie te strek.

BIBLIOGRAFIE.

- Adler J. 1991. Vision and constraint: Politics and mathematics national curricula in a changing South Africa. In: Pimm D. & Love E. *Teaching and learning school mathematics*. Hodder & Stoughton, Londen.
- ANC. 1992. Policy guidelines for a democratic South Africa adopted at the National Conference, 28-31 May 1992. ANC, Johannesburg.
- ANC. 1994(a). *A Policy framework for Education and Training*. Samuel J. (Ed), Educational Department: ANC, Johannesburg.
- ANC. 1994(b). *Implementation plan for Education and Training*. Samuel J. (Ed), Educational Department: ANC, Johannesburg.
- Anderson B.J. 1990. Minorities and mathematics: The new frontier and challenges of the nineties. *Journal of Negro Education*, 59(3): 260-272.
- Apple M. W. 1983. Curriculum in the year 2000 : Tensions and possibilities. *Phi Delta Kappan*, Januarie 1993: 320-323.
- Ausubel D.P. 1963. Cognitive structure and the facilitation of verbal learning. *Journal of Teaching Education*, vol.14.
- Ausubel D.P. 1968. *Education Psychology, a cognitive view*. Holt, New York.
- Baily P. & Shan S.J. 1991. Underachievement and the national curriculum. *Mathematics in school*, Vol. 20(2): 20-21.
- Barnard A. 1987. 'n Histories-pedagogiese ondersoek na die opleiding van wiskunde-onderwysers vir die primêre skool. Ongepubliseerde D Ed-proefskrif, UP, Pretoria.
- Basson N.J.S., Oosthuizen W.L., Duvenhage D.C. & Slabbert J.A. 1983. *Lesontwerp*. Juta en Kie, Kaapstad.
- Beauchamp G.A. & Beauchamp K.E. 1972. *Comparative analysis of curriculum systems*, 2nd edition. Kagg-Wilmette, Illinois.
- Bell F.H. 1978. *Teaching and learning mathematics in secondary schools*. W.C. Brown Company, Iowa.
- Bengu S. 1994. Rede deur Professor Sibusiso Bengu, Minister van Onderwys by geleentheid van die bespreking van die onderwys-begrotingspos in die Nasionale vergadering te

- Kaapstad.
- Biggs J.B. & Telfer R. 1987. *The process of learning*.
Prentice-Hall of Australia, Sydney.
- Brodie K. 1991. Using language in the mathematics classroom:
A teachers approach. *Pythagoras* 27: 17-23.
- Brown T.H. 1993. Die operasionalisering van metaleer in
afstandsonderwys. Ongepubliseerde PhD-verhandeling, UP,
Pretoria.
- Brownell W.A. 1928. *The development of children's number ideas
in the primary grades*. The University of Chicago, Chicoga.
- Bruner J.S. 1964(a). *The course of cognitive growth*. *American
Psychologist*, no 19, 1-15.
- Bruner J.S. 1964(b). Some theorems on instruction illustrated
with reference to mathematics. In: *The sixty-third
yearbook of the national society for the study of Education
(Part 1)*, no 63, 306-335
- Bruner J.S. 1966. *Toward a theory of instruction*. Havard
University Press, Massachusetts.
- Calitz L.P., du Plessis S.J.P. & Steyn I.N. 1982. *Die
kurrikulum: 'n handleiding vir dosente en onderwysers*.
Butterworth, Pretoria.
- Candy P.C. 1991. *Self-direction for lifelong learning: A
comprehensive guide to theory and practice*. Jossey-Bass
Publishers, San Francisco.
- Charles R. & Lester F. 1984. *Teaching problem solving*.
Edward Arnold Publishers, Londen.
- Cockcroft Report. 1982. *Mathematics counts - Committee of
inquiry into the teaching of mathematics in schools in
England and Wales*, Cockcroft W.H. (Ed). DES, Londen.
- Cooper R. L. 1989. *Language planning and social change*.
Cambridge University Press, Cambridge.
- Copeland R. W. 1982. *Mathematics and the elementary teacher*.
MacMillan Publishing Company, New York.
- Crowther N.A.S. 1995. Persoonlike mededeling op 27 November
deur Professor Crowther, Hoof: Departement Statistiek,
Universiteit van Pretoria, Pretoria.
- D'Ambrosio U. 1985. Ethnomathematics and its place in the

- history and pedagogy of mathematics. *For the learning of mathematics* 5(1): 44-48.
- D'Ambrosio U. 1991. Ethnomathematics and its place in the history and pedagogy of mathematics (updated). *Schools, mathematics and work*. Harris M. (Ed). The Falmer Press, London.
- Daniels H. & Anghileri J. 1995. *Secondary mathematics and special educational needs*. Cassell, Londen.
- Davidson N. 1990. Introduction and overview. In: Davidson N. (Ed). *Cooperative learning in mathematics*. Addison-Wesley, California: 1-20.
- Davis P.J. & Hersch R. 1981. *The mathematical experience*. Birkhauser, Boston.
- De Corte E. 1995. Introducing schools to new perspectives on learning and teaching. B.F. Nel-Gedenklesing: Mei 1995, UP, Pretoria.
- De Vaal D.J. & van den Berg D.J. 1977. *Die ontwerp en toepassing van kriteria vir die samestelling van gedifferensieerde wiskundesillabusse*. RGN-publikasie.
- De Vries C.G. 1990. *Onderwysvoorsiening vir 'n multikulturele Suid-Afrika*. Voorsittersrede tydens die Suid-Afrikaanse Onderwysersunie (SAOU) se kongres te Uitenhage in Junie 1990. SAOU, Kaapstad.
- De Wet G.L. 1995. Persoonlike mededeling op 28 November deur Professor de Wet, Hoof: Departement Ekonomie, Universiteit van Pretoria, Pretoria.
- De Wet H.C. 1995. Persoonlike mededeling op 7 November deur die laaste Superintendent van Onderwys: Akademie (Wiskunde) in die TOD, Pretoria.
- De Wet J.J., Monteith J.L. de K., Steyn H.S. & Venter P.A. 1981. *Navorsingsmetodes in die opvoedkunde*. Butterworths, Durban.
- Dedron P. & Itard J. 1973. *Mathematics and mathematicians I*. Transworld Publishers, London.
- Departement van Onderwys. 1995. *Witskrif oor onderwys en opleiding*. Staatskoerant 357 no. 16313 van 15 Maart 1995, Kaapstad.

- Departement van Onderwys. 1995. *Tussentydse kernsillabus vir wiskunde hoër graad, standerd agt tot tien*. DO, Pretoria.
- Department of Education and Science. 1987. *Mathematics from 5 to 16* (2nd edition). Her majesty's Stationery Office, London.
- Die Burger*. 1992. Berig in die Kaapse koerant op 15 Januarie 1992, Kaapstad: 11.
- Diab R.M. 1987. An evaluation of the mathematics curriculum for engineering students at technikons. Ongepubliseerde M-Ed verhandeling. RAU, Johannesburg.
- Dienes Z.P. & Golding E.W. 1971. *Approach to modern mathematics*. Herder & Herder, New York.
- DOK: Administrasie Volksraad. 1985. *Kernsillabus vir wiskunde hoër graad standerd agt tot tien*. Pretoria.
- DOK: Administrasie Volksraad. 1993. *Kernsillabus vir wiskunde hoër graad standerd agt tot tien*. Pretoria.
- Dowdy S.M. 1971. *Mathematics: Art and Science*. John Wiley and Sons, New York.
- Du Toit S.I. (Red) 1986. *Perspektiewe op menswees*. Academia, Pretoria.
- Du Plessis I.D. 1994. Wiskunde: Só beland kind in syferleegte. *Beeld*, Johannesburg, 14 September 1994.
- Eggen P.D. & Kauchak D. 1994. *Educational psychology. Classroom connections*, second edition. Macmillan Publishing Company, Inglewood Cliffs.
- Ekanayaka S.B. 1990. Rural pedagogy: a grassroots approach to rural development. *Prospects*, 20(1): 115-127.
- Elbaz F. 1991. Teachers' Participation in Curriculum Development. In: Lewy A. (Ed). 1991. *The International Encyclopedia of Curriculum*. Pergamon Press, Oxford : 365-377.
- Engelbrecht C.S., Kok J.C. & van Biljon S.S. 1982. *Volwassewording*. Butterworths, Pretoria.
- Engelbrecht J.C. 1995. Persoonlike mededeling op 27 November deur Professor Engelbrecht: Departement Wiskunde, Universiteit van Pretoria, Pretoria.
- Ernst P. 1989. *Philosophy, mathematics and education*.

- International Journal of Mathematics Education, Science and Technology*, 20(4): 555-559.
- Eves H. 1983. *An introduction to the history of mathematics*. Fifth Edition. CBS College Press, Philadelphia.
- Eves H. & Newsom C. 1965. *An introduction to the foundations and fundamental concepts of mathematics* - Revised edition. Holt, Rinehart and Winston, New York.
- Flavell J. H. 1976. Metacognitive aspects of problem solving. In: Resnick L.B. *The nature of intelligence*. Lawrence Erlbaum, Hillsdale- New York.
- Flavell J. H. 1985. *Cognitive development*. Prentice-Hall, New York.
- Ford N. 1981. Recent approaches to the study and teaching of 'effective learning' in higher education. *Review of Educational Research*, 51(3):345-377.
- Fourie D.P. 1991. Erickson or ecosystem? Toward circumventing traditional limitations in hypnosis. *Suid-Afrikaanse Tydskrif vir Sielkunde*, 21(3):166-174.
- Freudentahl H. 1991. *Revisiting mathematics education: China lectures*. Kluwer Academic Press, Dordrecht.
- Funk & Wagnalls. 1964. *Standard dictionary of the English language*. Funk & Wagnalls Co., New York.
- Gagné R.B. 1976. *The conditions of learning*. Third Edition. Holt, New York.
- Gagné R.B. 1983. Some issues in the Psychology of Mathematics Instruction. *Journal for research in Mathematical Instruction*, 14(1), Jan 1983, 7-18
- Gagné R.B. 1985. *The Conditions of Learning and the Theory of Instruction*. CBS Publishing, New York.
- Gay G. 1991. Curriculum Development. In: Lewy A. (Ed). 1991. *The International Encyclopedia of Curriculum*. Pergamon Press, Oxford.
- Gibran K. 1955. *Die Profeet* (Vertaling: Fourie L.). J.L. Van Schaik, Pretoria.
- Glencross M.J. 1991. A new mathematics curriculum for a new South Africa. *Pythagoras* 25: 8-11.
- Glencross M.J. & Fridjhon P. 1990. Planning tomorrow's

- mathematics curriculum: curriculum decision-making for high-school teachers. *Suid-Afrikaanse Tydskrif vir die Opvoedkunde*, 10(4) : 307-309.
- Goodlad J.I. 1979. The scope of the curriculum field. In: Goodlad J.I. et al. *Curriculum Inquiry: The study of curriculum practice*. McGraw-Hill, New York.
- Goodstein H. A. 1981. Are the errors we see the true errors? Error analysis in verbal problem solving. *Topics in learning and learning disabilities*, 1, 31-46.
- Greeno J.G. 1978. Understanding and procedural knowledge in mathematics education. *Educational Psychologist* 12(3): 262-283.
- Greyling D.J. 1993. Kurrikulum vir die toekoms. Referaat gelewer by die 83ste algemene vergadering van die Transvaalse Onderwysersunie (TO) op 27 Maart 1993.
- Hannah C. & Oosthuizen W.L. 1984. *Evalueringprosedures in die onderwys*. Mathematicae Uitgewers, Pretoria.
- Hardy G.H. 1967. *A Mathematicians Apology*. University Press, Cambridge.
- Hargreaves A. 1989. *Curriculum and assessment reform*. Open University, Milton Keynes.
- Hartshorne K. 1992. An appropriate education structure for South Africa. Paper prepared for the NEPI Education planning, systems and structure research group. Oxford University press, Capetown.
- Hatfield M.M. & Price J. 1992. Promoting local change: Models for implementing NCTM's Curriculum and evaluation standards. *Arithmetic Teacher* (January 1992), 34-37.
- Herron J.D. 1975. Piaget for chemists. *Journal of chemical education*. Maart 1975. 43-47.
- Hill J.S. 1975. Kriteria vir die seleksie en ordening van kurrikuluminhoud. Ongepubliseerde D.Ed-verhandeling. UP, Pretoria.
- Hindle D. 1993. Panel discussion: South African Democratic Teachers Union. In: Julie C, Angelis D. & Davis Z (Eds). *Political Dimensions of Mathematics Education 2 (PDME) - Curriculum Reconstruction for society in Transition*.

- Maskew Miller Longman, Kaapstad.
- Howson G. 1991. *National Curricula in Mathematics*.
University of Southampton, England.
- Howson G., Keitel C. & Kilpatrick J. 1981. *Curriculum development in mathematics*. Cambridge University Press, Cambridge.
- Hugo A.J. 1991. Help jou leerlinge om hulle wiskundeteks te lees. *Pythagoras* 27: 36-40.
- Human P.G. 1976: Doelstellings met wiskunde-onderrig. *Pedagogiekstudies* nr. 83. UP, Pretoria.
- Isaacson Z. 1987. *Teaching GCSE Mathematics*. Hodder and Stoughton, Londen.
- Janse van Rensburg M.J. 1986. 'n Evaluering van die wiskunde kurrikulum vir vakleerlinge. Ongepubliseerde D.Ed-proefskrif. RAU, Johannesburg.
- Jansen C.P. 1984. 'n Model van 'n kurrikulumsentrum vir die RSA. Ongepubliseerde D.Ed-proefskrif. UP, Pretoria.
- Jansen C.P. 1986. 'n Teoretiese deurskouing van die begrippe 'kurrikulum' en 'kurrikulering'. *Padagogiekjoernaal* UP, 7(1): 25-72.
- Jarvis W.J. 1989. Mathematics and the modular curriculum: the South African situation. *Spectrum* 27₄, Oktober 1989: 33-35.
- Kachelhoffer P.M. 1987. Kurrikulumontwikkeling in geneeskundige opleiding. Ongepubliseerde D.Ed-proefskrif. UP, Pretoria.
- Kachelhoffer P.M. 1995. Persoonlike mededeling op 12 Oktober 1995 te UP, Pretoria.
- Kilmister C.W. 1967. *Language, Logic and Mathematics*. The English University Press, London.
- Kilpatrick J. 1991. Mathematical Education : Introduction. In: Lewy A. (Ed). 1991. *The International Encyclopedia of Curriculum*. Pergamon Press, Oxford : 819-820.
- Kline M. 1964. *Mathematics in western culture*. Oxford University Press, New York.
- KOD. 1991. 'n Kurrikulummodel vir die onderwys in Suid-Afrika. Departement van Nasionale Opvoeding, Pretoria.

- Köhler W. 1930. *Gestalt Psychology*. Beel & Sons, London.
- Kotzee A.L. & Steyn G.H.A. 1965. TOD: Verslag van 'n sending na oorsese lande - Deel 5: Die onderrig van wiskunde. Pretoria.
- Kriel D. J. 1990. Die verskillende fasette van wiskunde as determinant vir kurrikulumontwerp. Ongepubliseerde D.Ed-proefskrif. Universiteit van Port Elizabeth.
- Krüger R.A. 1979. Beginsels en kriteria vir kurrikulumontwerp. Ongepubliseerde D.Ed-proefskrif. RAU, Johannesburg.
- Krüger R.A. 1980. *Beginsels en kriteria vir kurrikulumontwerp*. HAUM, Kaapstad.
- Landman W.A. & Roos S.G. 1973. *Fundamentele pedagogiek en die opvoedingswerklikheid*. Butterworths, Durban.
- Landman W.A. 1980. *Inleiding tot die opvoedkundige navorsingspraktyk*. Butterworths, Durban.
- Landman W.A. 1981. Wetenskaplik-verantwoorde teksstudie. *Suid-Afrikaanse Tydskrif vir Opvoedkunde*, Julie, 139-144.
- Landman W.A. 1985a. *Fundamentele pedagogiek en kurrikulumstudie*. N.G. Kerkboekhandel, Pretoria.
- Landman W.A. 1985b. Navorsingsmetodologie vir nie-formele onderwys: Mannekragopleiding. Die werksituasie as teikengroep vir navorsingsmetodes. Ongepubliseerde stuk. UP, Pretoria.
- Langeveld M.J. 1967. *Ontwikkelingspsigologie*. Agste druk, J.B. Wolters, Groningen.
- Laratelli C.B. 1974. The aspects of Piaget's Theory that have implications for teacher education. Selected readings. In: Coopersmith s. & Feldman R.: *The formative years, principles of early childhood education*. Albion Publishing Co., San Francisco.
- Laridon P.E.J.M. 1981. Curriculum development in secondary school mathematics, the creative teaching of calculus. Ongepubliseerde M.Ed-verhandeling. RAU, Johannesburg.
- Laridon P.E.J.M. (Red). 1992. *Wiskunde vir die klaskamer standerd 9*. Lexicon Uitgewers, Isando.
- Laridon P. 1993. Towards transforming mathematics education in

- South-Africa. *Pythagoras* 31: 40-45.
- Laridon P. 1995. National and provincial developments on the curriculum front. *Amesa News*, June 1995, No. 5.
- Lerman S. 1990. Alternative perspectives of the nature of mathematics and their influence on the teaching of mathematics. *British Educational Research Journal*, 16: 53-61.
- Lewy A. (Ed). 1991(a). *The International Encyclopedia of Curriculum*. Pergamon Press, Oxford.
- Lewy A. 1991(b). *National and school-based curriculum development*. UNESCO, Parys.
- Linn M.C. 1987. Establishing a research base for science education: challenges, trends and recommendations. *Journal of research in science teaching*, 24(3):191-216.
- Lippert R. 1987. Development of expert systems: An instructional strategy for dealing with misconceptions. Proceedings of the second national seminar: Misconceptions and Educational Strategies in Science and Mathematics, Vol. 1. Cornell University, Ithaca, New York.
- Lötter L. 1990. Die ontwikkeling van kriteria vir werkkaarte in die onderrig van biologie. Ongepubliseerde M.Ed-verhandeling. UP, Pretoria.
- Maarschalk J. & McFarlane L.R. 1987. Vakdidaktiek: Natuur-en-Skeikunde. 'n Handleiding vir onderwysers en onderwysstudente. Haum, Pretoria.
- Malan S.P.T. & du Toit P.H. (Reds) 1991. *Suksesvolle onderrig. Riglyne vir dosente onderwysers en opleiers*. Academia, Pretoria.
- Maree J.G. 1986. Die beroepsoriënteringsbetekenis van werksontleding. Ongepubliseerde D.Ed-proefskrif. UP, Pretoria.
- Maree J.G. 1992. Die ontwerp van 'n model vir die identifisering en hantering van ontoereikende prestasies in wiskunde. Ongepubliseerde D.Ed-proefskrif. UP, Pretoria.
- Maree J.G. 1993. Betekenis van 'n model vir die identifisering en hantering van ontoereikende prestasie in wiskunde vir

- kurrikulering in wiskunde. *Die Suid-Afrikaanse Tydskrif vir Opvoedkunde*, 13(4): 172-177.
- Maree J.G. 1994(a). *Kry wiskunde klein*. J.L. van Schaik uitgewers, Pretoria.
- Maree J.G. 1994(b). Die hantering van taalverwante onderrig- en leerprobleme in wiskunde. *Die Suid-Afrikaanse Tydskrif vir Opvoedkunde*, 14(3): 115-120.
- Maree J.G. 1995(a). Kritieke toestande van wiskunde-onderwys in swart skole in die Republiek van Suid-Afrika. *Die Suid-Afrikaanse Tydskrif vir Sielkunde*, 25(1): 47-52.
- Maree J.G. 1995(b). Kommentaar op die nuwe benadering tot die onderrig en leer van Wiskunde in die RSA: Hoe geregverdig is die kritiek? *Die Suid-Afrikaanse Tydskrif vir Opvoedkunde*, 15(2): 66-71.
- Maree L. 1995. Persoonlike mededeling op 27 November deur Professor Maree: Departement Siviele Ingenieurswese, Universiteit van Pretoria, Pretoria.
- Marsh T.A. 1993. Some current masters level research in mathematics education. *Southern African association for research in science and mathematics education (SAARMSE). Compilation of papers: First annual meeting, 28-31 January 1993*: :141-148.
- Mayer R.E. 1982. The psychology of mathematical problem solving. In: Lester F.K. & Garofalo J. (Eds). *Mathematical problem solving: Issues in research*. The Franklin Institute Press, Philadelphia.
- Meerkotter D. 1993. The NECC, People's Education and some challenges facing curriculum development for democracy and nation building: (Re)Constructing the South African mosaic. In: Julie C, Angelis D. & Davis Z (Eds). *PDME-2, Curriculum Reconstruction for society in Transition*. Maskew Miller Longman, Kaapstad.
- Mitchell C.E. 1990. Real-World Mathematics. *Mathematics Teacher*, Januarie 1990: 12-16.
- Mostert J.M.(Red) 1986. RGN-verslag: Riglyne vir kurrikulumontwikkeling. RGN, Pretoria.

- Müller E.C.C. 1983. Die prakties beroeps-gerigte opleiding van onderwysers. Publikasiereeks van die Randse Afrikaanse Universiteit, A154. RAU, Johannesburg.
- Murray H., Olivier A. & Human P. 1993. Learning through problem solving and social interaction. *SAARMSE: Compilation of papers*. First annual meeting, 28-31 January 1993: 193-203.
- Nel B.F., Sonnekus M.C.H. & Garbers J.G. 1975. *Grondslae van die psigologie*. Derde druk. Universiteits-Uitgewers, Stellenbosch.
- NEPI-verslag. 1992. *Curriculum*. Oxford University Press, Capetown.
- NEPI-verslag. 1993. *The framework report and final report summaries*. Oxford University Press, Capetown.
- Nesher P. 1991. The language of mathematics. In: Lewy A. (Ed). 1991. *The International Encyclopedia of Curriculum*. Pergamon Press, Oxford: 866-868.
- Nisbet J. & Schucksmith J. 1986. *Learning strategies*. Routledge & Kegan Paul, London.
- Norman G.R. & Schmidt H.G. 1992. The psychological basis of problem-based learning: A review of the evidence. *Academic Medicine*, 67(9): 557-565.
- Novak J. D. & Gowin D.B. 1984. *Learning how to learn*. Cambridge University Press, London.
- Odendal F.F. & Schoonees P.C. 1992. *Verklarende handwoordeboek van die Afrikaanse taal*. Perskor, Johannesburg.
- Olivier A. 1989. Handling pupils' misconceptions in mathematics. *Pythagoras* 21: 10-19.
- Olivier A. 1991. Report: DEC curriculum committee for mathematics. *MASA News* no. 6, May 1991: 13.
- Olivier C.d T. 1985. Die verwantskap tussen onderrigstrategie en lesontwerp. Ongepubliseerde D Ed-proefskrif. UP, Pretoria.
- Oosthuizen W.L. 1973. *Leerstofreduksie in die wiskundeklas*. McGraw-Hill, Johannesburg.

- Oosthuizen W.L., Swart J. & Gildenhuys D.G. 1988. *Vakdidaktiek: Wiskunde vir die sekondêre fase*. Haum, Pretoria.
- Orton A. & Wain G. (Eds). 1994. *Issues in Teaching Mathematics*. Cassell, Londen.
- Osborne R. & Witrock M. 1985. The generative learning model and its implications for science education. *Studies in science education*, 12(1985), 59-87.
- Park T. 1995. Koöperatiewe kleingroepe: 'n panasee of parachronisme. *Die Suid-Afrikaanse tydskrif vir opvoedkunde*, 15(1): 40-45.
- Pellerey M. 1991. Mathematics instruction. In: Lewy A. (Ed). 1991. *The International Encyclopedia of Curriculum*. Pergamon Press, Oxford: 870-881.
- Peter C. 1994. Bravo to the new style of maths. *Daily News*, Durban, 27 Mei 1994. In: Pythagoras 36: 6.
- Piaget J. 1952. *The child's conception of number*. Norton, New York.
- Piaget J. 1971. *Science of education and the psychology of the child*. The Viking Press Inc., New York.
- Piaget J. 1973. Comments on mathematical education. In: *Developments in mathematical education*. Cambridge University Press, Londen.
- Pienaar D.J. 1995. Persoonlike mededeling op 9 November deur die vorige Superintendent van Onderwys: Akademie (Wiskunde) in die voormalige TOD, Pretoria.
- Pimm D. (Ed) 1992. *Mathematics, teachers and children*. Hodder & Stoughton. London.
- Pistorius P. 1966. *Gister en vandag in die opvoedkunde*. Pro Rege, Potchefstroom.
- Polya G. 1946. *How to solve it*. Princeton University Press. Princeton.
- Posamentier A.S. 1989. Geometry: A remedy for the malaise of middle school mathematics. *Mathematical Teacher*, December 1989: 678-680.
- Postlethwaite T. N. 1991. Preface in : Lewy A. *National and school-based curriculum development*. UNESCO, Parys : 9-10.

- Presmeg N.C. 1989. Visualization in multicultural mathematics classrooms. *Focus on learning problems in mathematics*, 11(1): 17-23.
- Pribram K.H. 1969. *On the biology of learning*. Harcourt, Brace and World. New York.
- Pythagoras. 1995. Getting the facts straight - A letter to the editor. *Pythagoras* 36: 5-6. The association for mathematics education in South Africa (AMESA), Pretoria.
- Rabit R. 1994. New style maths not suitable. *Daily News*, Durban, 21 April 1994. In: *Pythagoras* 36: 6.
- Rademeyer P.E. 1988. Suggested maths curriculum for the secondary school. *Spectrum* 26₁, Februarie 1988: 32-33.
- Rees P.K. & Rees C.S. 1982. *Principles of mathematics*. Prentice-Hall, New Jersey.
- Resnick L.B. & Ford W.W. 1981. *The psychology of mathematics for instruction*. LEA Publishers. New Jersey.
- RGN: Ondersoek na die onderwys. 1981. Verslag van die werkkomitee vir kurrikulering. Voorsitter F. van der Stoep. RGN, Pretoria.
- Roberts T.B. 1976. *Four psychologies applied to education*. John Wiley, New York.
- Rossman J. 1931. *The psychology of the inventor*. Invento's Publishing Co., Washington.
- Rothman R. & Cohen J. The language of maths need to be taught. *Academic Therapy*, 25: 133-142.
- Russell B. 1929. *Thyristicism and logic*. Norton, New York.
- Salomo, *Die Bybel*. 1983. Die bybel, nuwe vertaling. Die Bybelgenootskap van Suid-Afrika, Kaapstad.
- Sanok G. 1991. World of transformations, mathematics in nature: Patterns, structure and function. *Pythagoras*, 25: 21-25.
- Sapon-Shevin M. & Schniedewind N. 1994. Cooperative learning for the 90's: Teaching for change. *Cooperative learning*, 14(2), 2-6.
- Sauer N. 1995. Persoonlike mededeling op 29 November deur Professor Sauer: Dekaan van die Fakulteit Natuurwetenskappe, Universiteit van Pretoria, Pretoria.

- Schoeman J.H. 1985. 'n Strategie vir die seleksie en ordening van kurrikuluminhoud vir basisonderwys in Suidwes-Afrika/Namibië. Ongepubliseerde M.Ed-verhandeling. UP, Pretoria.
- Seeliger J.E. 1995. Persoonlike mededeling op 28 November deur Professor Seeliger: Dekaan van die Fakulteit Tandheelkunde, Universiteit van Pretoria, Pretoria.
- Shulman L.S. 1974. Psychological Controversies in the teaching of science and mathematics. In: Coopersmith S. & Feldman R (Eds) 1974. *The formative years, principles of early childhood education*. Albion Publishing, San Francisco.
- Skinner B.F. 1974. *About behaviorism*. Knopf, New York.
- Slabbert J.A. 1984. Studiemateriaal vir die vakdidaktieke Biologie en Algemene wetenskap: Afdeling Biologie. Ongepubliseerde studiemateriaal. UP, Pretoria.
- Slabbert J.A. 1988. Die ontwikkeling van 'n metaleermodel. Ongepubliseerde D.Ed-verhandeling. UP, Pretoria.
- Slabbert J.A. 1989. Metaleer - 'n Model. *Die Suid-Afrikaanse Tydskrif vir Opvoedkunde* 9(1): 158-165.
- Slabbert J.A. 1993. The role of metalearning and cooperative learning in multicultural education. Paper presented at the Eleventh International Conference of the World Association of Educational Research, Jerusalem.
- Slabbert J.A. 1994. *Cooperative learning in the multicultural classroom*. UP, Pretoria.
- Sonnekus M.C.H. & Ferreira G.V. 1986. *Die psigiese lewe van die kind-in-opvoeding*. Hersiende uitgawe. Universiteits Uitgewers. Stellenbosch.
- Spring H.T. 1985. Teacher decision making - A metacognitive approach. *Reading teacher*, 39(3):290-295.
- Stanton M. 1989. A critical investigation into alternative conceptions in fundamental electrical concepts, as held by senior secondary school pupils and students at the lower tertiary level in South Africa. Unpublished M.Ed dissertation. UP, Pretoria.
- Steffy B.E. 1991. Involving parents & Community participation. In: Lewy A. (Ed). 1991. *The International Encyclopedia of*

- Curriculum*. Pergamon Press, Oxford : 361-365.
- Steyn J.C. & Viljoen C.M. 1991. Enkele perspektiewe op die problematiek van skoolkurrikulumvernuwing vir multikulturele Suid-Afrika. *Die Suid-Afrikaanse Tydskrif vir Opvoedkunde*, 15(2): 240-244.
- Steyn S. 1991. O wee, die Wiskunde. *Sarie*. Kaapstad, 21 Augustus 1991.
- Stoker J. 1991. Constructing mathematical meaning through language : A way forward in primary mathematics. *Pythagoras* 25: 28-30.
- Sukkar M.Y. 1986. Curriculum development: A strategy for change. *Medical Education*, 20(4): 301-306.
- Sunday Times*. 1995. Radical steps proposed for education after matric results shock. Berig in uitgawe van 31 Desember 1995, Johannesburg.
- Sutaria M.C. 1990. Teaching for maximal learning: the Philippines experience. *International Review of education*, 36(2): 243-250.
- Swanson H.L. 1987. Information processing and learning disabilities: An overview. *Journal of learning disabilities*, 20(1):3-7.
- Swenson E.J. 1958. How to teach for memory and application? In *Research in the three R's* : Hunnicutt & Iverson (Red). Harper: New York.
- Taba H. 1962. *Curriculum development: Theory and practice*. Brace and World, Harcourt.
- Taylor C.A. 1981. Die evaluering van die makro-inhoud van 'n kurrikulum. *Suid-Afrikaanse Tydskrif vir Opvoedkunde*. Vol 3, nr.4, 128-130.
- Taylor N. 1993. Desire, repression and ethnomathematics. In: Julie C., Angelis D. & Davis Z. (Eds). *PDME:2 - Curriculum Reconstruction for Society in Transition*. Maskew Miller Longman, Kaapstad, 130-137.
- Taylor N. & Methula P. 1992. Shifting relations of authority: Public administration and policy in South Africa. NEPI working paper, Kaapstad.
- Thom R. 1973. Modern mathematics: does it exist. In:

- Developments in Mathematical education.* University press, Cambridge, 194-209.
- Thorndike E.L. 1913. *Educational Psychology, Vol II: The Psychology of Learning.* Columbia University, New York.
- Thorndike E.L. 1922. *The Psychology of Arithmetic.* The Macmillan Co., New York.
- TO. 1994. Kommentaar van die TO oor noodsaaklike veranderings aan skoolsillabusse. Pretoria.
- TO. 1995(a). Verslag oor die Hersieningskomitee. *Mondstuk*, September 1995: 1-7.
- TO. 1995(b). Belangrike ooreenkomste van die Raad vir Arbeidsverhoudinge oor die aangeleenthede van onderlinge belang. *Mondstuk*, Oktober 1995: 1-3.
- TOD. 1972. Sillabus vir wiskunde (hoër graad) standerd 8,9 en 10. Junie 1972, Pretoria.
- Travers K.J. 1991. Mathematics: Secondary-school Programs. In: Lewy A (Ed). 1991. *The International Encyclopedia of Curriculum.* Pergamon Press, Oxford: 825-833.
- Tyler R.W. 1949. *Basic principles of curriculum and instruction.* University of Chicago Press, Chicago.
- Tyler R.W. 1977. Two new emphasis in curriculum development. *The Educational Digest*, February 1977: 11-14.
- Tyler R.W. 1983. A place called school. *Phi Delta Kappan*, 64 (Maart 1983), 462-64.
- Van der Merwe M. 1994. Nuwe wiskunde pla die leerlinge. *Beeld*, Johannesburg, 28 Augustus 1994.
- Van der Stoep F. 1972. *Didaskein.* McGraw-Hill Boekmaatskappy, Johannesburg.
- Van der Stoep F. & Louw W.J. 1984. *Inleiding tot die didaktiese pedagogiek.* Academica, Kaapstad.
- Van Dyk C.J. & Van der Stoep F. 1977. *Inleiding tot die vakdidaktieke.* Perskor, Johannesburg.
- Van Niekerk R. 1995. From spatial orientation to spatial insight: A geometry curriculum for the primary school. *Pythagoras* 36: 7-12.
- Van Zyl A.J. 1942. *Mathematics at the crossroads.* Maskew-Miller, Kaapstad.

- Van Zyl N. 1995. Persoonlike mededeling op 20 Oktober deur die eksaminator van addisionele wiskunde in die voormalige TOD.
- Viljoen M. 1995. Persoonlike mededeling op 28 November deur Doktor Viljoen: Departement Fisiologie, Universiteit van Pretoria, Pretoria.
- Vithal R. 1993. Ethnomathematics; Research directions and some implications for curriculum. *SAARMSE: Compilation of papers*. First annual meeting, 28-31 January 1993: 275-291.
- Volmink J. D. 1993(a). A different mathematics education for a different South Africa? *Pythagoras* 31: 32-37.
- Volmink J.D. 1993(b). Childrens understanding of geometrical ideas. *SAARMSE: Compilation of papers*. First annual meeting, 28-31 January 1993: 292-302.
- Volmink J.D. 1993(c). When we say curriculum change, how far are we willing to go as a mathematical community. In: Julie C., Angelis D. & Davis Z. (Eds). *PDME:2 - Curriculum Reconstruction for Society in Transition*. Maskew Miller Longman, Kaapstad, 122-129.
- Von Glasersfeld E. 1991. Constructivism in Education. In: Lewy A (Ed). 1991. *The International Encyclopedia of Curriculum*. Pergamon Press, Oxford: 31-32.
- Vrey J.D. 1984. *Die opvoedeling in sy self-aktualisering*. UNISA, Pretoria.
- Walker D.F. 1976. Toward comprehension of curriculum realities. In: Shulman L.S. (Ed). *Review of Research in Education*, Vol. 4: 268-308.
- Wain G.T. 1978. *Mathematical Education*. Van Nostrand Reinhold Company, Berkshire.
- Watson F.R. 1976. *Developments in mathematical teaching*. Open Books, London.
- Wessels D.C.J. 1995. SOSI (Educational research group for spatial orientation and spatial insight) is off the ground! *AMESA-News*, Junie 1995, No. 5.
- Wheeler D.K. 1979. *Curriculum process: Tenth Impression*. Hodder and Stoughton, London.
- Woodruff A.D. 1970. *Experience and concept learning*. Allyn and Bacon, Boston.

- Yelon S.L. & Weinstein G.W. 1977. *A teacher's world*. McGraw-Hill, New York.
- Zais R.S. 1976. *Curriculum: Principles and foundations*. Crowell, New York.

OPSOMMING

TITEL: Wiskundekurrikulumontwikkeling vir die senior
sekondêre fase
KANDIDAAT: Carel Gustav Kriek
PROMOTOR: Prof J G Maree
MEDE-PROMOTOR: Prof P M Kachelhoffer
DEPARTEMENT: Didaktiek
GRAAD: Philosophiae Doctor

Een moontlike terrein van (vak)didaktiese navorsing is die terrein van wiskundekurrikula. Deur die bestudering van hierdie terrein kan daar moontlik lig op onder meer die volgende navorsingsinsigte gewerp word:

- * Die probleemgesentreerde benadering tot die onderrig en leer van wiskunde geniet tans voorrang in die RSA. Enkele moontlike redes hiervoor word onder meer in hierdie navorsing ondersoek.
- * 'n Wiskundekurrikulum in post-apartheid Suid-Afrika behoort die implikasies van multi-kulturele onderrig en leer in die wiskunde klas in aanmerking te neem.
- * Enkele riglyne vir, en aanbevelings ten opsigte van, relevante wiskundekurrikuluminhoud vir post-apartheid Suid-Afrika kan moontlik vanuit die bestudering van plaaslike en internasionale wiskundekurrikula voortvloei.
- * Die sinvolle integrering van riglyne ten aansien van wiskundekurrikulumontwikkeling en kurrikuluminhoud by die 1993-wiskundekurrikulum vir die RSA kan moontlik 'n bydrae lewer tot die daarstel van 'n meer **relevante, resente en toepaslike** wiskundekurrikulum

vir post-apartheid Suid-Afrika.

Verloop van studie

Hoofstuk een

Die titel en enkele begrippe van toepassing op die studie word in hierdie hoofstuk verhelder. 'n Historiese oorsig oor kurrikulumontwikkeling in wiskunde word ook verskaf. Hierdie studie spreek primêr die probleem rondom die ontwikkeling en daarstelling van 'n relevante, resente en toepaslike wiskundekurrikulum vir die senior sekondêre fase in post-apartheid Suid-Afrika aan.

Hoofstuk twee

In hierdie hoofstuk word die klem primêr op leerwyses en leerteorieë in wiskunde gelê. Daar kan byvoorbeeld onder meer ten aansien van leerteorieë in wiskunde onderskei word tussen teorieë wat op wiskunde as rekenkunde fokus en teorieë wat op wiskunde as die verwerf van konsepte, probleemoplossing en informasie-prosessering, fokus. Die konsepte metaleer, konstruktivisme, koöperatiewe leer en die invloed daarvan op wiskunde-onderrig en -leer word ook belig.

Hoofstuk drie

In hoofstuk drie word op die konsep *wiskunde* gefokus. Die aard en struktuur van wiskunde word beskryf met spesifieke verwysing na enkele moontlike fasette van wiskunde. Die konsep *wiskunde* word verder omskryf met verwysing na die beperkte, tegniese taal van wiskunde en die probleemgesentreerde benadering in wiskunde. Die implikasies van *Ethnomathematics* vir die ontwikkeling van wiskundekurrikula in die RSA word uitgespel.

Hoofstuk vier

In hierdie hoofstuk word die konsepte kurrikulum en kurrikulumontwikkeling verder omskryf. Daar bestaan tans vele

kurrikulummodelle. Die model wat tans wêreldwyd deur meeste kurrikuleerders aanbeveel word, is 'n sikliese model bestaande uit vyf fases. Die rol van die gemeenskap, ouers, onderwysers en ander relevante rolspelers tydens die kurrikuleringsproses word omskryf. Daar word onder meer tot die slotsom gekom dat daar plek vir beide sentraal - en skoolgebaseerde kurrikulumontwikkeling in post-apartheid Suid-Afrika is.

Hoofstuk vyf

Die wiskundekurrikulumsituasie in die RSA word in hierdie hoofstuk beskryf. Enkele riglyne vir die daarstelling van 'n wiskundekurrikulum vir post-apartheid Suid-Afrika word onder meer neergelê. 'n Opsomming van internasionaal relevante kurrikulumonderwerpe word ook in hierdie hoofstuk weergegee. In aansluiting hiermee word die inhoud van daardie wiskundekurrikula wat huidig in die RSA gebruik word, ontleed.

Hoofstuk ses

'n Oorsig word gegee van die ondersoek wat onderneem is. Afsluitend word enkele gemotiveerde aanbevelings gedoen.

Sleutelwoorde

Ethnomathematics

Konstruktivisme

Koöperatiewe leer

Kurrikulum

Kurrikulumontwikkeling

Leerteorieë

Probleemgesentreerde leer

Wiskunde

Wiskundekurrikulumontwikkeling

Wiskundesillabus

SUMMARY

TITLE : Mathematics curriculum development for the senior secondary phase.
CANDIDATE : Carel Gustav Kriek
SUPERVISOR : Prof J G Maree
CO-SUPERVISOR : Prof P M Kachelhoffer
DEPARTMENT : Didactics
DEGREE : Philosophiae Doctor

One possible field for didactical research is mathematics curricula. A study of the afore-mentioned may cast some light upon the following:

- * Currently the problem centered approach to maths education (teaching and learning) has priority in South Africa. A number of possible reasons for this is studied during the research.
- * Any mathematics curriculum in post-apartheid South Africa ought to take the implications of multi-cultural education in the mathematics classroom into consideration.
- * A number of guidelines for, and recommendations regarding relevant mathematics curriculum content for post-apartheid South Africa could possibly be the result of local and international mathematics curriculum studies.
- * Purposeful integration of these guidelines for curriculum development and content into the 1993 mathematics curriculum for the RSA can possibly contribute to a more relevant, recent and applicable

mathematics curriculum for post-apartheid South Africa.

COURSE OF THE RESEARCH

Chapter one

The title, a few terms and concepts concerning the study are discussed in this chapter. An historical survey on curriculum development in mathematics follows to prove the relevance of the study. Primarily this study addresses the problem of developing and presenting a relevant, recent and applicable mathematics curriculum for the senior secondary phase.

Chapter two

This chapter mainly stresses the ways and theories of learning in mathematics. These theories can be divided into two groups: those focussing on mathematics as arithmetic and those focussing on concept forming, problem solving and information processing. The concepts metalearning, constructivism, co-operative learning and their influence on the teaching and learning of mathematics are discussed.

Chapter three

In this chapter the focus is on the concept *mathematics* as such. The nature and structure with specific reference to some possible facets of mathematics are discussed. References to the restricted, technical language of mathematics and the problem centered approach elaborate on this concept. The implications of Ethnomathematics in the development of mathematics curricula in the RSA are discussed in detail.

Chapter four

A further description of the concepts curriculum and curriculum development follows. Currently there are quite a number of curriculum models. The one currently recommended by curriculum world-wide is a cyclic model consisting of five

phases. The role of the community, parents, teachers and other relevant role-players during this process is discussed. One of the facts conclusively stated is that both central and school based curriculum development are important in post-apartheid South Africa.

Chapter five

The situation regarding mathematics curricula in South Africa is described. Among other things guidelines for the presentation of a maths curriculum in post-apartheid South Africa are given. A summary of relevant international curriculum studies follows. In conjunction with this the content of mathematics curricula presently used in South Africa is examined.

Chapter six

The results of the study are summarised. Conclusively motivated recommendations are made.

Key words

Co-operative learning
Constructivism
Curriculum development
Curriculum
Ethnomathematics
Mathematics
Mathematics curriculum development
Mathematics syllabus
Problem centered learning
Theories of learning

ADDENDUM A

NOMMER	VRAAGSTELLING
1	Op watter wyse is u betrokke by kurrikulering in u departement/fakulteit?
2	Op watter wyse of in watter opsig maak probleemoplossing 'n deel uit van kurrikulering in u departement/fakulteit?
3	Waarom heg u departement/fakulteit soveel waarde aan die wiskundepunt van voornemende studente ?
4	Watter onderrig- en leerbenadering word deur u departement/fakulteit gevolg? Motiveer u antwoord asseblief kortliks.
5	Wat is, na u mening, die belangrikste algemene redes waarom sekere leerlinge/studente beter presteer as ander?
6	Is daar, gemeet aan u ervaring, 'n betekenisvolle verband tussen: a) Studente se wiskundepunt in matriek en hulle prestasies op universiteit? b) Studente se prestasies op universiteit en 'n probleemoplossende benadering tot leer/studie?
7	Aan watter algemene kriteria behoort wiskunde-kurrikuluminhoude, na u mening, te voldoen?
8	Watter bestaande wiskundekurrikuluminhoude vir die sekondêre fase sal u graag wil behou (en moontlik self uitbrei)?

9	Watter addisionele inhoude sal u departement/ fakulteit graag in 'n wiskundekurrikulum vir die senior sekondêre fase wil sien?
10	Verduidelik kortliks hoe daar, na u mening, in 'n wiskundekurrikulum vir die senior sekondêre fase gedifferensieer behoort te word.
11	Watter ander aanbevelings sal u doen ten aansien van wiskundekurrikulumontwikkeling vir die senior sekondêre fase?

Gestruktureerde vraelys soos gebruik tydens onderhoude met dekane en departementshoofde¹.

¹ Kyk: Hoofstuk Vyf, paragraaf 5.1.1.2