

DIE WISKUNDE EN DIE FILOSOFIE.

REDE

BY DIE AANVAARDING VAN DIE PROFESSORAAT
IN DIE WISKUNDE AAN DIE UNIVERSITEIT
VAN PRETORIA GEHOU 10 JUNIE 1936,

DEUR

J. P. DUMINY, M.A, (Kaap), B.A., B.Sc. (Oxon.)



PRETORIA
1936.

DIE WISKUNDE EN DIE
FILOSOFIE.

PUBLIKASIES VAN DIE UNIVERITEIT
VAN PRETORIA.

Reeks IV : Intreeredes, No. 2.

DIE WISKUNDE EN DIE FILOSOFIE.

REDE

BY DIE AANVAARDING VAN DIE PROFESSORAAT
IN DIE WISKUNDE AAN DIE UNIVERSITEIT
VAN PRETORIA GEHOU 10 JUNIE 1936,

DEUR

J. P. DUMINY, M.A, (Kaap), B.A., B.Sc. (Oxon.)



PRETORIA
1936.

Die keuse van 'n onderwerp vir my intrede het my baie moeite veroorsaak. 'n Intreerede behoort natuurlik iets meer as 'n populêre lesing te wees; en tog (om nie op 'n klugspel uit te loop nie) moet dit, aan die ander kant, taamlik verstaanbaar wees—en dit is ongeïukkig uiters maklik om Wiskunde onverstaanbaar te maak.

Ek is eindelijk daartoe gelei om die bostaande onderwerp te kies in die eerste plek omdat dit nie algemeen besef word dat daar 'n filosofiese kant van die Wiskunde bestaan nie; en, ten tweede, omdat die Hoof van die Departement van Wysbegeerte eens op 'n tyd die hoop uitgespreek het dat ons in die geleentheid gestel sou word om gedagtes te wissel aangaande begrippe waarin ons albei belangstel, soos byvoorbeeld die begrippe van kontinuïteit en oneindigheid.

Ek moet hier dadelik erken dat my kennis van die Filosofie maar baie gering is. Maar dit lyk vir my redelik om te verwag dat daar wel 'n verhouding mag bestaan tussen die filosofiese begrip van die Ruimte en die matematiese kontinuum; tussen die filosofiese opvatting omtrent die Ewigheid en die matematiese oneindigheid; tussen die filosofiese probleem van die bestaan en matematiese waarskynlikheidsrekening.

Meer oortuigende aanwysings van 'n verwantskap tussen die Wiskunde en die Filosofie lê te vinde in die werke van „Filosoof-wiskundiges” soos Pythagoras, Descartes en Bertrand Russell, hoewel van Pythagoras dit wel beweer kan word dat 'n dieper kennis van die grondbeginsels van die Wiskunde hom as Filosoof ten bate sou gestrek het.

As daar nog verdere bewys gelewer moet word van die verband tussen die Wiskunde en die Filosofie kan ons ons wend tot die definisie van die Wiskunde wat aan Bertrand Russell te danke is: „Mathematics is the Science in which

2.

we do not know what we are talking about, nor whether what we say about it is true.”

As ons hierdie definisie aanvaar—(ek reken dat Russell hier as Filosoof gepraat 't)—dan plaas ons die Wiskunde dadelik en onherroeplik in die gebied van die Filosofie!

Diegene wat tot nog toe nie veel belang in die Wiskunde gestel 't nie, wil ek vriendelik versoek om tenminste die Wiskunde (al is dit maar net vir 'n uur) te respekteer; en 'n bietjie van die wiskundige neiging van die gemoed (al is dit maar net vir 'n uur) aan te kweek.

Die oorgrote meerderheid stel maar min belang in wiskundige begrippe as sulks. Hulle is meer geïnteresseer in resultate. Hulle is tevrede om in die boonste verdiepings van wonings te woon waarvan die minderheid die fondament gelê het. Die geboue styg en val nie inmekaar nie. Dit lyk asof die fundamente stewig en deeglik is; en wanneer ek u versoek om die Wiskunde te respekteer, vra ek maar net dat u sal erken dat dit waar is.

Waar ek praat van die wiskundige neiging van die gemoed is my bedoeling dit: die Wiskunde het te doen met abstrakte en, dikwels, baie ingewikkelde logiese samestellings, en u moet gewillig wees om u met sulke dinge besig te hou. Daar is geen rede waarom u hier mismoedig moet word nie: die meeste mense het 'n ongerymd oordrewe idee van die tegniese moeilikhede van wiskundige logika. Die moeilikhede is weliswaar aanmerklik, maar in baie opsigte nie te vergelyk met die moeilikhede van gewone konstruktiewe wiskunde nie. Dit is byvoorbeeld veel makliker vir Filosowe om die hoof-trekke van die Principia Mathematica van Bertrand Russell baas te raak as om die Infinitesimaal-rekening onder die knie te kry—geensins omdat die Principia makliker is nie, maar omdat dit betreklik maklik is om die simbolisme en tegniek te bemeester; veel makliker as die van enige gewone wiskundige handboek. En die rede daarvoor is dat die formele wiskundige houding, wat nodig is vir die verstaan van 'n gewone wiskundige handboek, 'n bietjie moeilik is om aan te kweek.

Daar is probleme wat Filosowe in die verlede die grootste moeite veroorsaak het, en wat hulle sonder sukses probeer het om op te los. Hierdie probleme het meestal te doen met kontinuïteit en oneindigheid—twee begrippe waarmee wiskundiges hulle lewenslank besig hou. Dit blyk dus dat wiskundiges, weens hulle navorsing en bekendheid op hierdie gebied, iets oor hierdie begrippe te sê mag hê wat van belang mag wees.

Laat my eers 'n paar voorbeelde uit die geskiedenis noem om te staaf wat ek hierbo van die Filosowe gesê het. Hulle moeilikhede het al by die Grieke begin. Neem byvoorbeeld twee van die paradokse van Zeno: „Achilles kan nooit die skilpad inhaal nie”, en „'n Vlieënd pyl staan stil.” Ek weet nie of hierdie twee paradokse nie miskien simbolies is van die vordering wat die Filosoof sonder die Wiskunde maak nie: „Achilles kan nooit die skilpad inhaal nie” „Filosofie sonder Wiskunde kan nooit Waarheid bereik nie,” „'n Vlieënd pyl staan stil.” „'n Wysgeer wat langs nie-wiskundige lyne dink, dink glad nie.”

Neem verder 'n bewering van Kant: „Die Welt hat einen Anfang . . . Denn man nehme an, die Welt habe der Zeit nach keinen Anfang: so ist bis jedem gegebenen Zeitpunkt . . . eine unendliche Reihe aufeinander folgender Zustände der Dinge in der Welt verflossen. Nun besteht aber eben darin die Unendlichkeit, Reihe, das sie durch successive Synthesis niemals vollendet sein kann.” en so nog meer.

En dan Bergson: dit is moeilik om Bergson ernstig op te vat. Hy neem maar al te gretig die paradokse van Zeno aan, en hy beweer dat 'n oplossing niks minder as 'n ramp sou beteken nie. En omdat hy met moderne wiskunde heeltemal onbekend is, vermy hy die ramp met die grootste gemak. Triomferend kom hy tot die besluit: „Die pyl is nooit op enige punt van sy baan,” Verder kry ons van hom: „Ruimte is net 'n verhouding tussen ruimtes . . . dit is klaarblyklik bewys dat tyd eweas ruimte nie reëel, maar 'n teenstrydige verskynsel is, nie” En dit is op grondslae van hierdie aard waarop die Filosofie van Bergson berus.

Dit is nie my bedoeling om die sienswyses van hierdie Filosowe te bespreek nie. Ek wil alleen aantoon dat hierdie abstrakte probleme wel op die voorgrond in die Filosofie gekom het; en as die Wiskunde daarop geregtig is om te beweer dat die Wiskunde daardie probleme opgelos het, dan kan die belangrikheid van so'n bewering nouliks oorskat word.

Daar is natuurlik 'n groot aantal filosofiese probleme waarmee die Wiskunde niks te doen het nie: die aard van die oordeel; afleiding; waarneming; die betekenis van die bestaan; die verhouding tussen gees en stof. Hierdie probleme sal wiskundiges as sulks nooit daaraan droom om aan te raak nie. Hulle gee toe dat hierdie probleme bes moontlik baie moeilik en ingewikkeld is, en het vrede daarmee om hulle aan die Filosowe oor te laat. Maar wat ek wil beweer is dit: dat die teorie van kontinuïteit en oneindigheid 'n onderdeel van konstruktiewe wiskunde is, en dat 'n studie van daardie teorie in groot mate daartoe sal strek om die lug op te helder waar die Filosoof (en die Wiskundige) in nagemaakte rookwolke gedompel was. Later sal ons terugkeer om te sien wat die aard van konstruktiewe wiskunde is, en ek glo nie dat ons een of ander bestaande vaste Sisteem van die Filosofie hoef te veronderstel om hierdie konstruktiewe wiskundige teorie te kan verstaan of te kan aanneem nie.

Dit is moeilik om te sê waar die Filosofie eindig en waar die Wiskunde begin, maar ons kan sekere voorwaardes vastel waaraan voldoen moet word voordat 'n sisteem van Filosofie vir wiskundiges aanneemlik sal wees. Ons kan dit miskien so stel: as 'n Filosoof van plan is om hom tot die Wiskunde te wend, wat sou ons van hom vereis voordat hy as navorsingstudent in die Wiskunde aanneemlik sou wees? Die minimum wat ons sal voorstel is dat hy moet erken dat daar wel stellinge is; dat die stellinge waar of onwaar is; dat hulle waarheid of onwaarheid onafhanklik is van die bewus-syn of van kennis. 'n Stelling wat waar is, is nie minder waar omdat niemand dit ken nie; 'n valse stelling is nie minder vals omdat almal glo dat dit waar is, en altyd sal glo dat dit waar is, solank as soiets as geloof bestaan nie. Filosowe wat dit nie toegee nie bly vir die wiskundige eenvoudig oninteressant. Neem byvoorbeeld die stelling van Goldbach: $2n = p + p'$ (elke

5.

ewe getal kan uitgedruk word as die som van twee priemgetalle). Is dit waar? Ek weet nie, en ek twyfel sterk daaraan of ek ooit sal weet. Maar een ding is ek seker van: die stelling van Goldbach is óf waar óf onwaar.

Die Filosoof moet dus nie beweer nie dat so'n stelling nog waar nog onwaar is nie; dat sy waarheid van my, of van die mensdom as geheel afhang; of dat dit miskien waar mag word; of dat dit gerieflik is om te veronderstel dat dit waar is.

Die Wiskunde neem dus aan dat daar wel 'n versameling van stellinge bestaan wat waar is. Die probleem is om te ontdek wat die stellinge is. Hoe moet ons die saak aanpak? Wat is die wiskundige metode? As eerste benadering kan miskien beweer word dat die Wiskunde geen spesifieke metode het nie; of liever dat sy metode dieselfde is as die metode van die ander wetenskappe, wat per slot van rekening maar net die metode van eenvoudige inspeksie is. In die algemeen heers die opvatting dat Wiskunde van die ander wetenskappe verskil omdat daar iets meganies en outomaties in sy procedure sit. Daardie opvatting is verkeerd. Die bewys van 'n wiskundige stelling is presies dieselfde as die identifikasie van „Mount Everest” in die panorama bokant Darjeeling. Die afstande is enorm; die uitsig duister. Maar in u besit is die kaarte van vroeëre en miskien meer sistematiese waarnemers. U gaan van die een bergspits na die volgende; daardie daar is klaarblyklik Katchanjanga; daardie ander in sy nabyheid staan baie duidelik uit, en sy posisie kan op die kaart gekontroleer word. En so eindelijk kom u by Everest uit. Netso in die Wiskunde. Die verskil is eenvoudig dat die panorama veel wyer is, en meer kompleks. Maar die kaarte is meer doeltreffend; die bergspitse is hoër, kouer, vaster; die verhoudings is meer bepaald; die lug buitengewoon helder.

Tot dusver is ons ontleding van die wiskundige metode suiwer psigologies. Nou vra ons ons af: wat is dit in die wiskundige panorama wat vooruitgang moontlik maak? Wat is die „bepaalde verhoudings” tussen die stellinge wat ons in staat stel om die een na die ander te herken? En die antwoord is dat die stellinge aanmekaar gebind word deur 'n ingewikkelde sisteem gevolgtrekkings.

6.

Die begrip „implikasie” is ’n moeilike begrip, maar in die Wiskunde neem ons aan dat as die waarheid van een stelling van ’n ander stelling afgelei kan word, dan bestaan daar ’n sekere verhouding tussen die twee stellinge; en daardie verhouding noem ons „implikasie.” Russell se definisie van hierdie verhouding is die verhouding tussen p en q in die geval „óf p is vals óf q is waar”; en watter ander logiese definisies van implikasie daar mag wees of nie, met hierdie definisie is die Wiskunde tevrede, en dit is die aard van die implikasie wat hy gebruik.

Maar implikasie is nie die slotsom van die wiskundige stelsel nie. Ons kry nog verder in wiskundige prosesse die begrip van „klaarblyklikheid” en „vanselfsprekendheid” Uitdrukkings soos „dit is duidelik dat . . .”, „klaarblyklik . . .” ens., kom dikwels in Wiskunde voor. Hoe laer die gehalte van die Wiskunde hoe meer dikwels die geval! As ons die saak nader beskou sal ons sien dat wanneer die wiskundige beweer „dit en dit is klaarblyklik” dan bedoel hy een van dié twee dinge:

(a) „dit kan maklik bewys word, en as u my tot dusver gevolg het kan u verder die bewys self lewer”. Hierdie betekenis is vir ons van geen belang nie.

(b) „Dit is moeilik om nie te glo nie . . .”, „dit is ’n stelling wat ’n gesonde verstand sal aanneem,” net soos ’n gesonde verstand sal aanneem dat „2 maal 2 vier” is, of die basishoeke van ’n gelykbenige driehoek is gelyk aan mekaar.” Maar om te sê dat ’n stelling „klaarblyklik” is in hierdie sin is geen bewys dat dit waar is nie. Dikwels is beweringe wat met die grootste oortuiging gemaak word foutief. Met die grootste vrymoedigheid sal ons beweer dat elke kontinue kromme „klaarblyklik” ’n raaklyn het, maar dit is nie waar nie. Om dus te sê dat ’n wiskundige stelling „klaarblyklik” waar is, is geen rede waarom dit nie bewys moet word nie, indien dit wel bewys kan word. Dit is die doel van die Wiskunde om te bewys dat sekere premisse sekere gevolge het. Die feit dat die gevolge net so klaarblyklik is as die premisse verminder nie in die minste die noodsaaklikheid om hulle te bewys nie. Die skoolkind wat beswaar maak teen Euklides,

7.

Stelling I, op grond dat dit „klaarblyklik” is, is, van suiwer prakties oogpunt beskou, heeltemal reg; dit is net sy wiskundige opvatting wat verkeerd is.

Tot sover wat „klaarblyklikheid” betref—’n hoedanigheid van stelling wat wiskundiges altyd met agterdog en minagting beskou. En nou „vanselfsprekendheid”; u sal miskien saamstem dat ’n stelling vanselfsprekend is wanneer dit onmoontlik is om daaraan te twyfel of dit waar is. „2 maal 2 is vier” is vanselfsprekend in hierdie sin, asook al die eenvoudige waarhede van die Wiskunde. Maar u sal verder saamstem dat as dit die volle betekenis van „vanselfsprekendheid” is, dan is „vanselfsprekendheid” ook maar net ’n psilogiese begrip, en afhanklik van die stadium van ontwikkeling van die gemoed.

Om ’n begrip te definieer moet daar ander begrippe bestaan deur middel waarvan die nuwe begrip gedefinieer kan word, en dit spreek vanself dat menslike kennis gereed moet wees om sekere begrippe aan te neem as vanselfsprekend en sonder om hulle te kan definieer. Dit is nie heeltemal duidelik dat daar grondbegrippe moet bestaan wat ondefinieerbaar is nie. Dit is moontlik dat, hoe ver ons ook al met ons definisies terug gaan, ons dan weer net ’n bietjie verder terug sou kan gaan. Aan die ander kant is dit ook moontlik dat, as ons ontleding ver genoeg gaan, ons daar begrippe sal bereik wat werklik eenvoudig is, en daarom logies onmoontlik om gedefinieer te kan word deur verdere ontleding. Hoe ver ons terug kan gaan hang natuurlik af, soos ek gesê het, van die stadium van ons ontwikkeling.

Die Wiskunde begin dus met ’n stel ongedefinieerde begrippe—primitiewe idees, (noem hulle wat u wil)—en bou deur middel van direkte implikasie daarop sy stewige en statige paleis, waarin die Filosofie as gas hartlik verwelkom sal word. Of die Filosofie daar sal tuis voel is ’n ander saak—die argitektuur is miskien te reëlmatig, die meetkundige ruimtes te koud; maar ek voel daarvan oortuig dat die verandering van omgewing ongetwyfeld tot die oplossing van probleme sal strek wat die Filosoof tot vandag toe nog kwel en wat dreig om sy lewe onaangenaam te maak.