

'n EERSTE-ORDE TURBULENSIEMODEL VIR STERKROTERENDE STRAALVLOEI

deur

DEKKER ADAM VERMEULEN

Voorgelê ter vervulling van 'n deel van
die vereistes vir die graad

Magister in Wis- en Natuurkunde (Toegepaste Wiskunde)

in die Fakulteit Wis- en Natuurkunde

Universiteit van Pretoria

P R E T O R I A

Mei 1988

(1)

SAMEVATTING

'n EERSTE-ORDE TURBULENSIEMODEL VIR STERKROTERENDE STRAALVLOEI

deur

D A VERMEULEN

LEIER : PROF J A SNYMAN

MEDELEIER : PROF P J VERMEULEN

DEPARTEMENT : WISKUNDE EN TOEGEPASTE WISKUNDE

GRAAD : M.Sc (TOEGEPASTE WISKUNDE)

Die doel van die projek was om 'n doeltreffende turbulensiemodel te ontwikkel vir numeriese simulاسie van sterkroterende, onsamedrukbare straalvloei.

As vertrekpunt is 'n algemene oorsig van turbulensiemodellering in numeriese vloeioplossings gegee. 'n Bestaande numeriese model is gekalibreer aan die hand van pypvloedata en beskikbare turbulensiemodelle uit die literatuur is vervolgens geëvalueer aan die hand van eksperimentele data. Hierdie voorafstudie dien dan as basis vir die ontwikkeling van 'n toepaslike turbulensiemodel. Tydens modellering is besondere aandag geskenk aan modifikاسies om rotاسie en viskeuse anisotropie in die vloeiер op 'n effektiewe wyse te akkommodeer.

Die studie word afgesluit met 'n evaluاسie van die doeltreffendheid van die model, en toon dat die model turbulente viskositeit op 'n ekonomiese en akkurate wyse by verskillende vloei-toestande in sterkroterende straalvloei voorspel.

(ii)

ABSTRACT

A FIRST ORDER TURBULENCE MODEL FOR STRONGLY SWIRLING JET FLOW

by

D A VERMEULEN

LEADER : PROF J A SNYMAN

JOINT LEADER : PROF P J VERMEULEN

DEPARTMENT : MATHEMATICS AND APPLIED MATHEMATICS

DEGREE : M.Sc (APPLIED MATHEMATICS)

The aim of the project was the development of an efficient turbulence model for numerical simulation of strongly swirling incompressible jet flow.

As point of departure a general review is given of turbulence modelling in numerical flow solutions. An existing numerical model was calibrated against pipe-flow data and available turbulence models from literature were subsequently evaluated on the basis of experimental data. This preliminary study serves as basis for the development of an applicable turbulence model. During the modelling process particular attention was paid to modifications to effectively accommodate rotation and anisotropic viscosity in the fluid.

The study is concluded with an evaluation of the efficiency of the model, and points to the fact that the model is able to predict turbulent viscosity for various flow conditions in strongly swirling jet flow in an economical and accurate way.

INHOUDSOPGAWE

	<u>Bladsy</u>
SAMEVATTING	(i)
ABSTRACT	(ii)
LYS VAN SIMBOLE EN AFKORTINGS	1
1. ALGEMENE INLEIDING	7
1.1 Turbulensie en teoretiese voorspellings	7
1.2 Die turbulensiemodel as deel van numeriese vloeioplossings	8
1.3 Doel van studie : Turbulensiemodellering	9
2. TURBULENSIEMODELLERING IN NUMERIESE VLOEIOPLOSSINGS	13
2.1 Inleiding	13
2.2 Die bewegingsvergelykings	16
2.3 Die tydgemiddelde bewegingsvergelykings en Reynolds-spannings	18
2.4 Sluiting van die bewegingsvergelykings en konsep van effektiewe viskositeit	22
2.5 Turbulensiemodellering, klassifikasie en isotropie	26
2.6 Samevatting	32
3. VLOEIVERGELYKINGS EN OPLOSSINGSMETODE	33
3.1 Inleiding	33
3.2 Die vloeivergelykings	33
3.3 Randvoorwaardes	36

	<u>Bladsy</u>	
3.3.1	Inlaatrand	36
3.3.2	Vaste wande	37
3.3.3	Hartlyn	38
3.3.4	Uitvloeirand	38
3.4	Diskretisering en numeriese model	38
3.5	Kalibrasie van die numeriese model: pypvloei	39
3.5.1	Invloed van roostergeometrie op kontinuïteit	41
3.5.2	Oorgangslengte	42
3.5.3	Aksiale snelheidsprofiële	46
3.6	Samevatting	47
4.	OORSIG VAN EERSTE-ORDE TURBULENSIEMODELLE VIR ROTERENDE VLOEI	48
4.1	Inleiding	48
4.2	Algemene konsepte	48
4.3	Formulering	51
4.4	Toepassingsvelde en uitgangspunte	54
4.5	Toepassing in sterkroterende straalvloei	56
5.	'n EERSTE-ORDE TURBULENSIEMODEL VIR STERKROTERENDE STRAALVLOEI	61
5.1	Inleiding	61
5.2	Formulering en motivering	61
5.2.1	'n Knooppuntspingetal vir sterkroterende straalvloei	62
5.2.2	Viskositeitberekening vir vrywerwelvloei	65
5.2.3	Verfyning van die model	70
5.2.4	Opsommende resultate	73
5.3	Samevatting	76

	<u>Bladsy</u>
6. EVALUASIE VAN DIE VOORGESTELDE TURBULENSIEMODEL	77
6.1 Inleiding	77
6.2 Sterkroterende straalvloei	77
6.3 Roterende pypvloei	80
6.4 Evaluasie	81
6.5 Samevatting en vooruitskouing	82
BYLAE A: NUMERIESE EKSPERIMENTELE BEPALING VAN 'n OPTIMALE TYDSTAPGROOTTE VIR TURBULENTE VLOEIOPLOSSINGS	83
1. Inleiding	83
2. Voorwaardes vir gestadigde turbulente vloeio oplossings	83
3. Resultate en gevolgtrekking	84
BYLAE B: EKSPERIMENTELE DATA-INSAMELING EN VLOEITOESTANDE	86
1. Inleiding	86
2. Data-insameling	86
3. Eksperimentele data en vloeitoestande	88
BYLAE C: NUMERIESE ANALISE VAN DIE HERSIRKULASIE- SONES IN STERKROTERENDE STRAALVLOEI	90
1. Inleiding	90
2. 'n Hersirkulasieparameter vir roterende straalvloei	90
3. Resultate en gevolgtrekking	91
VERWYSINGS	93
DANKBETUIGINGS	99

LYS VAN SIMBOLE EN AFKORTINGS

<u>SIMBOOL</u>	<u>VERKLARING</u>	<u>EENHEDE</u>
A	Van Driest-konstante (26,0) of oppervlakte	$[m^2]$
F	Liggaamskrag of Relatiewe verskilparameter (A.2.1)	$[kgms^{-2}]$
H	Hersirkulasieparameter (C.2.2)	$[kgm^{-2}s^{-2}]$
I	Aantal iterasies(tydstappe)	
L	Arbitrêre lengte	$[m]$
P	Druk	$[kgm^{-1}s^{-2}]$
Q	Volumevloei	$[m^3s^{-1}]$
R	Straal	$[m]$
Re	Reynolds-getal gebaseer op diameter $\left(\frac{2\rho VR}{\mu}\right)$	
S	Spingetal (4.4.1) of Somtotaal (A.2.1)	
V	Snelheid	$[ms^{-1}]$

<u>SIMBOOL</u>	<u>VERKLARING</u>	<u>EENHEDE</u>
a	straal	[m]
f,g	arbitrêre funksie	
g	gravitasieversnelling	[ms ⁻²]
k	turbulente kinetiese energie (2.5.12)	[m ² s ⁻²]
l	menglengte (2.5.4) of skalingsfaktor (5.2.3)	[m]
r	radiale koördinaat	[m]
s	onafhanklike veranderlike	
t	tyd	[s]
y ⁺	afstand na naaste vaste wand	[m]
z	aksiale koördinaat	[m]
α, β, γ	konstantes	
δ	grenslaagdikte	[m]

<u>SIMBOOL</u>	<u>VERKLARING</u>	<u>EENHEDE</u>
Δ	inkrement	
ε	dissipasietempo van turbulente kinetiese energie (2.5.8) of foutkriterium (3.5.4)	$[m^2s^{-3}]$
κ	Von Karman-konstante (0,40)	
μ	dinamiese viskositeit	$[kgm^{-1}s^{-1}]$
ν	kinematiese viskositeit ($\frac{\mu}{\rho}$)	$[m^2s^{-1}]$
ρ	digtheid	$[kgm^{-3}]$
σ	dimensielose viskositeitgetal (2.5.13)	
τ	spanning	$[kgm^{-1}s^{-2}]$
ϕ	arbitrêre funksie	
ψ	stroomfunksie	$[kgs^{-1}]$
ω	vortisiteit	$[s^{-1}]$
Ω	frekwensie	$[s^{-1}]$

VOETSKRIFTE

VERKLARING

GW	Gedwongewerwel (wielrotasie)
P	Knooppunt
VW	Vrywerwel
a	radius
d	oorgangslengte
e	effektief
g	globaal
gem	gemiddeld
i	inlaat of indeks
j	indeks
k	karakteristiek of indeks
l	lokaal
lam	laminêr
m	menglengte
maks	maksimum
mol	molekulêre snelheid
num	numeries

VOETSKRIFTE

VERKLARING

r	radiale vloeirigting
t	turbulent
v	verwysing
vry	vrypadlengte
w	willekeurig
z	aksiale vloeirigting
δ	grenslaag
θ	tangensiale vloeirigting
o	waar $z=0$
+	dimensieloos

BOSKRIFTE

N, O, S, W	Noord, Oos, Suid en Wes van knooppunt
P	Knooppunt
eksp	eksperimenteel
num	numeries
*	vloeveld-onderskeiding

AFKORTINGS

LDA	Laser-Doppler-anemometrie
OPM	Omwentelinge per minuut
RSV	Roterende straalvloei
SVE	Sentrale verwerkingseenheid
WGKA	Wortel van die gemiddelde kwadratische afwyking
KNCS	Kaliumtiosianaat

HOOFSTUK 1

ALGEMENE INLEIDING

1.1 TURBULENSIE EN TEORETIESE VOORSPELLINGS

Turbulensie is 'n bewese natuurverskynsel en van belang in enige studie wat oordrag, hetsy van momentum, hitte of massa, behels. Simplisties beskou, kan dit ten opsigte van momentumoordrag beskryf word as die onttrekking van kinetiese energie uit die primêre vloei, wat omgesit word in ongelykmatige snelheids- en drukfluktuasies wat by 'n gegewe punt in die vloeiveld tydafhanklik van aard is. Hierdie fluktuasies gee aanleiding tot addisionele intermolekulêre spannings wat die oordrag van momentum radikaal beïnvloed.

In bestudering van vloeiverskynsels met behulp van fisiese eksperimentering, kan kwantitatiewe teoretiese voorspellings, byna sonder uitsondering, groter insig lewer; inderdaad, die volskaalse lukraakmetode van eksperimentering kan tydrowend, duur en selfs onmoontlik wees. Simulasie van turbulente vloei kan dus verskeie voordele vir die ingenieur of navorser inhou, byvoorbeeld optimering van beide die ontwerpaksie en die ontwerp self. Similariteite (soos byvoorbeeld Reynolds-getalle) van vloeitoestande in geskaalde modelle in die praktiese situasie is soms nie prakties moontlik nie, wat teoretiese simulasie 'n noodsaaklikheid maak.

Vloeisimulasie berus op die oplos van die bewegingsvergelykings wat die dinamiese gedrag van 'n vloeier beskryf. Die basiese vergelykings wat opgelos word, is die drie momentumbehoudsvergelykings (Navier-Stokes-vergelykings) en die kontinuïteitsvergelyking wat in Hoofstuk 2 uiteengesit word.

Teoretiese voorspellingsmetodes kan hoofsaaklik in vier kategorië verdeel word:

- (i) empiriese korrelasies uit eksperimentele data, byvoorbeeld die universele snelheidsverdeling vir turbulente vloei in 'n ronde pyp, [1];
- (ii) analitiese oplossings van die vereenvoudigde Navier-Stokes-vergelykings, byvoorbeeld die laminêre vloeioplossings in 'n ronde pyp [22,36];
- (iii) numeriese oplossing van die volle Navier-Stokes-vergelykings sonder enige vereenvoudigende aannames, en
- (iv) numeriese oplossing van die tydgemiddelde Navier-Stokes-vergelykings deur gebruik te maak van 'n turbulensiemodel. Die begrippe 'tydgemiddelde' en 'numeriese' oplossing word in Hoofstuk 2 omskryf.

Die eerste twee tegnieke is uit 'n simulasië-oogpunt, met die uitsondering van enkele relatief eenvoudige probleme, totaal ontoereikend vir gebruik by turbulente vloei. Beperkings in rekenaartegnologie (sien Hoofstuk 2) plaas die derde moontlikheid buite ons bereik en laat ons slegs met die vierde alternatief.

1.2 DIE TURBULENSIEMODEL AS DEEL VAN NUMERIESE VLOEIOPLOSSINGS

'n Turbulensiemodel kan gedefinieer word [2] as 'n stel vergelykings, differensiaal of algebraïes, wat die Reynolds-spannings, wat in Hoofstuk 2 omskryf word, bevat of beskryf en wat sinvol en gelyktydig met die tydgemiddelde vloei vergelykings opgelos kan word. Die turbulensieverskynsels word dus, in teenstelling met die empiriese korrelasietegniek wat die kontinuum beskou, op 'n lokale skaal beskryf.

Geen turbulensiemodel kan onder alle vloeitoestande en situasies as 'perfek' beskryf word nie. Dit word egter in die algemeen verwag dat 'n model

- (i) ekonomies moet wees deurdat so min moontlik vergelykings opgelos of konstantes empiries bepaal moet word;
- (ii) akkuraat moet wees deur goeie korrelasie met eksperimenteelgemete data te gee en
- (iii) universeel geldig moet wees deurdat vergelykings en konstantes vir verskillende vloeisituasies geldig moet wees.

Die mate waarmee aan hierdie vereistes voldoen word, bepaal die doeltreffendheid van 'n voorgestelde model.

1.3 DOEL VAN STUDIE : TURBULENSIEMODELLERING

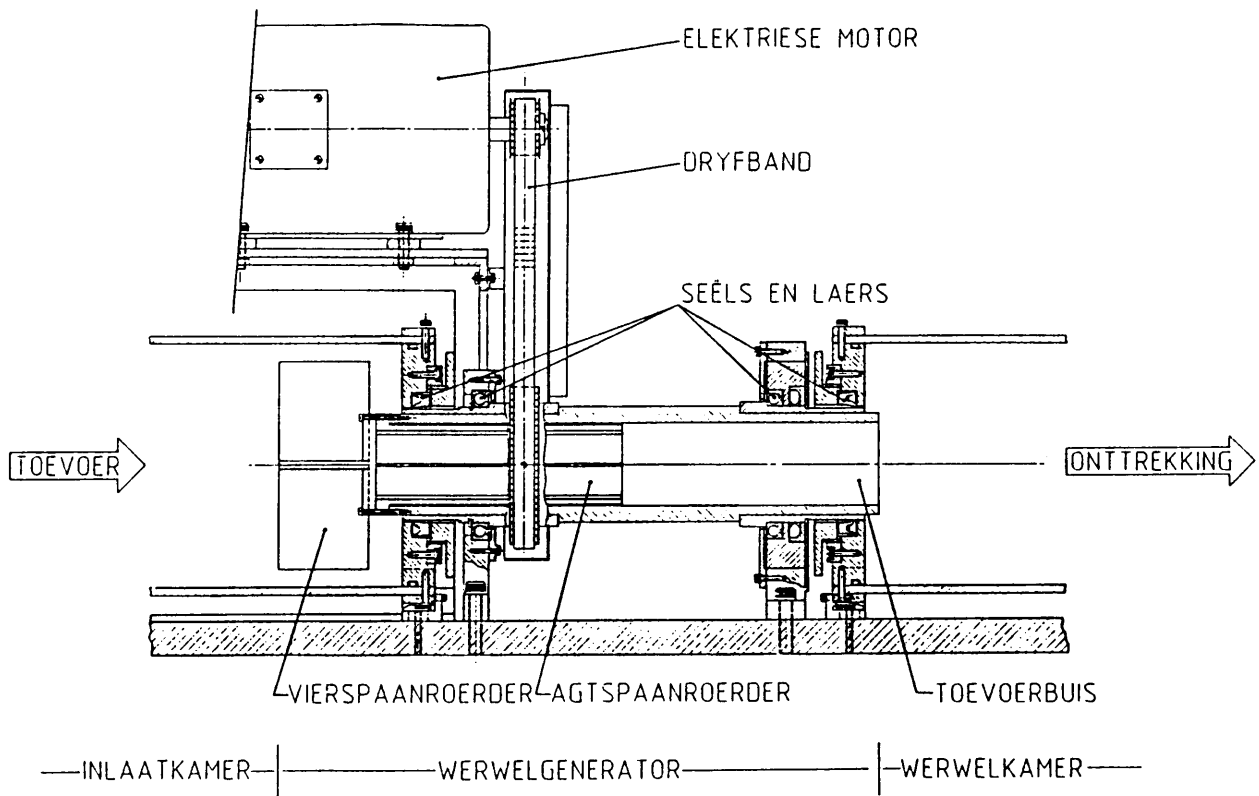
In hierdie studie word gekyk na die modellering van turbulente, on-samedrukbare, roterende straalvloeï (RSV), wat voorkom in 'n eksperimentele opstelling soos skematies in Figuur 1.3.1 voorgestel word. Drie primêre komponente word onderskei:

(i) Inlaatkamer

Sekondêre rotasie word in hierdie gebied tot die vloeiër toegevoeg met behulp van 'n vierspaanroerder.

(ii) Werwelgenerator

Hierdie komponent bestaan uit twee roerders wat verantwoordelik is vir die toevoeging van die sekondêre (inlaatkamer) en primêre (toevoerbuis) rotasie tot die vloeiër. Beide roerders is staties verbind aan die toevoerbuis, wat met behulp van laers, seëls en 'n aandryfband, deur 'n gelykstroommotor teen verstelbare omwentelinge roteer kan word.



FIGUUR 1.3.1: SKEMATIESE VOORSTELLING VAN DIE OPSTELLING VIR GENERASIE VAN STERKROTERENDE STRAALVLOEI.

(iii) Werwelkamer

Die snelheidsprofile van belang vir simulasiedoeleindes, ontwikkel in die werwelkamer en word hier eksperimenteel opgemeet met behulp van 'n tegniek wat beskryf word in Bylae B.

Laasgenoemde komponent is vervaardig van hoë optiese kwaliteit Perspex en 'n vloeistof met dieselfde brekingsindeks (KSCN-oplossing), word as vloeïedium gebruik.

Die eksperimentele vloeitoestande en gemete data verskyn ook in Bylae B.

Formeel word hierdie tipe vloeï (RSV) definieer as die toevoeging van 'n tangensiale snelheidskomponent deur middel van 'n werwelgenerator aan 'n vloëier, stroomop van 'n uitsettingskamer of werwel-

kamer [4,5]. 'n Oorsig van die jongste eksperimentele resultate en numeriese modellering vir 'n verskeidenheid toepassings word in Sloan et al [4] gegee.

Die toevoeging van rotasie tot straalvloei het een uitstaande kenmerk tot gevolg: die neiging om hersirkulasiesones of terugvloei-borrels te vorm in die werwelkamer (sien Bylae C). Die aandag word dus pertinent gevestig op die tangensiale snelheidsverdeling, en sy invloed op die vloeiveld is van groot praktiese belang. In die besonder is dit van belang aangesien hersirkulasiesones byvoorbeeld die effektiwiteit van ontbrandingskamers verhoog deurdat dit langer retensietye en beter vermenging van brandstowwe tot gevolg het [4,7,10,11,12].

Die standpunt word gehuldig [4] dat eerste-orde turbulensiemodellering totaal ontoereikend is vir die simulatie van komplekse vloei, soos byvoorbeeld RSV, bloot omdat geen transporteienskappe van turbulensie (sien Hoofstuk 2) in hierdie formulering teenwoordig is nie.

Spalding [2] toon egter aan dat 'n hoër graad van kompleksiteit as 'n reël nie 'n meer universele of meer akkurate model tot gevolg het nie, terwyl Launder [3] rapporteer dat indien eerste-orde modellering geslaagd is, die meer komplekse tweede-orde modelle nie noodwendig beter resultate tot gevolg het nie. Die rede hiervoor kan gevind word in die kalibrasie van 'n turbulensiemodel aan eksperimentele data; dit is die insette ten opsigte van optimalisering van konstantes, randvoorwaardes en minimering van simulasierekentyd wat direk eweredig aan die kompleksiteit van die model is. Dit is nie noodwendig regverdigbaar in terme van hoër akkuraatheid wat verkry word nie. Volgens Launder, B E en Spalding, D B [14]:

"The simpler the better is a good rule for an engineer in search of a theory. He is interested in truth of course, but it is the truth of the artist, which consists in emphasizing essentials and stimulating the imagination, not in accumulating detail without regard to relevance."

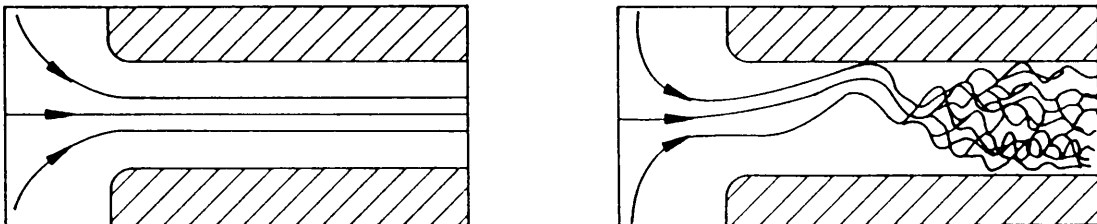
Die doelwit van hierdie studie kan dus, ten slotte, as volg formuleer word: die ontwikkeling en daarstelling van 'n doeltreffende eerste-orde turbulensiemodel vir die numeriese simulatie van sterk-roterende straalvloei soos dit voorkom in die werwelkamer van die eksperimentele vloeiopstelling in Figuur 1.3.1.

HOOFSTUK 2

TURBULENSIEMODELLERING IN NUMERIESE VLOEIOPLOSSINGS

2.1 INLEIDING

Die ongelykmatige snelheids- en drukfluktuasies in turbulente vloei het die generasie van energiedraende werwels in die vloei tot gevolg [31,32,33]. Indien die Reynolds-getal in byvoorbeeld pypvloei klein genoeg is, sal kleurstof gladweg sonder versteuring saam met die vloei beweeg (Figuur 2.1.1(a)), maar sodra 'n kritieke waarde oorskry word, vervloei die kleurstof skielik as gevolg van werwelings wat ontstaan (Figuur 2.1.1(b)) en word die vloei turbulent. Die kritieke Reynolds-getal vir pypvloei varieer tussen 2300 en 4000, afhangend van die grofheid van die pypwand [1].

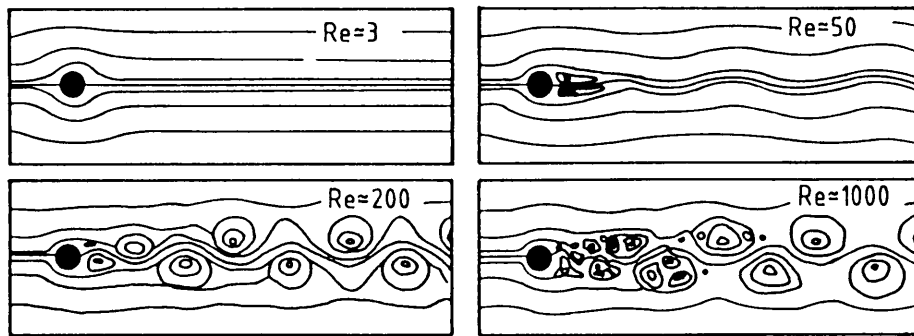


(a)

(b)

FIGUUR 2.1.1: VLOEI IN 'n RONDE PYP [33]. SUBKRITIEKE (LAMINÊRE) VLOEI (a) EN SUPERKRITIEKE (TURBULENTE) VLOEI (b).

Figuur 2.1.2 gee 'n skematiese voorstelling van die generasie van die energiedraende werwels tydens vloeivisualisasie vir 'n progressief toenemende Reynolds-getal.



FIGUUR 2.1.2: VLOEI OM 'n SILINDER [33] MET TOENEMENDE REYNOLDS-GETAL (GEBASEER OP SILINDERDIAMETER).

In 'n gladde, ronde pyp word die karakteristieke grootte van die energiedraende werwels in turbulente vloei deur [32] gegee as

$$L_{\text{werwel}} = 0,1 a \text{ Re}^{-0,125}$$

waar a die straal en Re die Reynolds-getal aandui.

Numeriese simulاسie van turbulente pypvloei met behulp van metode (iii), paragraaf 1.1 (volle Navier-Stokes-vergelykings) sal, vir voldoende akkuraatheid, 'n diskrete oplossingsrooster (sien Hoofstuk 3) vereis met 'n ruimtelike spasiëring van 'n tiende van die werwelgrootte [2]. Indien 'n pyp lengte

$$Z_{\ell} = 200 \text{ mm} \quad \text{en}$$

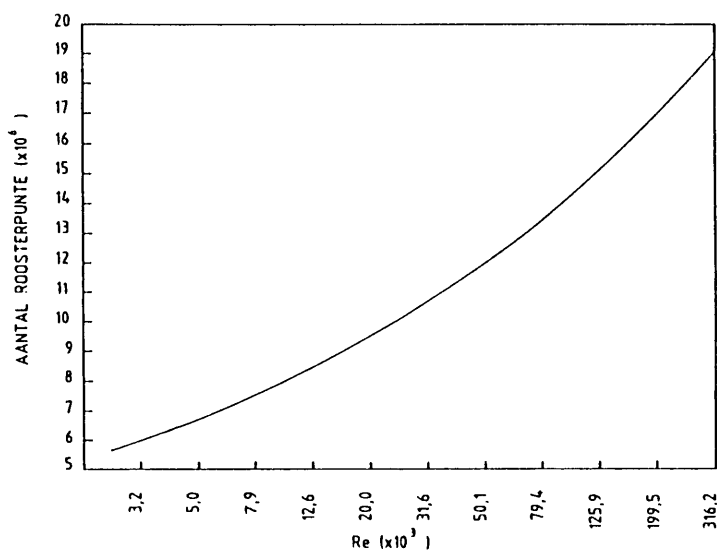
$$a = 5 \text{ mm}$$

gebruik word en 'n gelykgespasiëerde rooster onder bogenoemde aanname genereer word, vereis dit aksiale en radiale ruimtelike inkremente

$$\Delta z = \Delta r = 0,0188 \text{ mm}$$

vir 'n relatiewe lae 'turbulente' Reynolds-getal van 2500.

Die relatief klein tweedimensionele vloeigebied (5 mm x 200 mm in terme van roostergrootte, in teenstelling met 96 mm x 100 mm vir die werwelgeneratoropstelling in Hoofstuk 1) vereis dus 5,659 miljoen roosterpunte (Figuur 2.1.3). Die skrywer het nie hierdie enorme digitale stoorruimte tot sy beskikking nie, en indien wel, sou die rekentyd en koste daaraan verbode onaanvaarbaar wees met die rekenvermoë tot sy beskikking.



FIGUUR 2.1.3: DIE AANTAL DISKRETE ROOSTERPUNTE AS FUNKSIE VAN DIE REYNOLDS-GETAL (> 2500) WAT VEREIS WORD IN DIE SIMULASIE VAN TURBULENTE PYPVLOEI ($Z_\lambda = 200$ mm EN $a = 5$ mm) MET BEHULP VAN 'n NUMERIESE MODEL VAN DIE VOLLE NAVIER-STOKES-VERGELYKINGS.

'n Alternatiewe benadering vir simulاسie van turbulente vloei berus op die tydgemiddelde gedrag van die vloeier onder beskouing. Indien die volledige tydafhanklike gedrag beskikbaar sou wees, is dit moontlik om bloot oor tyd te integreer om die relevante gemiddelde inligting te onttrek. Dieselfde beginsel kan met die oplos van die Navier-Stokes-vergelykings vir turbulente vloei gevolg word omdat die tydgemiddelde eienskappe van die vloeier 'n meer kontinue verandering in tyd ondergaan as die oombliklike of tydafhanklike eienskappe.

2.2 DIE BEWEGINGSVERGELYKINGS

Die Navier-Stokes-vergelykings in silindriese koördinate vir onsame-drukbare vloeï met konstante viskositeit word hieronder volgens Schlichting [13] gegee. Die simbole neem hul gewone gevestigde betekenisse aan.

Aksiale momentumvergelyking:

$$\begin{aligned} & \rho \left[\frac{\partial v_z}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right] \\ & = F_z - \frac{\partial P}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 v_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_z}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right) \end{aligned} \quad (2.2.1a)$$

Radiale momentumvergelyking:

$$\begin{aligned} & \rho \left[\frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} - \frac{v_\theta^2}{r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} \right] \\ & = F_r - \frac{\partial P}{\partial r} + \mu \left(\frac{\partial^2 v_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{v_r}{r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_r}{\partial \theta^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2} \right) \end{aligned} \quad (2.2.1b)$$

Tangensiale momentumvergelyking:

$$\begin{aligned} & \rho \left[\frac{\partial v_\theta}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{v_r v_\theta}{r} + v_z \frac{\partial v_\theta}{\partial z} \right] \\ & = F_\theta - \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial \theta} + \mu \left(\frac{\partial^2 v_\theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial r} - \frac{v_\theta}{r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial z^2} \right) \end{aligned} \quad (2.2.1c)$$

Kontinuiteitsvergelyking:

$$\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (2.2.1d)$$

Die volgende aannames ten opsigte van werwelstraalvloeï word gemaak:

(i) Aksiaalsimmetrie

Met tangensiale rotasie om die hartlyn (z-as) in die werwelkamer, is daar geen verandering in die vloeiveld nie. Hierdie feit word bevestig deur eksperimentele snelheidsmetings [4,30] en impliseer dat alle terme wat partiële afgeleides na θ bevat, nul is.

(ii) Weglaatbare liggaamskragte

Kragte wat inwerk op 'n vloeier kan geklassifiseer word as liggaamskragte wat eweredig is aan die volume of massa, byvoorbeeld gravitasie; en oppervlakkragte, byvoorbeeld druk- en viskeuse kragte [1]. Met die numeriese oplossing van die bewegingsvergelings kan vir roterende vloeï aanvaar word dat die liggaamskragte weglaatbaar klein is in vergelyking met die druk- en viskeuse kragte [4,6,10,12,15,16,17,24,25,27]. Selfs in nie-roterende, laminêre vloeï word die geldigheid van hierdie aanname bevestig [22].

Die vergelykings (2.2.1) vereenvoudig onder hierdie aannames tot:

$$\rho \left[\frac{\partial v_z}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right] = - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \nabla^2 v_z \quad (2.2.2a)$$

$$\rho \left[\frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} - \frac{v_\theta^2}{r} \right] = - \frac{\partial p}{\partial r} + \mu \left[\nabla^2 v_r - \frac{v_r}{r^2} \right] \quad (2.2.2b)$$

$$\rho \left[\frac{\partial v_\theta}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_\theta}{\partial z} + \frac{v_r v_\theta}{r} \right] = \mu \left[\nabla^2 v_\theta - \frac{v_\theta}{r^2} \right] \quad (2.2.2c)$$

$$\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_r}{r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (2.2.2d)$$

waar
$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial r^2}.$$

In hierdie vergelykings verteenwoordig alle afhanklike veranderlikes oombliklike hoeveelhede.

2.3 DIE TYDGEMIDDELDE BEWEGINGSVERGELYKINGS EN REYNOLDS-SPANNINGS

Indien kontinuïteit (2.2.1d) vervat word in vergelykings (2.2.1a - b), kan die drie bewegingsvergelykings onder die aannames (i) en (ii) van die vorige paragraaf herskryf word vir onderskeidelik die aksiale-, radiale- en tangensiale momentumoordrag:

$$\rho \left[\frac{\partial v_z}{\partial t} + \frac{\partial v_z^2}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r v_z v_r) \right] = \frac{\partial}{\partial z} (\tau_z) + \frac{\partial}{\partial r} (\tau_{rz}) + \frac{\tau_{rz}}{r} \quad (2.3.1a)$$

$$\begin{aligned} & \rho \left[\frac{\partial v_r}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} (v_r v_z) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r v_r^2) - \frac{v_\theta^2}{r} \right] \\ & = \frac{\partial}{\partial z} (\tau_{rz}) + \frac{\partial}{\partial r} (\tau_r) + \frac{\tau_r - \tau_\theta}{r} \end{aligned} \quad (2.3.1b)$$

$$\begin{aligned} & \rho \left[\frac{\partial v_\theta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} (v_\theta v_z) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r v_\theta v_r) + \frac{v_\theta v_r}{r} \right] \\ & = \frac{\partial}{\partial z} (\tau_{\theta z}) + \frac{\partial}{\partial r} (\tau_{r\theta}) + \frac{2\tau_{r\theta}}{r} \end{aligned} \quad (2.3.1c)$$

waar die sogenaamde normaal en skuifspannings [13] gegee word deur:

$$\tau_z = -P + 2\mu \frac{\partial v_z}{\partial z} \quad (2.3.2a)$$

$$\tau_r = -P + 2\mu \frac{\partial v_r}{\partial r} \quad (2.3.2b)$$

$$\tau_\theta = -P + 2\mu \left(\frac{v_\theta}{r} \right) \quad (2.3.2c)$$

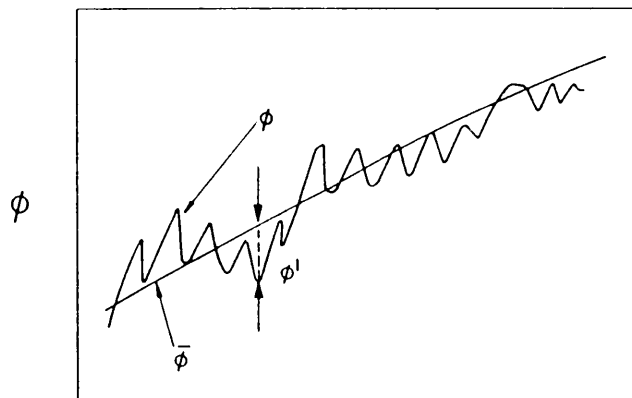
$$\tau_{rz} = \mu \left(\frac{\partial v_r}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) = \tau_{zr} \quad (2.3.2d)$$

$$\tau_{\theta z} = \mu \frac{\partial v_\theta}{\partial z} = \tau_{z\theta} \quad (2.3.2e)$$

$$\tau_{r\theta} = \mu \left(r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v_\theta}{r} \right) \right) = \tau_{\theta r} \quad (2.3.2f)$$

Indien na 'n vaste punt in die ruimte gekyk word, kan 'n afhanklike veranderlike (v_z , v_r , v_θ of P) geskei word in onderskeidelik 'n gemiddelde- en fluktuierende komponent:

$$\phi = \bar{\phi} + \phi' \quad (2.3.3a)$$



TYD

Die tydgemiddelde van die oombliklike hoeveelheid ϕ

$$\bar{\phi} = \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} \phi dt \quad (2.3.3b)$$

word geneem oor 'n tydsinterval Δt wat groot is ten opsigte van die mikroskopiese turbulente ossillasies, om $\bar{\phi}$ algeheel tydonafhanklik te maak, maar tog klein genoeg sodat geen makroskopiese gedrag van die vloeier verlore gaan nie.

Uit die definisie van die tydgemiddelde is dit duidelik dat

$\bar{\phi}' = 0$ maar dat die amplitude van die fluktuerende hoeveelheid ϕ [32]

$$\overline{\phi'^2} \neq 0 \text{ en altyd positief is.} \quad (2.3.3c)$$

Die vierkantswortel van die amplitude

$$\tilde{\phi}' = \left[\overline{\phi'^2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.3.3d)$$

gee 'n aanduiding van die turbulente intensiteit van ϕ [32].

By die neem van tydgemiddeldes is die volgende reëls [13] van toepassing:

$$\overline{\bar{\phi}} = \bar{\phi}$$

$$\overline{\phi_1 + \phi_2} = \bar{\phi}_1 + \bar{\phi}_2$$

$$\overline{\phi_1 \phi_2} = \bar{\phi}_1 \bar{\phi}_2$$

$$\frac{\partial \bar{\phi}}{\partial s} = \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial s} \text{ waar } s \text{ enige van die onafhanklike veranderlikes } z, r \text{ of } \theta \text{ is.}$$

Indien tydgemiddeldes van vergelykings (2.3.1) en (2.3.2) geneem word, is dit dus duidelik uit voorafgaande dat slegs terme wat nie-lineêr in die afhanklike veranderlikes is, nie-nul fluktuierende komponente sal hê, dit wil sê slegs die versnellingsterme dra by tot die addisionele terme wat met die neem van tydgemiddeldes ontstaan.

Analoog aan vergelyking (2.3.3a) word die snelhede en druk in vergelykings (2.3.1) en (2.3.2) as volg beskryf:

$$V_z = \bar{V}_z + V_z'$$

$$V_r = \bar{V}_r + V_r'$$

$$V_\theta = \bar{V}_\theta + V_\theta'$$

$$P = \bar{P} + P'$$

en na vervanging in vergelykings (2.3.1) en (2.2.2d) word die tydgemiddeldes onderhewig aan voorafgenoemde reëls geneem. Dan is

$$\begin{aligned} & \rho \left[\frac{\partial \bar{V}_z}{\partial t} + \frac{\partial \bar{V}_z^2}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \bar{V}_z \bar{V}_r) \right] \\ & = \frac{\partial \bar{\tau}_z}{\partial z} + \frac{\partial \bar{\tau}_{rz}}{\partial r} + \frac{\bar{\tau}_{rz}}{r} - \frac{\partial}{\partial z} (\overline{\rho V_z'^2}) - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \overline{\rho V_z' V_r'}) \end{aligned} \quad (2.3.4a)$$

$$\begin{aligned} & \rho \left[\frac{\partial \bar{V}_r}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} (\bar{V}_r \bar{V}_z) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \bar{V}_r^2) - \frac{\bar{V}_\theta^2}{r} \right] \\ & = \frac{\partial \bar{\tau}_{rz}}{\partial z} + \frac{\partial \bar{\tau}_r}{\partial r} + \frac{\bar{\tau}_r - \bar{\tau}_\theta}{r} - \frac{\partial}{\partial z} (\overline{\rho V_r' V_z'}) \\ & \quad - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \overline{\rho V_r'^2}) - \frac{\overline{\rho V_\theta'^2}}{r} \end{aligned} \quad (2.3.4b)$$

$$\begin{aligned}
 & \rho \left[\frac{\partial \bar{v}_\theta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} (\bar{v}_\theta \bar{v}_z) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \bar{v}_\theta \bar{v}_r) + \frac{\bar{v}_\theta \bar{v}_r}{r} \right] \\
 & = \frac{\partial \bar{\tau}_{\theta z}}{\partial z} + \frac{\partial \bar{\tau}_{r\theta}}{\partial r} + \frac{2 \bar{\tau}_{r\theta}}{r} - \frac{\partial}{\partial z} (\rho \overline{v'_\theta v'_z}) \\
 & \quad - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho \overline{v'_\theta v'_r}) - \rho \frac{\overline{v'_\theta v'_r}}{r} \tag{2.3.4c}
 \end{aligned}$$

$$\text{en} \quad \frac{\partial \bar{v}_r}{\partial r} + \frac{\bar{v}_r}{r} + \frac{\partial \bar{v}_z}{\partial z} = 0 \tag{2.3.4d}$$

Die addisionele terme aan die regterkant van vergelykings (2.3.4) (Reynolds-vergelykings) staan bekend as Reynolds-spannings of turbulente spannings en het 'n groter skynbare weerstand teen vervorming in die vloeier tot gevolg [13]. Die fluktuasies en die gepaardgaande groter uitruiling van momentum het dus 'n oënskynlike toename in viskositeit tot gevolg.

2.4 SLUITING VAN BEWEGINGSVERGELYKINGS EN KONSEP VAN EFFEKTIEWE VISKOSITEIT

Elk van die Reynolds-spannings in vergelykings (2.3.4) verteenwoordig, bo en behalwe die drie snelheidskomponente en druk, ses addisionele veranderlikes. Die modellering van die Reynolds-spannings in terme van die veranderlikes \bar{v}_z , \bar{v}_r , \bar{v}_θ en \bar{P} of evaluering met behulp van partiële differensiaalvergelykings staan bekend as sluiting van die bewegingsvergelykings. Vir hierdie doel word gebruik gemaak van die konsep van effektiewe viskositeit

$$\mu_e = \mu_{lam} + \mu_t \quad (2.4.1)$$

soos voorgestel deur Boussinesq in 1883 (Lauder, B E en Spalding, D B [23]). Die bedoeling is voor die handliggend: die verband tussen die tydgemiddelde spannings en -snelheidsgradiënte neem dieselfde vorm aan as dié vir laminêre vloei.

Die normaal- en skuifspannings in vergelyking (2.3.4), wat verteenwoordigend is van die tydgemiddelde veranderlikes, word uitgebrei om voorsiening te maak vir die Reynolds-spannings, om sodoende te kan kompenseer vir die turbulente fluktuasies; byvoorbeeld

$$\begin{aligned} \tau_z &= \bar{\tau}_z + \tau_z^t \\ &= -\bar{P} + 2\mu_{lam} \frac{\partial \bar{V}_z}{\partial z} - \overline{\rho V_z'^2} \\ &= -\bar{P} + 2\mu_e \frac{\partial \bar{V}_z}{\partial z} \end{aligned}$$

sodat
$$-\overline{\rho V_z'^2} = 2\mu_t \frac{\partial \bar{V}_z}{\partial z} \quad (2.4.2a)$$

wanneer die konsep van effektiewe viskositeit toegepas word.

Netso volg die res van die Reynolds-spannings as:

$$-\overline{\rho V_r'^2} = 2\mu_t \frac{\partial \bar{V}_r}{\partial r} \quad (2.4.2b)$$

$$-\overline{\rho V_\theta'^2} = 2\mu_t \frac{\bar{V}_r}{r} \quad (2.4.2c)$$

$$-\overline{\rho V_r' V_z'} = \mu_t \left(\frac{\partial \bar{V}_r}{\partial z} + \frac{\partial \bar{V}_z}{\partial r} \right) \quad (2.4.2d)$$

$$-\overline{\rho v_{\theta}' v_{z}'} = \mu_t \frac{\partial \bar{v}_{\theta}}{\partial z} \quad (2.4.2e)$$

$$-\overline{\rho v_r' v_{\theta}'} = \mu_t r \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\bar{v}_{\theta}}{r} \right) \right] \quad (2.4.2f)$$

Indien bogenoemde Reynolds-spannings in (2.3.4) vervang word en die versnellingsterme vereenvoudig met behulp van kontinuïteit, word die volgende vergelykings verkry:

Aksiale momentumvergelyking:

$$\begin{aligned} \rho \left[\frac{\partial \bar{v}_z}{\partial t} + \bar{v}_r \frac{\partial \bar{v}_z}{\partial r} + \bar{v}_z \frac{\partial \bar{v}_z}{\partial z} \right] = & - \frac{\partial \bar{P}}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \mu_e r \left(\frac{\partial \bar{v}_z}{\partial r} + \frac{\partial \bar{v}_r}{\partial z} \right) \right\} \\ & + 2 \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu_e \frac{\partial \bar{v}_z}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (2.4.3a)$$

Radiale momentumvergelyking:

$$\begin{aligned} \rho \left[\frac{\partial \bar{v}_r}{\partial t} + \bar{v}_r \frac{\partial \bar{v}_r}{\partial r} + \bar{v}_z \frac{\partial \bar{v}_r}{\partial z} - \frac{\bar{v}_{\theta}^2}{r} \right] = & - \frac{\partial \bar{P}}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \mu_e \left(\frac{\partial \bar{v}_z}{\partial r} + \frac{\partial \bar{v}_r}{\partial z} \right) \right\} \\ & + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\mu_e r \frac{\partial \bar{v}_r}{\partial r} \right) \\ & - 2 \mu_e \frac{\bar{v}_r}{r^2} \end{aligned} \quad (2.4.3b)$$

Tangensiale momentumvergelyking:

$$\rho \left[\frac{\partial \bar{v}_\theta}{\partial t} + \bar{v}_r \frac{\partial \bar{v}_\theta}{\partial r} + \bar{v}_z \frac{\partial \bar{v}_\theta}{\partial z} + \frac{\bar{v}_r \bar{v}_\theta}{r} \right] = \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu_e \frac{\partial \bar{v}_\theta}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \mu_e r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\bar{v}_\theta}{r} \right) \right\} + 2 \mu_e \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\bar{v}_\theta}{r} \right)$$

(2.4.3c)

Om aan te toon dat vergelykings (2.2.2) en (2.4.3) ekwivalent in vorm is, word vir 'n oomblik aanvaar dat μ_e konstant is. Dan vereenvoudig die bogenoemde vergelykings met behulp van kontinuïteit tot:

$$\rho \left[\frac{\partial \bar{v}_z}{\partial t} + \bar{v}_r \frac{\partial \bar{v}_z}{\partial r} + \bar{v}_z \frac{\partial \bar{v}_z}{\partial z} \right] = - \frac{\partial \bar{p}}{\partial z} + \mu_e \nabla^2 \bar{v}_z \quad (2.4.4a)$$

$$\rho \left[\frac{\partial \bar{v}_r}{\partial t} + \bar{v}_r \frac{\partial \bar{v}_r}{\partial r} + \bar{v}_z \frac{\partial \bar{v}_r}{\partial z} - \frac{\bar{v}_\theta^2}{r} \right] = - \frac{\partial \bar{p}}{\partial r} + \mu_e \left[\nabla^2 \bar{v}_r - \frac{\bar{v}_r}{r^2} \right] \quad (2.4.4b)$$

$$\rho \left[\frac{\partial \bar{v}_\theta}{\partial t} + \bar{v}_r \frac{\partial \bar{v}_\theta}{\partial r} + \bar{v}_z \frac{\partial \bar{v}_\theta}{\partial z} + \frac{\bar{v}_r \bar{v}_\theta}{r} \right] = \mu_e \left[\nabla^2 \bar{v}_\theta - \frac{\bar{v}_\theta}{r^2} \right] \quad (2.4.4c)$$

Die bewegingsvergelykings (2.2.2) (in terme van oombliklike veranderlikes en dinamiese viskositeit) is tans nog slegs geskik vir laminêre vloeioplossings. Vergelykings (2.4.3) kan gebruik word om vir die gemiddelde veranderlikes \bar{v}_z , \bar{v}_r , \bar{v}_θ en \bar{P} (laminêr of turbulent) op te los. Laasgenoemde formulering vereis natuurlik die berekening van die turbulente viskositeit μ_t , waarvoor verskeie tegnieke (wat bekend staan as turbulensiemodelering) reeds voorgestel is. As gevolg van die similariteite in vergelykings (2.4.3) en (2.2.2) word die bostreep weggelaat en aanvaar dat alle afhanklike veranderlikes tydgemiddeld van aard is.

2.5 TURBULENSIEMODELLERING, KLASSIFIKASIE EN ISOTROPIE

Die eerste implementeerbare turbulensiemodel is in 1925 deur Prandtl voorgestel [13], en sy aannames is analoog aan die formulering van die viskositeit van ideale gasse by lae konsentrasies [34]:

$$\mu = \frac{1}{3} \rho \lambda_{\text{vry}} V_{\text{mol}}$$

Die vrypadlengte λ_{vry} verwys na die gemiddelde afstand wat gasmolekules aflê tussen twee opeenvolgende botsings en V_{mol} die gemiddelde snelheid van die molekules ten opsigte van die houer waarin die gas verkeer [35]. Na aanleiding hiervan word die turbulente viskositeit dus geformuleer as die produk van die lokale digtheid, lokale turbulente lengteskaal en 'n lokale, willekeurige snelheid:

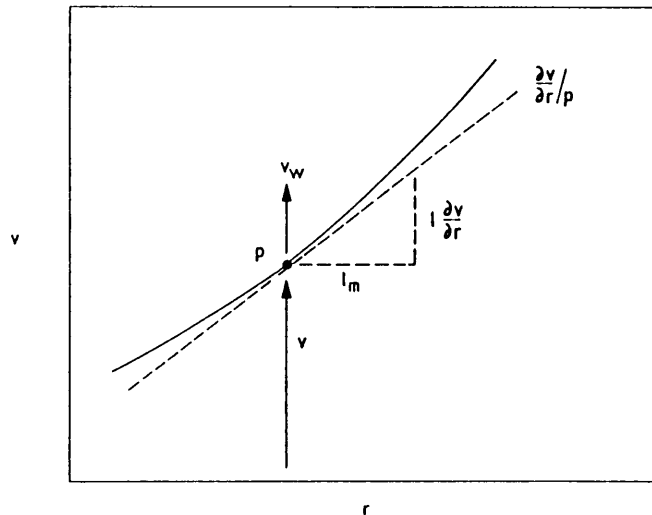
$$\mu_t = \rho \lambda_m V_w. \quad (2.5.1)$$

In die tweede deel van Prandtl se hipotese word die willekeurige snelheid V_w geneem as die produk van die lengteskaal λ_m en die snelheidsgradiënt wat bestaan oor 'n lengte wat 'n vloeistofpakkie moet aflê voordat sy momentum deur die nuwe omgewing verander word (Figuur 2.4.1).

$$v_w = \lambda_m \left| \frac{\partial v}{\partial r} \right| \quad (2.5.2)$$

sodat $\mu_t = \rho \lambda_m^2 \left| \frac{\partial v}{\partial r} \right|$ of $\mu_t = \rho \lambda_m^2 f_m$ (2.5.3)

waar f_m bekend staan as die menglengtefunksie.



FIGUUR 2.4.1: NOTASIE VIR MENGLENGTEHIPOTESE.

Prandtl het verder voorgestel dat die lengteskaal of menglengte λ_m eweredig aan die afstand na die naaste vaste wand is. In 1930 stel Von Karman die menglengte voor in terme van lokale vloeieienskappe [14], naamlik

$$\lambda_m = \kappa \frac{\partial v / \partial r}{\partial^2 v / \partial r^2}, \quad \kappa = \text{konstant} \quad (2.5.4)$$

'n verdere verbetering in die menglengtehipotese. 'n Ander belangrike bydra is deur Van Driest in 1956 gelewer [14] wat 'n meer akkurate μ_t naby vaste wande kan beskryf:

$$\lambda_m = \kappa y^+ \left[1 - e^{-\frac{y^+ \sqrt{\tau \rho}}{A \mu}} \right], \quad A = \text{konstant} \quad (2.5.5)$$

Hier word y^+ geneem as die afstand na die naaste vaste wand en τ die skuifspanning teen 'n vaste wand. Dit is duidelik dat

$$\lim_{y^+ \rightarrow \infty} (\lambda_m) = \infty \quad (\text{die Prandtl formulering})$$

en $\lim_{y^+ \rightarrow 0} (\lambda_m) = 0$

Bogenoemde klassieke formulering plaas geen beperking op die wyse van die berekening van λ_m en f_m nie. Dit word eerder dikteer deur die spesifieke toepassingsveld. Hierdie eienskap dui op die buigbaarheid van die menglengtehipotese, maar beklemtoon sy een groot nadeel, naamlik dat dit nie onder 'n wye verskeidenheid vloeitoestande toepaslik is nie.

In 1940 lê Kolmogorov [2,4,14] die grondslag vir 'n nuwe era in wyer toepaslike turbulensiemodellering en stel partiële differensiaalvergelings voor om die generasie, dissipasie, konveksie en diffusie van kinetiese turbulente energie te beskryf. Dit behels die berekening van die lokale snelheid V_w en die menglengte λ_m met behulp van die amplitude van die snelheidsfluktuasies en 'n karakteristieke frekwensie Ω_k

$$V_w = \left[\frac{1}{2} (\overline{v_z'^2} + \overline{v_r'^2} + \overline{v_\theta'^2}) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.5.6)$$

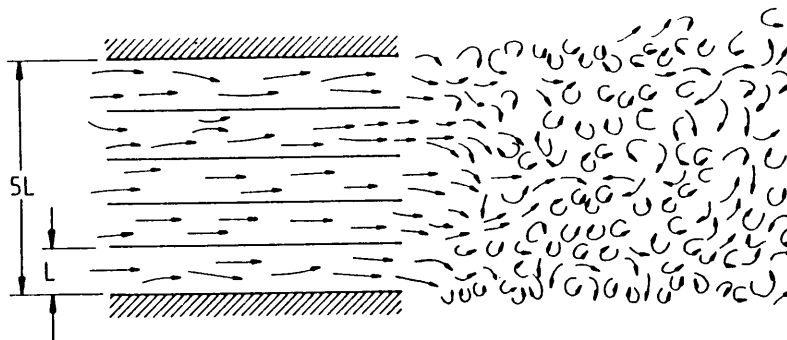
$$\lambda_m = V_w / \Omega_k \quad (2.5.7)$$

nolds-spannings word nie nul indien die gemiddelde snelhede konstante waardes aanneem nie ('n feit bevestig deur eksperimentele resultate [23]), en die effek van turbulente anisotropie word op 'n bevredigende en direkte wyse in die bewegingsvergelykings inkorporeer.

Turbulente isotropie impliseer dat die turbulente intensiteit (2.3.3d) van die snelheidsfluktuasies in die aksiale-, radiale- en tangensiale koördinaatrigtings ekwivalent is, dit wil sê

$$\tilde{v}_z' = \tilde{v}_r' = \tilde{v}_\theta' \quad (2.5.10)$$

Turbulente isotropie geld slegs onder spesiale vloeitoestande en is nie verteenwoordigend van die meerderheid praktiese situasies nie. Onder laboratoriumtoestande kom dit byvoorbeeld by die inlaat van 'n kontraksiespuitstuk [31] of stroomaf van 'n gelykgespasieerde roosterstruktuur [32] (Figuur 2.4.2) voor. In die natuur kan turbulensie in atmosferiese winde, wat ver genoeg van die aardoppervlak af voorkom (waar die vertikale fluktuasies nie gedemp word nie), neig na 'n toestand van isotropie.



FIGUUR 2.4.2: GENERASIE VAN ISOTROPIESE TURBULENSIE MET BEHULP VAN 'n GELYKGESPASIEERDE ROOSTER.

Momentumoordrag in turbulente vloei in 'n spesifieke koördinaatrigting is afhanklik van die turbulente fluktuasies in dieselfde rigting, en in teenstelling met die Reynolds-spanningsmodel, maak die formulerings (2.5.1) en (2.5.9) nie daarvoor voorsiening nie. Die hoërorde model (2.5.9) neem die transport van die somtotaal van die amplitude van die snelheidsfluktuasies ((2.3.3c))

$$k = \frac{1}{2} [\overline{v_z'^2} + \overline{v_r'^2} + \overline{v_\theta'^2}] \quad (2.5.12)$$

in ag, maar nie die effek van individuele fluktuasies nie.

Turbulente anisotropie in Boussinesq-effektieweviskositeit-modelle kan op 'n indirekte, empiriese wyse gemodelleer word deur die invoering van viskeuse anisotropie. Vir hierdie doel word die sogenaamde Prandtl-Schmidt-viskositeitgetal definieer as

$$\sigma_{ij} = \mu_{rz} / \mu_{ij} \quad (2.5.13)$$

waar $ij = zz, rr, \theta\theta, r\theta, z\theta$ of $r\theta$

en μ_{ij} die ooreenkomstige turbulente viskositeit μ_t in (2.4.2) vervang. Die Prandtl-Schmidt-getal gee die verband tussen die verskillende viskositeitkomponente en μ_{rz} , wat μ_t in (2.4.2d) vervang. Die anisotropiese viskositeit kan dus analoog aan (2.5.3) en (2.5.9) onderskeidelik vir die eerste- en tweede-orde modelle gedefinieer word as

$$\mu_{ij} = \alpha_{ij} \rho \lambda_m^2 f_m$$

en

$$\mu_{ij} = \beta_{ij} C_{\mu w} V \lambda_t$$

waar $ij = zz, rr, \theta\theta$ ensovoorts

terwyl die tweede-orde tensors α_{ij} en β_{ij} byvoorbeeld funksies van lokale vloeitoestande of konstantes is.

Optimering van konstantes in turbulensiemodelle kan tydrowend wees, en om hierdie rede kan die viskositeitstensor beperk word tot eerste-orde grootte sodat slegs 'n enkele Prandtl-Schmidt-getal ter sprake is. In roterende vloeï is die dominante vloeirigtings aksiaal/-radiaal en tangensiaal, sodat die mate van viskeuse anisotropie beskryf word deur die $r\theta$ -viskositeitgetal

$$\sigma_{r\theta} = \mu_{rz} / \mu_{r\theta}$$

In sodanige geval word die Reynolds-spannings in (2.4.2a - d) bereken met behulp van 'n enkele rz-viskositeit, μ_{rz} , en dié in (2.4.2e - f) met $\mu_{r\theta}$.

2.6 SAMEVATTING

In hierdie hoofstuk is die Reynolds-getalafhanklikheid van turbulensie bespreek en aangetoon dat metode (iv), paragraaf 1.1 die enigste praktiese wyse is waarop turbulente vloeï in die werwelkamer van die straalvloeïopstelling simuleer kan word. Hierdie tydgemiddelde metode is vervolgens toegepas om aan te toon hoe addisionele intermolekulêre spannings (Reynolds-spannings), as gevolg van fluktuasies in turbulente vloeï ontstaan, en die bewegingsvergelykings vir turbulente vloeï is herlei. Hierdie resulterende vergelykings is vervolgens gesluit en gepaardgaande aanverwante begrippe soos klassifikasie, turbulente isotropie asook viskeuse isotropie is bespreek.

HOOFSTUK 3

VLOEIVERGELYKINGS EN OPLOSSINGSMETODE

3.1 INLEIDING

Numeriese simulase van 'n gegewe fisiese probleem vereis eerstens die diskretisering van die kontinue oplossingsgebied in 'n eindige aantal diskrete punte. Sodanige roosterkonfigurasië dikteer dan die metode waarvolgens die kontinue wiskundige model diskretiseer word [9,20] om, by elke roosterpunt, 'n benaderde oplossing te kan bereken. Die omvang van die probleem, in soverre dit die aantal roosterpunte en veranderlikes aanbetref, vereis die berekeningsvermoë van 'n kragtige syferrekenaar.

3.2 DIE VLOEIVERGELYKINGS

Roterende straalvloeï, soos dit in die eksperimentele opstelling voorkom, word beskou as onsamedrukbaar, aksiaalsimmetries en isotermies. In die vorige hoofstuk is daar onder hierdie aannames, en deur gebruik te maak van 'n tydgemiddelde benadering, die bewegingsvergelykings vir turbulente vloeï vanuit die volle Navier-Stokes-vergelykings herlei. Die drukafgeleides word vervolgens uit die aksiale en radiale momentumoordragvergelykings geëlimineer deur gebruik te maak van 'n transformasie in terme van 'n stroomfunksievortisiteitsformulering.

Die primêre doel van die transformasie is die eliminasië van die drukafgeleide terme soos dit voorkom in vergelykings (2.4.3). Die stroomfunksie ψ wat die kontinuïteitsvergelyking

$$\frac{\partial V}{\partial r} + \frac{V}{r} + \frac{\partial V}{\partial z} = 0$$

bevredig, word gegee deur:

$$\frac{1}{\rho r} \frac{\partial \psi}{\partial r} = v_z \quad (3.2.1a)$$

en
$$\frac{-1}{\rho r} \frac{\partial \psi}{\partial z} = v_r. \quad (3.2.1b)$$

Die vortisiteit in die z-r-vlak word volgens definisie [15] gegee deur

$$\omega = \frac{\partial v_r}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial r}. \quad (3.2.2)$$

Indien vergelyking (3.2.1) vervang word in bogenoemde vergelyking volg die stroomfunksievergelyking as

$$-\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\rho r} \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) - \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{\rho r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) - \omega = 0 \quad (3.2.3)$$

Om die drukterme te elimineer word vergelykings (2.4.3a) en (2.4.3b) onderskeidelik parsieel na r en z gedifferensieer en die resultante vergelykings van mekaar afgetrek. Na vereenvoudiging en vervanging van vergelykings (3.2.1) kan die vortisiteitvergelyking geskryf word as:

$$\begin{aligned} r^2 \left(\rho \frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\omega}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\omega}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(r^3 \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu_e \frac{\omega}{r} \right) \right) \\ - \frac{\partial}{\partial r} \left(r^3 \frac{\partial}{\partial r} \left(\mu_e \frac{\omega}{r} \right) \right) - \rho r \frac{\partial}{\partial z} (v_\theta^2) - f = 0, \end{aligned} \quad (3.2.4)$$

waarin die tydsafgeleide term $\frac{\partial \omega}{\partial t}$ behou is ter wille van die oplossingsmetode [15,16].

Die funksie f word gegee deur:

$$\begin{aligned}
 f = & 2r^2 \left[\frac{\partial^2}{\partial z^2} \left(\mu_e \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) - \frac{\partial^2}{\partial r^2} \left(\mu_e \frac{\partial v_r}{\partial z} \right) \right. \\
 & + \frac{\partial^2}{\partial r \partial z} \left(\mu_e \left(\frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu_e \frac{\partial v_r}{\partial r} \right) \\
 & \left. - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\mu_e \frac{\partial v_r}{\partial z} \right) - \frac{v_r}{r^2} \frac{\partial \mu_e}{\partial z} \right],
 \end{aligned}$$

maar is in die algemeen [18], en in die besonder vir roterende straalvloei [17], weglaatbaar klein.

Die resulterende kontinue wiskundige model word dan in silindriese koördinate, as volg beskryf:

Stroomfunksievergelyking

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\rho r} \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{\rho r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \omega = 0 \quad (3.2.5)$$

Vortisiteitsvergelyking

$$\begin{aligned}
 & r^2 \left(\rho \frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\omega}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\omega}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) \right) \\
 & - \frac{\partial}{\partial z} \left(r^3 \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu_e \frac{\omega}{r} \right) \right) - \frac{\partial}{\partial r} \left(r^3 \frac{\partial}{\partial r} \left(\mu_e \frac{\omega}{r} \right) \right) \\
 & - \rho r \frac{\partial v_\theta^2}{\partial z} = 0 \quad (3.2.6)
 \end{aligned}$$

Tangensiale momentumvergelyking

$$\begin{aligned}
 \rho \left[v_r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_\theta}{\partial z} + \frac{v_r v_\theta}{r} \right] = & \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu_e \frac{\partial v_\theta}{\partial z} \right) \\
 & + \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \mu_e r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v_\theta}{r} \right) \right\} + 2\mu_e \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v_\theta}{r} \right) \quad (3.2.7)
 \end{aligned}$$

indien die tydafgeleide term $\frac{\partial v_\theta}{\partial t}$ weggelaat word, en die

Kontinuiteitsvergelyking

$$\frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{V_r}{r} + \frac{\partial V_z}{\partial z} = 0 \quad (3.2.8)$$

Bogenoemde vergelykings, tesame met die randvoorwaardes, is voldoende om die roterende straalvloeiveld te beskryf in terme van die afhanklike veranderlikes V_z , V_r (via die stroomfunksiedefinisie (3.2.1)) en V_θ , onderhewig aan die vereiste dat 'n turbulensiemodel spesifiseer word vir die ruimtelike beskrywing van die effektiewe viskositeit μ_e .

3.3 RANDVOORWAARDES

Numeriese oplossing van die diskrete vorm van die partiële differensiaalvergelykings soos gegee in die vorige paragraaf vereis randvoorwaardes vir alle afhanklike veranderlikes by alle roosterpunte wat die vloeï begrens. Sodanige randvoorwaardes dwing 'n eiesoortige oplossing af en moet dus die praktiese situasie so na moontlik verteenwoordig.

3.3.1 Inlaatrand

Die aksiale snelheid neem volgens aanname 'n blokprofiel aan, en word bereken uit die inlaat-Reynolds-getal (Re_1)

$$V_z = \frac{\mu_{lam} Re_1}{2\rho R_1},$$

waar R_1 die inlaatstraal van die werwelkamer is,

terwyl die tangensiale snelheid bereken word uit die hoeksnelheid van die werwelgenerator

$$V_\theta = (\text{aantal OPM}) \times \frac{2\pi r}{60}, \quad 0 \leq r \leq R_1$$

wat, in die lig van die roterende toevoerbuis in Figuur 1.3.1, 'n wielrotasieverdeling by die inlaat tot die werwelkamer aanneem. Die aanname word gemaak dat die afstand vanaf die werwelgeneratorvinne tot by die werwelkamerinlaat voldoende is vir die radiale vloei om te stabiliseer, sodat

$$V_r = 0$$

Die stroomfunksie word bereken uit vergelyking (3.2.1a), dit wil sê

$$\psi = \int \rho r V_z dr$$

en die vortisiteit uit vergelyking (3.2.2), sodat

$$\omega = 0 \left(\frac{\partial V_z}{\partial r} = 0 \text{ en } V_r = 0 \right)$$

3.3.2 Vaste wande

'n Nie-glip voorwaarde word by die wande vir die snelhede gebruik, dit wil sê

$$V_z = V_r = V_\theta = 0;$$

die stroomfunksie word as konstant geneem,

$$\psi = \psi(R_1, 0)$$

terwyl die vortisiteit bereken word [15] uit

$$\omega = \frac{-2(\psi_{\text{weg}} - \psi_{\text{wand}})}{(\rho r)_{\text{wand}} (\Delta n)^2}$$

Voetskrifte in bogenoemde vergelyking verwys na roosterpunte op die wand (wand) en naasliggend (weg) aan die wand terwyl Δn die afstand tussen sodanige punte verteenwoordig.

3.3.3 Hartlyn

Uit 'n simmetrie oogpunt word die radiale- en tangensiale snelhede as nul geneem terwyl die aksiale snelheid bereken word uit (3.2.1a),

$$V_z = \frac{1}{\rho r} \frac{\partial \psi}{\partial r},$$

$$\psi = \text{konstant} = 0 \text{ uit (3.2.1b),}$$

terwyl $\omega = 0$ uit (3.2.2) indien aanvaar word dat $\frac{\partial V_z}{\partial r} = 0$ op die hartlyn.

3.3.4 Uitvloeirand

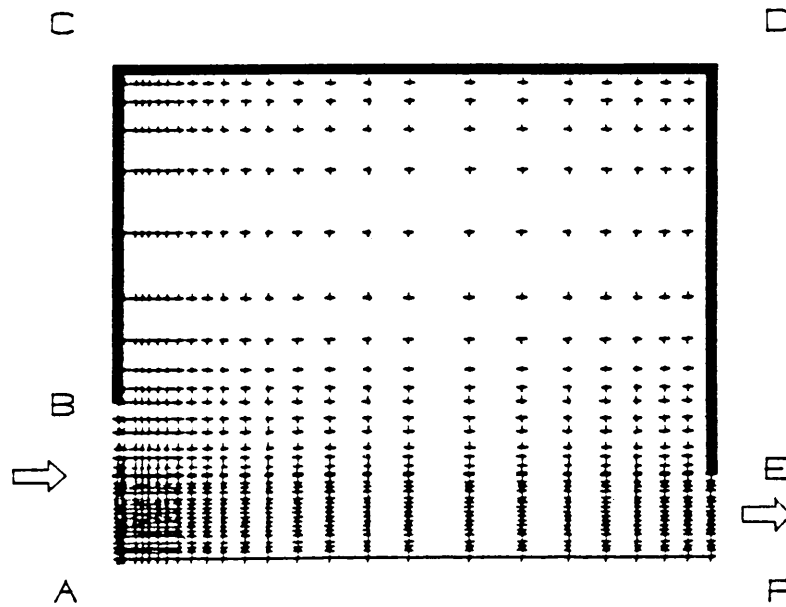
Die uitvloeirandwaardes het 'n geringe invloed op die vloeiveld indien die uitvloeirand ver genoeg stroomaf vanaf die werwelkameruitlaat voorkom [16]. Neumann-voorwaardes word dus vir alle veranderlikes ϕ (behalwe V_z) gebruik,

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0$$

terwyl $V_z = \frac{1}{\rho r} \frac{\partial \psi}{\partial r}$ uit (3.2.1a)

3.4 DISKRETISERING EN NUMERIESE MODEL

Die kontinue oplossingsgebied (werwelkamer in Figuur 1.3.1) word, onderhewig aan riglyne soos neergelê in [21] en met die aanname van aksiaalsimmetrie, benader met 1750 diskrete punte wat slegs die boonste helfte van die werwelkamer verteenwoordig. 'n Skematiese voorstelling van die onderling ortogonale oplossingsrooster word in Figuur 3.4.1 gegee. 'n Uiteensetting van die diskrete wiskundige model of numeriese model, wat van die tydsortige stroomfunksievortisiteitsmetode gebruik maak om vloeivergelykings (3.2.5-8) met behulp van eindigeverskil-tegnieke in veralgemeende ortogonale koördinate te integreer, asook die iteratiewe oplossingsproses, word volledig in [15] beskryf.



FIGUUR 3.4.1: DISKRETE OPLOSSINGSROOSTER VAN DIE WERWELKAMER VIR NUMERIESE VLOEIOPLOSSINGS:

- ACDF : verteenwoordig die helfte van die werwelkamer
- BCDE : vaste wande
- AF : hartlyn
- AB : inlaatgat
- EF : uitlaatgat

Die numeriese model, wat deur Van Heerden [15] en Van Zyl [16] ontwikkel is vir die simulatie van sterkroterende vloei, dien as basis vir die oplos van 'n wye verskeidenheid vloei probleme en word vir die doel van hierdie studie as gegewe aanvaar.

3.5 KALIBRASIE VAN DIE NUMERIESE MODEL : PYPVLOEI

Omdat die model dien as hulpmiddel vir die ontwikkeling van 'n turbulensiemodel, moet die geloofwaardigheid van vloei simulatie gemeet word aan beproefde resultate alvorens voortgegaan kan word met die simulatie van RSV.

Vir hierdie doel word laminêre, onsamedrukbare vloei oplossings met die numeriese model by lae Reynolds-getalle bereken om die mate van korrelasie met analitiese- en eksperimentele resultate te vind.

Laminêre pypvloei word gekenmerk deur oorgangsvloei in die inlaatgebied en 'n gebied waar die snelheidsprofile, as gevolg van 'n toename in die grenslaagdikte δ , 'n volontwikkelde verdeling aanneem [1].

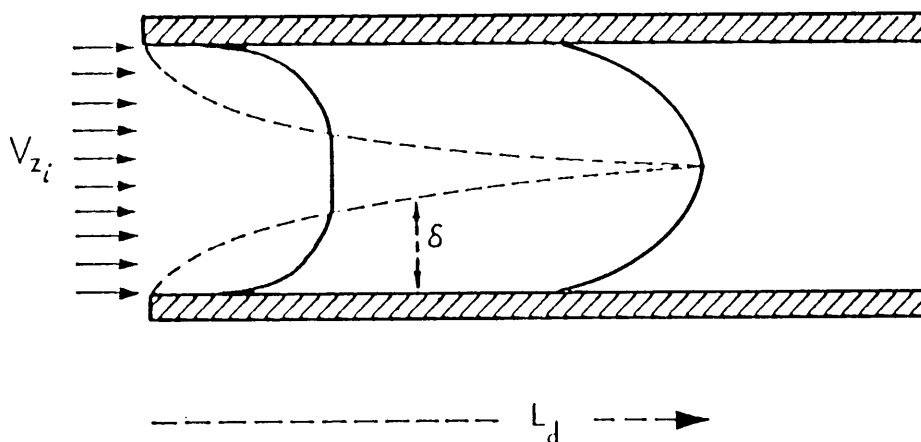
Die oorgangslengte L_d is die aksiale pyp lengte, gemeet vanaf die inlaat, wat die grenslaag nodig het om 'n dikte van

$$\delta = a \tag{3.5.1}$$

aan te neem (Figuur 3.5.1). Die aksiale snelheidsprofiel is gevolglik vir

$$z \geq L_d \tag{3.5.2}$$

onafhanklik van z [1,13].



FIGUUR 3.5.1: ONTWIKKELING VAN DIE AKSIALE SNELHEIDSVERDELING VIR LAMINÊRE VLOEI IN 'n RONDE PYP MET TOENEMENDE GRENSLAAGDIKTE.

Kontinuiteit van die numeriese oplossing is getoets deur te kontroleer of die gemiddelde aksiale snelheid

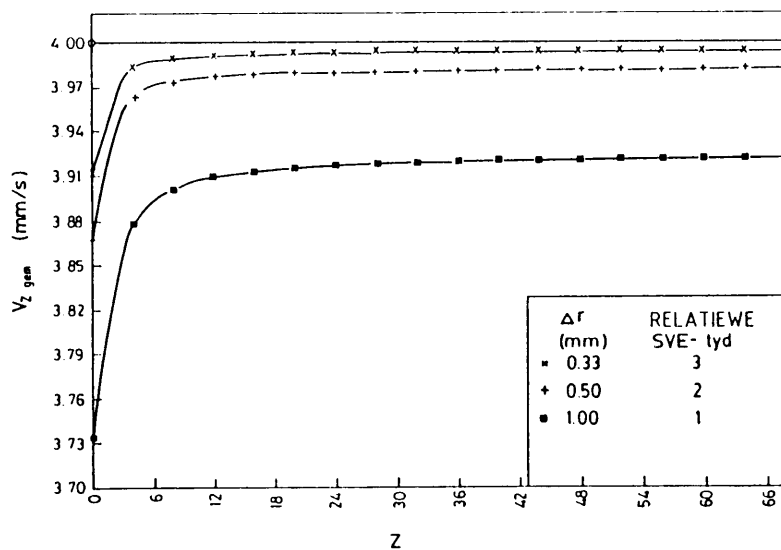
$$V_{zgem} = \frac{2}{a^2} \int_0^a V_z r dr \quad (3.5.3)$$

konstant bly by verskillende z-stasies (paragraaf 3.5.1). Vervolgens is die numeriese oorgangslengte vir verskillende Reynolds-getalle bereken en vergelyk met analitiese- en eksperimentele data uit [13,36]. Die numeriesberekende V_z -profiele word vergelyk met analitiese data uit [22] van ontwikkelende- en volontwikkelde aksiale snelheidsprofiele.

Vloeioplossings is gedoen op reghoekige, gelykgespasieerde roosters met $51 \times \{11, 21, 31\}$ roosterpunte met $Z_\lambda = 200$ mm en $a = 5$ mm.

3.5.1 Invloed van roostergeometrie op kontinuïteit

Massabehoud vereis dat $\rho AV_{zgem} = \text{konstant}$. Met konstante digtheid en deurvloei-area is die waarde van V_{zgem} by elke z-stasie gekontroleer vir verskillende Δr (Figuur 3.5.2).



FIGUUR 3.5.2: INVLOED VAN RADIALE SPASIERING OP DIE GEMIDDELDE AKSIALE SNELHEID BY VERSKILLENDE z-STASIES.

Vir kleiner Δr neem die akkuraatheid toe, maar die berekeningstyd

$$\text{SVE-tyd} \propto \frac{1}{\Delta r}.$$

Naby die inlaat, waar groot snelheidsgradiënte voorkom, word die voorwaarde swakker bevredig, ongeag die radiale spasiëring. Uit 'n ekonomiese oogpunt is die akkuraatheid met $\Delta r = 0,5$ mm as voldoende beskou. Uit Figuur 3.5.2 is dit duidelik dat 'n oneindige fyn rooster eksakte resultate ($V_{zgem} = \text{konstant} = V_{z_1}$) sal lewer, en in die lig hiervan word aanvaar dat kontinuïteit bevredig word.

3.5.2 Oorgangslengte

Pypvloei kan, uit hoofde van (3.5.1 - 2), geklassifiseer word as volontwikkelde sodra die volgende vergelykings geldig is:

$$v_r = 0 = \frac{\partial v}{\partial z}.$$

Die oorgangslengte word, na aanleiding van eksperimentele data, deur [13] gegee as

$$L_d = \alpha_d a^2 v_{zgem} / \nu$$

$$= \alpha_d a Re_a$$

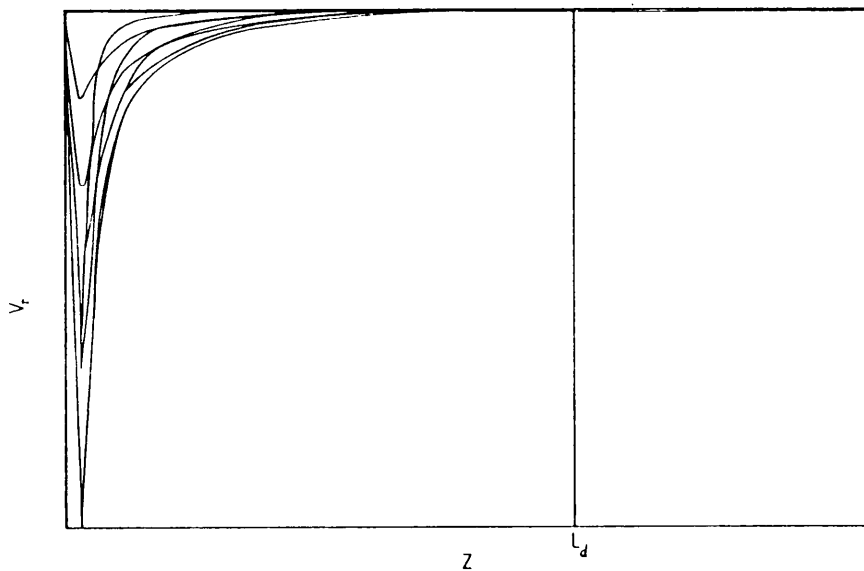
waar α_d die oorgangsparameter, Re_a die Reynolds-getal gebaseer op die radius en ν die kinematiese viskositeit voorstel.

Gevolgtik is die volgende kriterium gebruik om L_d te bepaal.

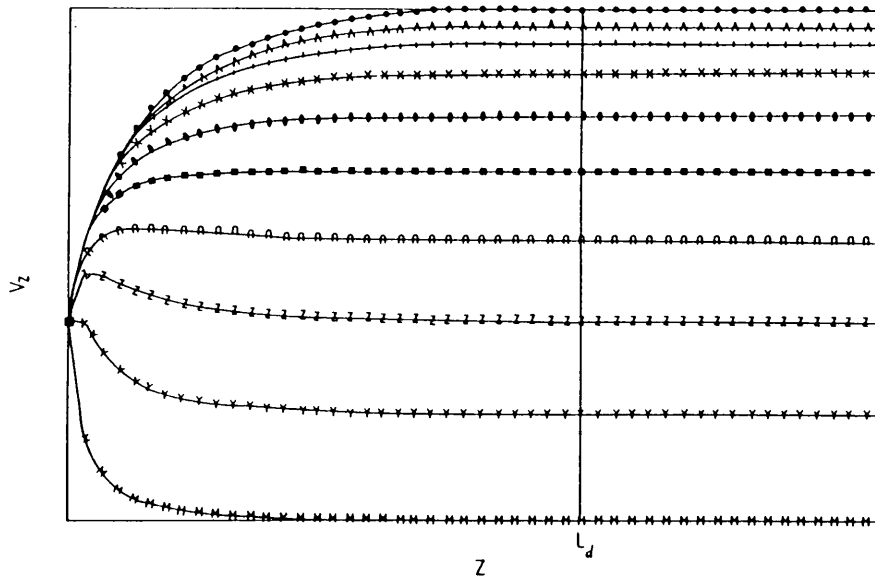
$$\text{As } \epsilon_{\text{num}} < \sum_j \left[\left| \frac{\partial v}{\partial z} \right|_j + |v_r|_j \right] < \epsilon, \text{ dan } L_d = z_j \quad (3.5.4)$$

waar ϵ_{num} die globale konvergensiekriterium (sien Bylae A) vir die numeriese model is.

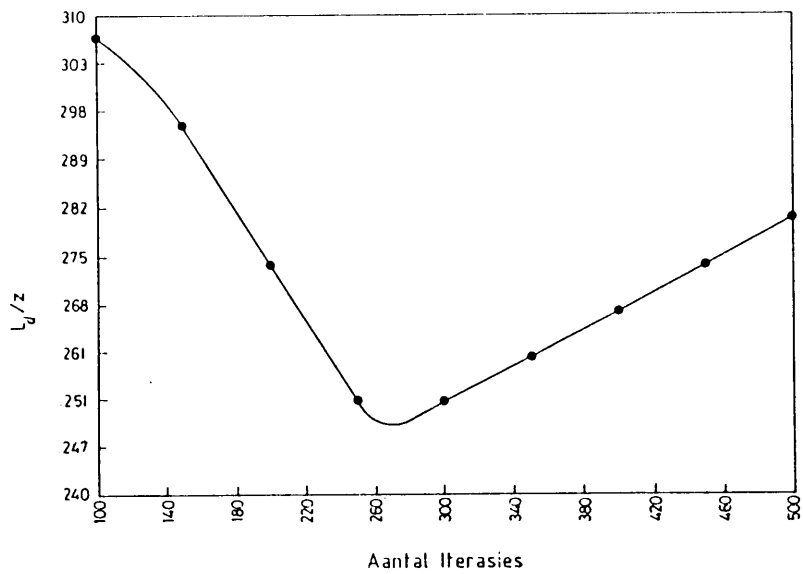
Eksperimenteel (Figure 3.5.3 en 3.5.4) is die waarde van $\epsilon/\epsilon_{\text{num}}$ as $6,36 \times 10^5$ bepaal en die optimum aantal numeriese iterasies (tydstappe) as 250 (Figuur 3.5.5).



FIGUUR 3.5.3: RADIALE SNELHEID BY VERSKILLENDE STRAALWAARDES
TEENOR AKSIALE VERPLASING IN LAMINÊRE PYPVLOEI.

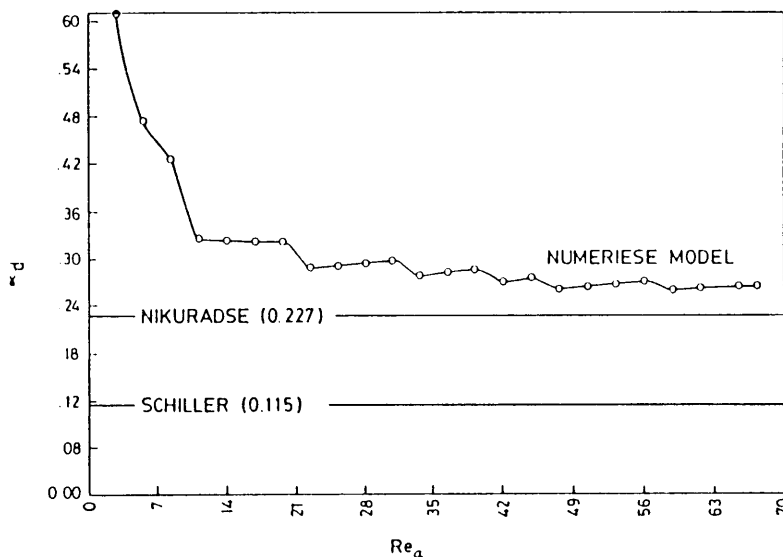


FIGUUR 3.5.4: AKSIALE SNELHEID BY VERSKILLENDE STRAALWAARDES
TEENOR AKSIALE VERPLASING IN LAMINÊRE PYPVLOEI.



FIGUUR 3.5.5: DIMENSIELOSE OORGANGSLENGTE TEENOR AANTAL NUMERIESE ITERASIES.

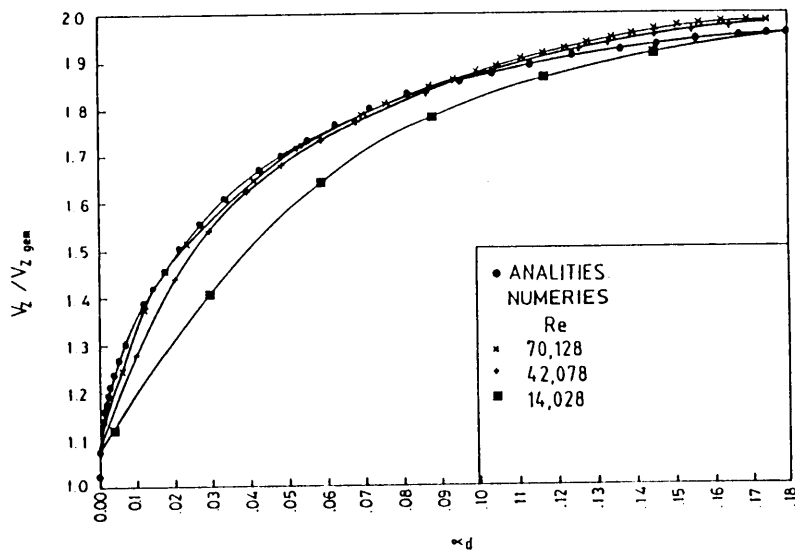
Die oorgangsparemeter α_d (vir volontwikkelde pypvloei) vir Reynolds-getalle kleiner as 70 (Figuur 3.5.6) dui op 'n eksponensiële verval met 'n asimptoot by ongeveer 0,26. Schiller het 'n analitiese waarde van 0,115 bereken [13], terwyl die eksperimentele waarde van Nikuradse, weliswaar by hoër Reynolds-getalle, ongeveer 0,23 is [36]. Alhoewel die berekende numeriese waarde van α_d vir volontwikkelde pypvloei 13 % hoër is as die eksperimentele waarde, bestaan die moontlikheid vir beter korrelasie by hoër Reynolds-getalle. Vir Reynolds-getalle vergelykbaar met dié van Nikuradse word 'n pylengte veel langer as 200 mm nodig, wat numeries, met die digitale stoorruimte tot die skrywer se beskikking, onmoontlik is. Desondanks hierdie beperking, toon die numeriese model goeie korrelasie met eksperimentele data, en soos uitgewys deur Schlichting [13], blyk dit ook uit die numeriese resultate dat die analitiese waarde van Schiller ver uit die kol is.



FIGUUR 3.5.6: OORGANGSPAREMETER α_d TEEN REYNOLDS-GETAL $\frac{\rho a V_z}{\mu}$ VIR VOLONTWIKKELDE LAMINÊRE PYPVLOEI.

3.5.3 Aksiale snelheidsprofile

Daar bestaan goeie korrelasie tussen numeriese- en analitiese hartlynsnelhede by hoër Reynolds-getalle (Figuur 3.5.7).



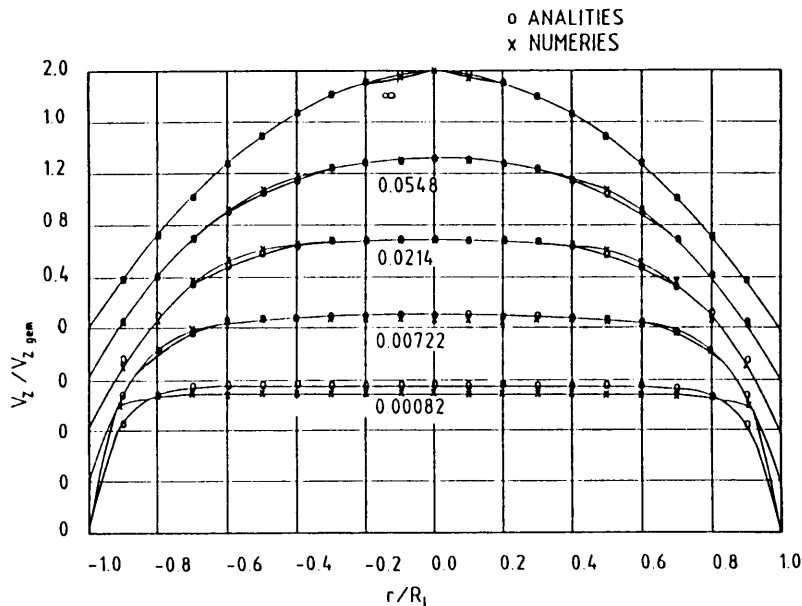
FIGUUR 3.5.7: DIMENSIELOSE HARTLYNSNELHEDE TEENOOR OORGANGSPARAMETER VIR VERSKILLENDE Re_a .

Soos by die berekening van die oorgangslengte L_d , word by lae Reynolds-getalle gevind dat die numeriese model meer realistiese voorspellings lewer as die analitiese benadering. Indien mens in gedagte hou dat

$$\alpha_d = z / (aRe_a)$$

kan gesien word dat die oorgangsparameter by dieselfde z -stasie vir lae Reynolds-getalle 'n groter waarde aanneem, dit wil sê die vloei ontwikkel oor 'n korter afstand. Die swak korrelasie by 'n Reynolds-getal van 14 dui dus op 'n tekortkoming van die analitiese model en is volgens [22] direk as gevolg van vereenvoudigende aannames.

Ontwikkelende snelheidsprofile word eweneens akkuraat voorspel en volontwikkelde numeriese profile ($\alpha_d = \infty$ in Figuur 3.5.8) korreleer baie goed met die analitiese data.



FIGUUR 3.5.8: ONTWIKKELENDE SNELHEIDSPROFIELE (TOENEMENDE α_d) BY VERSKILLENDE z-STASIES TEENoor STRAAL.

3.6 SAMEVATTING

Die vloeivergelykings wat benodig word vir roterende straalvloeisimulasie en wat in diskrete vorm vervat is in 'n numeriese model, is uiteengesit. Met die numeriese oplossing van 'n aanverwante probleem en die yking met analitiese- en eksperimentele oplossings, is voldoende vertroue in die bruikbaarheid en simulasievermoë van die model bevestig. Dit word dus as basis vir die res van hierdie studie gebruik. Die enigste ontbrekende element (en onderwerp van hierdie studie) in die modellering van turbulente, roterende straalvloei is 'n geskikte turbulensiemodel en sal in die volgende twee hoofstukke aangespreek word.

HOOFSTUK 4

OORSIG VAN EERSTE-ORDE TURBULENSIEMODELLE VIR ROTERENDE VLOEI

4.1 INLEIDING

Roterende straalvloei word geklassifiseer as komplekse, hersirkulerende vloei [4] en voorgestelde turbulensiemodelle in die literatuur is grotendeels tweede- en hoër orde-formulerings. In hierdie hoofstuk word, om redes soos in Hoofstuk 1 uiteengesit, drie verskillende eerste-orde turbulensiemodelle, wat in die breë verteenwoordigend is van turbulensiemodellering in roterende vloei, toegepas en geëvalueer aan die hand van eksperimenteelgemete sterkroterende straalvloedata.

4.2 ALGEMENE KONSEPTE

Formulering van 'n turbulente viskositeit μ_t , vir die beskrywing van die effektiewe viskositeit

$$\mu_e = \mu_t + \mu_{lam} \quad (4.2.1)$$

in die vloeivergelykings (3.2.5 - 7), staan bekend as turbulensiemodellering en word in terme van 'n eerste-orde formulering gegee as

$$\mu_t = \rho \lambda_m^2 f_m. \quad (4.2.2)$$

Vir elk van die drie modelle onder beskouing (Okhio et al [27] (OHL), Koosinlin et al [25] (KL) en Lilley [5] (L)) word, na gelang van die toepassingsveld, 'n verskillende benadering ten opsigte van die berekening van die menglengte (λ_m) en menglengtefunksie (f_m) in

(4.2.2) gevolg. Anisotropie, 'n bewese feit in roterende vloei [4,5,6], word in 'n mindere of meerdere mate in al drie modelle aanvaar, en in die lig hiervan word die turbulente viskositeit van (4.2.2), 'n tweekomponent vektor

$$\mu_t = (\mu_{rz}, \mu_{r\theta}) \quad (4.2.3)$$

Met hierdie anisotropiese benadering kan turbulensie dus nou in die twee dominante vloei-richtings (aksiaal/radiaal en tangensiaal) beskryf word. Die ekwivalente formulering van die effektiewe viskositeit

$$\begin{aligned} \mu_e &= (\mu_{ez}, \mu_{e\theta}) \\ &= (\mu_{lam} + \mu_{rz}, \mu_{lam} + \mu_{r\theta}) \end{aligned} \quad (4.2.4)$$

word sodoende gebruik in die stroomfunksie- en vortisiteitvergelings (μ_{ez} in (3.2.5) en (3.2.6)) en in die tangensiale momentumvergeliking ($\mu_{e\theta}$ in (3.2.7)).

Die Prandtl-Schmidt-getal, wat die verhouding van rz-viskositeit tot r θ -viskositeit

$$\sigma_{r\theta} = \mu_{rz} / \mu_{r\theta} \quad (4.2.5)$$

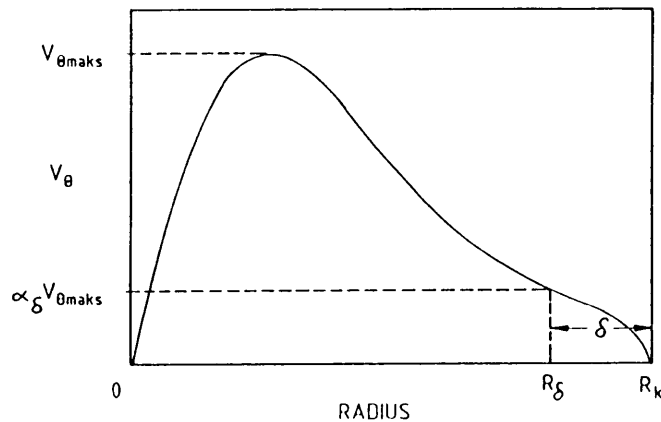
verskaf, word gebruik om isotropie ($\sigma_{r\theta} = 1$) of anisotropie ($\sigma_{r\theta} \neq 1$) te karakteriseer.

'n Onderskeid word getref tussen turbulensievlakke binne en buite grenslaagvloei, waar die grenslaagdikte gedefinieer word as

$$\delta = R_k - R_\delta \quad (4.2.6)$$

met R_k die karakteristieke straal van die geometriese opstelling

en $R_\delta = r$ sodra $V_\theta = \alpha_\delta V_{\theta\text{maks}}$, waar α_δ konstant.



FIGUUR 4.2.1: NOTASIE VIR DIE FORMULERING VAN DIE GRENSLAAGDIKTE.

Naby vaste wande (binne die grenslaag) word die Van Driest-dempings-funksie

$$\phi_1(1-e^{\phi^2})$$

vir die berekening van die grenslaagmengte λ_m^* gebruik.

Uit hoofde van vergelykings (4.2.2 - 5) word die turbulente viskositeit μ_t opsommend geformuleer as

$$\underline{\mu}_t = (\mu_{rz}, \mu_{r\theta})$$

$$= \begin{cases} (\rho \lambda_m^2 f_m, \mu_{rz} / \sigma_{r\theta}) \text{ vir } 0 \leq r < R_\delta \\ (\rho (\lambda_m^*)^2 f_m, \mu_{rz} / \sigma_{r\theta}^*) \text{ vir } R_\delta \leq r \leq R_k \end{cases} \quad (4.2.7)$$

4.3 FORMULERING

Die parameters en funksies vir die verskillende modelle, met verwysing na vergelyking (4.2.7), word in onderstaande tabelle uiteengesit. (Konstantes α_i , β_i en γ_i verwys onderskeidelik na die OHL-, KL- en L-model):

f_m		
OHL	KL	L
$\frac{\partial v_z}{\partial r}$	$\left[\left(\frac{\partial v_z}{\partial r} \right)^2 + \frac{1}{\sigma_{r\theta}} \left(r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v_\theta}{r} \right) \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$	$\left[2 \left(\frac{\partial v_z}{\partial z} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v_r}{\partial r} \right)^2 + 2 \left(\frac{v_r}{r} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{\partial v_r}{\partial z} \right)^2 + \left(r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v_\theta}{r} \right) \right)^2 + \left(\frac{\partial v_\theta}{\partial z} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$

TABEL 4.3.1: MENGLENGTEFUNKSIES VIR EERSTE-ORDE TURBULENSIEMODELLE IN ROTERENDE VLOEI.

$\lambda_m^* = \phi_1(1 - e^{-\phi_2})$			
	OHL	KL	L
ϕ_1	κy^+	κy^+	$(\gamma_1 + \gamma_2 S_\lambda) R_\lambda$
ϕ_2	$\frac{-y^+ \sqrt{\rho \tau_{rz}}}{A \mu_{\lambda m}}$	$\frac{-y^+ \sqrt{\rho \tau_{rz}}}{A \mu_{\lambda m}}$	$-\infty$

Opmerkings

$\kappa = 0,4$ die Von Karman-konstante

$A = 26,0$ die Van Driest-konstante

$\gamma_1 = 0,08$

$\gamma_2 = 0,048$

$R_\lambda = r$ sodra $V_z / V_{z \text{ maks}} = 0,01$

$S_\lambda =$ die lokale spingetal met $R_k = R_\lambda$ in (4.4.1)

$y^+ =$ die afstand na die naaste vaste wand

$\tau_{rz} = \mu_{\lambda m} \left(\frac{\partial v}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial z} \right)$, die lokale rz-skuifspanning

TABEL 4.3.2: GRENSLAAGMENGLENGTES VIR EERSTE-ORDE TURBULENSIEMODELLE IN ROTERENDE VLOEI

ℓ_m		
OHL	KL	L
$\alpha_1 R_k$	$\beta_1 \delta$	ℓ_m^*
<u>Opmerkings</u>		
$\alpha_1 = 0,099$		
$\beta_1 = 0,085$		

TABEL 4.3.3: MENGLENGTES (BUITE DIE GRENSLAAG) VIR EERSTE-ORDE TURBULENSIEMODELLE IN ROTERENDE VLOEI

$\sigma_{r\theta}^*$		
OHL	KL	L
1,0	$\frac{\phi_2(\tau_{rz})}{1-e}$ $\frac{\phi_2(\tau_{r\theta})}{1-e}$	$\gamma_4 + \gamma_3 S_\ell^{1/3}$
<u>Opmerkings</u>		
$\gamma_3 = 5,0$		
$\gamma_4 = 1,0$		
$\tau_{r\theta} = \mu_{\lambda am} \left(r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v_\theta}{r} \right) \right)$ die lokale $r\theta$ -skuifspanning		

TABEL 4.3.4: GRENSLAAG PRANDTL-SCHMIDT-GETALLE VIR EERSTE-ORDE TURBULENSIEMODELLE IN ROTERENDE VLOEI

$\sigma_{r\theta}$		
OHL	KL	L
α_2	$\left\{ 1 - \beta_2 \left[\frac{\frac{2V_\theta}{r}}{r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{V_\theta}{r} \right)} \right]^{-1} \right\}$	$\sigma_{r\theta}^*$
<u>Opmerking</u> $\alpha_2 = 2,3198$ β_2 met behulp van rekenaaroptimering		

TABEL 4.3.5: PRANDTL-SCHMIDT-GETALLE VIR EERSTE-ORDE TURBULENSIE-MODELLE IN ROTERENDE VLOEI (BUITE GRENSLAAG)

4.4 TOEPASSINGSVELDE EN UITGANGSPUNTE

Uit Tabelle (4.3.1 - 5) kom die verskil tussen die modelle duidelik na vore: alhoewel roterende vloei die sentrale tema is, verskil die metode waarvolgens voorsiening gemaak word vir die invloed van die roterende tangensiale snelheid op turbulensie.

Roterende vloei word met behulp van 'n spingetal, wat 'n verband tussen die aksiale vloed van onderskeidelik die hoekmomentum en aksiale momentum gee, gekarakteriseer:

$$S = \left(\int_0^{R_k} \rho r^2 v_\theta v_z dr \right) / \left(R_k \int_0^{R_k} \rho v_z^2 r dr \right) \quad (4.4.1)$$

Vir die inlaatspingetal S_f word R_k vervang met R_f , die inlaatstraal van die geometriese opstelling. Lilley [5] klassifiseer vloeië met inlaatspingetalle kleiner as 0,4 as swakroterend, en groter as 0,6 as sterkroterend.

Die eerste model (OHL) het primêr die simulatie van roterende diffusorvloei by baie lae inlaatspin ($S_f = 0,055$) ten doel. Dienooreenkomstig word 'n eenvoudige menglengtefunksie gebruik wat slegs die radiale gradiënt van die aksiale (oorheersende) snelheid bevat. Selfs die menglengte maak geen voorsiening vir rotasie-effekte nie. Soos uit Tabel 4.3.2 gesien kan word, maak die OHL-outeurs [27] gebruik van die Van Driest-dempingsfunksie vir menglengteberekening naby wande. Geen kriterium word egter verskaf vir die bepaling van die grenslaagdikte nie. Binne die grenslaag (bepaal uit rekenaar-optimering van (4.2.6)) word isotropie aanvaar ($\sigma_{r\theta}^* = 1$) terwyl die Prandtl-Schmidt-getal 'n konstante waarde buite die grenslaag aanneem (onafhanklik van vloeitoestande).

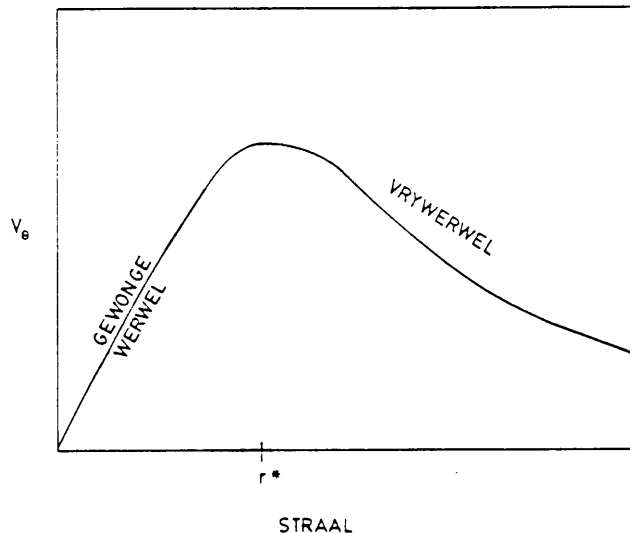
Die KL-model, soos beskryf in die voorafgaande tabelle, is ontwikkel vir roterende grenslaagvloei [25]. Die menglengtefunksie word uitgebrei om voorsiening te maak vir radiale V_θ -gradiënte terwyl daar weer eens van 'n dempingsfunksie vir die berekening van λ_m^* naby wande gebruik gemaak word. Anisotropie word deurgaans aanvaar ($\sigma_{r\theta} \neq 1$ en $\sigma_{r\theta}^* \neq 1$).

Die model van Lilley [4] word in die algemeen voorgestel vir roterende straalvloei, en vloei met spingetalle S_f tot so groot as 2,2 word rapporteer. Uit die tabelle is dit duidelik dat geen voorsiening gemaak word vir grenslaagformulering nie ($\lambda_m = \lambda_m^*$ en $\sigma_{r\theta} = \sigma_{r\theta}^*$), terwyl anisotropie, as funksie van die lokale spingetal S_λ , aanvaar word.

4.5 TOEPASSING IN STERKROTERENDE STRAALVLOEI

As verwysingsvloei-toestande word geval A (Bylae B) gekies wat 'n inlaatspingetal van 3,10 en 'n Reynolds-getal (baseer op inlaatdiameter $2R_1$) van 1685 by 'n werwelgeneratoromwentelingspoed van 150 OPM verteenwoordig. Resultate van numeriese turbulente vloeioplossings met die turbulensiemodelle van die vorige paragraaf, tesame met laminêre oplossings, is vergelyk met eksperimentele LDA-metings by 'n aksiale posisie van $z/(2R_1) = 0,75$ in die werwelkamer van die ekwivalente vloeiopstelling (Figuur 1.3.1).

Die eksperimenteelgemete V_θ -profiel het 'n kenmerkende radiale verdeling wat in die algemeen beskryf kan word as 'n kombinasie van 'n wielrotasie en vrywerwelvloei. Die tangensiale snelheid moet op die simmetrieas en teen die werwelkamerwand nulwaardes aanneem, wat dan tot gevolg het dat 'n wielrotasieverdeling in die omgewing van die hartlyn, en 'n vrywerwilverloop in die res van die vloeiveld onderskeidelik afgedwing word (Figuur 4.5.1).



FIGUUR 4.5.1: TIPIESE TANGENSIALE SNELHEIDSVERDELING IN DIE WERWELKAMER VAN DIE EKSPERIMENTELE OPSTELLING. VIR $r \leq r^*$ WORD 'n GEDWONGEWERWELROTASIE (WIELROTASIE) AFGEDWING TERWYL V_θ 'n VRYWERWELVERLOOP VOLG VIR $r > r^*$.

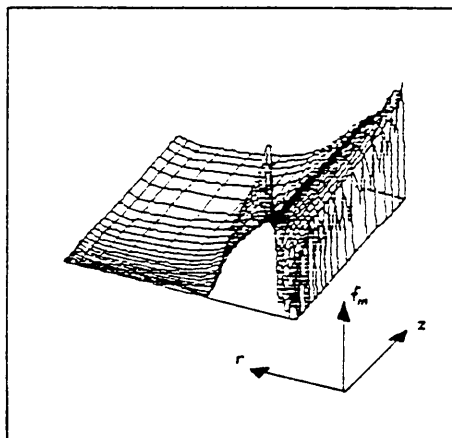
As wegspringplek is die gegewe waardes van die konstantes α_1 , β_1 en γ_1 , soos in Tabela 4.3.2 - 5 aangegee, netso gebruik, terwyl daar vir die onbekende konstantes (soos byvoorbeeld α_δ , die grenslaag-konstante in vergelykings (4.2.6)), arbitrêre waardes aanvaar is. Geen verstelling is aan die universele konstantes van Von Karman (κ) en Van Driest (A) gedoen nie.

Vir elk van die modelle is die konstantes α_1 , β_1 en γ_1 verstel tot dat die beste korrelasie met eksperimentele data verkry is.

Die turbulente $r\theta$ -viskositeit toon 'n sterk afhanklikheid van die menglengtefunksie f_m . Die optimale konstantes in Tabel 4.5.1 is heelwat kleiner as die gepubliseerde waardes en die invloed van λ_m en $\sigma_{r\theta}$ (in (4.2.2) en (4.2.5)) op die viskositeitsberekening is dus baie klein. Ter illustrasie kan gesien word dat die OHL-kromme in Figuur 4.5.3 'n skerp toename het met 'n piek by $r/R_1 = 0,35$, waarna $\mu_{r\theta}$ weer skerp afneem. Hierdie verloop is soortgelyk aan dié van die menglengtefunksie (uit Tabel 4.3.1)

$$f_m = \frac{\partial V}{\partial r} z$$

in Figuur 4.5.2.



FIGUUR 4.5.2: VERDELING VAN DIE MENGLENGTEFUNKSIE f_m IN DIE WERWEL-KAMER SOOS BEREKEN MET BEHULP VAN DIE OHL-MODEL.

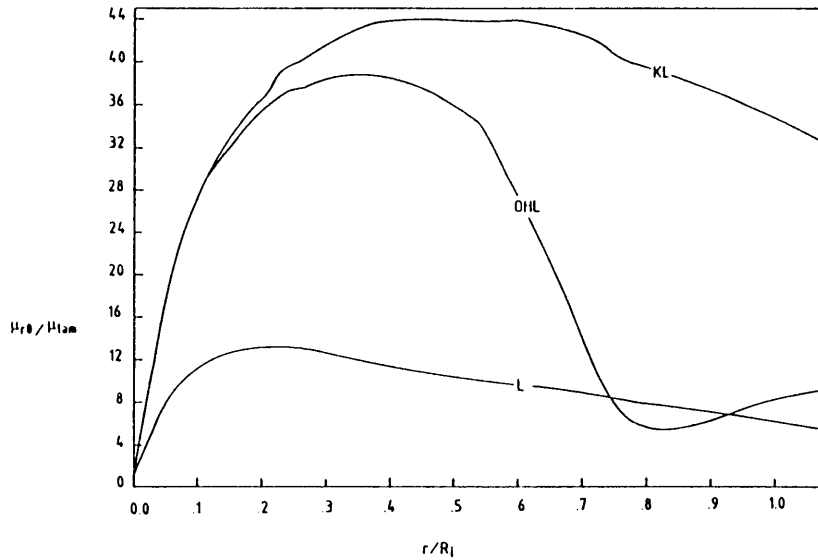
Dieselfde verskynsel is verantwoordelik vir die $\mu_{r\theta}$ -verloop vir beide die KL- en L-modelle in Figuur 4.5.3.

	OHL		KL		L				
	α_1	α_2	β_1	β_2	γ_1	γ_2	γ_3	γ_4	α_δ
Huidige simulاسie (Figure 4.5.3 - 4)	0,08	2,32	0,01	10^{-3}	0,005	0,005	5,0	1,0	0,07
Gepubliseerde data van outeurs	(0,099)	(2,32)	(0,085)	-	(0,08)	(0,048)	(3,0)	(1,0)	-

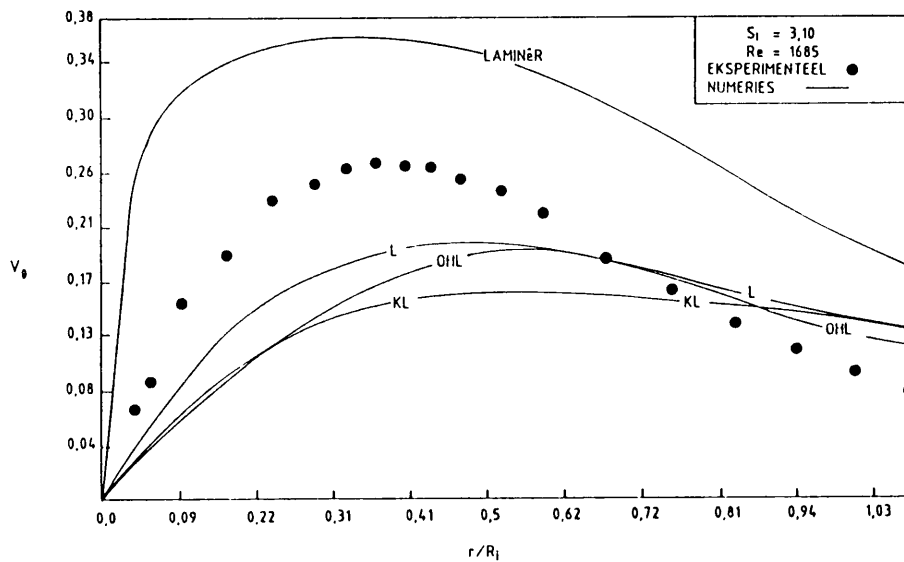
TABEL 4.5.1: WAARDES VAN KONSTANTES IN DIE EERSTE-ORDE TURBULENSIE-MODELLE WAT GEBRUIK WORD IN DIE SIMULASIE VAN STERK-ROTERENDE STRAALVLOEI. DIE OOREENKOMSTIGE DATA VAN DIE OUTEURS (UIT TABELLE 4.3.2 - 5) VERSKYN TUSSEN HAKIES.

Die invloed van die $r\theta$ -viskositeit op die tangensiale snelheidsverdeling kan gesien word in Figuur 4.5.4. Vir $0 \leq r/R_1 \leq 0,3$ is dit duidelik dat beide die OHL- en KL-modelle dieselfde verloop toon vir dieselfde berekende $\mu_{r\theta}$. Die Lilley model toon egter beter korrelasie met eksperimentele data vir 'n laer viskositeit. Mens kan dus verwag dat die orde-grootte van die turbulente viskositeit in hierdie gebied nader aan dié van die L-model moet wees. Hierdie verwagting word bevestig indien gekyk word na die verdeling van $\mu_{r\theta}$ in die gebied $0,3 \leq r/R_1 \leq 0,8$. Vir 'n afname in die OHL-viskositeit neem V_θ ooreenkomstig toe en vergelyk goed met die V_θ -waardes van die L-model, terwyl die teenoorgestelde vir die KL-model geldig is. 'n Tweede verskynsel doen hom voor indien die viskositeitsverdelings in die gebied $r/R_1 \geq 0,8$ vergelyk word. 'n Toename in die OHL-viskositeit het 'n afname in V_θ tot gevolg wat beter korrelasie toon as die ander twee modelle. Dit wil dus voorkom asof 'n toename in viskositeit in die vrywerwvloeigebied gewens is.

Alhoewel die KL-viskositeit in hierdie gebied die hoogste is, is daar egter geen toename, relatief tot kleiner straalwaardes, in $\mu_{r\theta}$ nie.



FIGUUR 4.5.3: BEREKENDE TURBULENTE DIMENSIELOSE $r\theta$ -VISKOSITEIT IN DIE WERWELKAMER VAN DIE STRAALVLOEIOPSTELLING BY 'n AKSIALE POSISIE $z/2R_1 = 0,75$ MET BEHULP VAN VERSKILLENDE EERSTE-ORDE TURBULENSIEMODELLE.



FIGUUR 4.5.4: NUMERIESE SIMULASIE VAN STERKROTERENDE STRAALVLOEI BY VERWYSINGSVLOEI-TOESTANDE IN DIE EKSPERIMENTELE VLOEI-OPSTELLING MET VERSKILLENDE EERSTE-ORDE TURBULENSIEMODELLE VIR ROTERENDE VLOEI. DIE LAMINÊRE VLOEI-OPLOSSING ($\mu_t = 0$ in (4.2.1)) WORD OOK AANGETOON.

Die korrelasie wat die modelle bied met die eksperimentele data kan beskryf word as ontoereikend, en is 'n direkte gevolg van die karakteristieke V_{θ} -verdeling wat inherent 'n kombinasie van twee verskillende vloei velde verteenwoordig. Die gedwongewerwelvloei vereis laer viskositeit (vloei stofpartikels roteer in vaste bane om die hartlyn en wrywingskragte oorheers) as die vrywerwelvloei (vloei erlamina skuif meer geredelik oor mekaar) wat gekenmerk word deur groter momentumuitruiling.

Samevattend kan dus opgemerk word dat eerste-orde turbulensiemodelle vir roterende vloei swak resultate lewer in numeriese vloeioplossings van sterkroterende straalvloei, wat 'n direkte gevolg is van die komplekse aard van die vloei veld.

HOOFSTUK 5

'n EERSTE-ORDE TURBULENSIEMODEL VIR STERKROTERENDE STRAALVLOEI

5.1 INLEIDING

Indien die resultate van die eerste-orde turbulensiemodelling in sterkroterende vloei van die voorafgaande hoofstuk as maatstaf geneem word, sal die afleiding gemaak kan word dat hoërorde modellering die logiese antwoord vir vloei-simulasies van hierdie aard is. Neem mens egter die feit in ag dat die vloei-toestande, met onlangse eksperimentele en numeriese studies in hierdie veld [4] as norm, uniek is, bestaan geen waarborg dat hoërorde turbulensiemodelle wel beter sal vaar nie. Sloan *et al* [4] rapporteer spingetalle (S_1) in onsamedrukbare vloei van hoogstens 0,375, terwyl die rotasie-intensiteit van die eksperimentele vloeiopstelling in Bylae B 'n faktor ses tot tien keer hoër is.

In hierdie hoofstuk word 'n eerste-orde model, baseer op die Lilley model (Hoofstuk 4), voorgestel en getoets in sterkroterende straalvloei by die verwysingsvloei-toestande (geval A, Bylae B).

5.2 FORMULERING EN MOTIVERING

Die model van Lilley [4]

$$\lambda_m = (\gamma_1 + \gamma_2 S_\ell) R_\ell \quad (5.2.1)$$

$$f_m = \left\{ 2 \left(\frac{\partial V_z}{\partial z} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial V_r}{\partial r} \right)^2 + 2 \left(\frac{V_r}{r} \right)^2 + \left(\frac{\partial V_z}{\partial r} + \frac{\partial V_r}{\partial z} \right)^2 + \left[r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{V_\theta}{r} \right) \right]^2 + \left(\frac{\partial V_\theta}{\partial z} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}}$$

$$\sigma_{r\theta} = \gamma_3 + \gamma_4 S_\ell^{1/3} \quad (5.2.2)$$

word gebruik as basis vir die ontwikkeling van 'n toepaslike turbulensiemodel vir sterkroterende straalvloei, en wel om die volgende redes:

- (i) Die model bied die beste korrelasie met eksperimentele data en word oorspronklik voorgestel [5] vir roterende straalvloei.
- (ii) Die model is relatief eenvoudig aangesien geen spesiale voorsiening gemaak word vir grenslaagvloei nie.

Die volgende moontlike tekortkominge in die model word, na aanleiding van die sterkroterende geaardheid van die vloei wat in hierdie studie simuleer word, geïdentifiseer:

- (a) Die faktor R_λ (uit Tabel 4.3.2) in die menglengteformule-ring is slegs afhanklik van V_z en neem regdeur die vloeiveld, behalwe direk by die werwelkamerinlaat, 'n konstante waarde aan. Hierdie waarde is ongeveer gelyk aan die karakteristieke straal R_k as gevolg van die lae V_z -snelheid teen die werwelkamerwand.
- (b) Die lokale spingetal S_λ (uit Tabel 4.3.2) is slegs z -afhanklik en neem 'n konstante waarde aan vir alle radiale straalwaardes by 'n spesifieke z -stasie. Die menglengte, en gevolglik ook die turbulente viskositeit, is dus ongeveer vir die radiale afhanklikheid van V_θ (sien Figuur 4.5.1).

Uit hoofde van bogenoemde rede (a), kan die vloei-afhanklike veranderlike R_λ vervang word met die geometrie-afhanklike konstante R_k .

5.2.1 'n Knooppuntspingetal vir sterkroterende straalvloei

As gevolg van die hoë inlaatspin, is beide die menglengte en die Prandtl-Schmidt-getal, as gevolg van die hoë lokale spingetal S_λ ,

baie hoog. 'n Onafhanklike variasie van γ_1 en γ_2 in (5.2.1) of γ_3 en γ_4 in (5.2.2) het dus weinig invloed op die tangensiale snelheidsverdeling. Om hierdie rede word hierdie onderskeie konstantes vervat in 'n enkele konstante en vervang α_1 vir γ_1 en γ_2 in (5.2.1) en α_2 vir γ_3 en γ_4 in (5.2.2). Verder word, uit hoofde van bogenoemde rede (b), 'n lokale knooppuntspingetal gedefinieer

$$S_p = \frac{1}{n} [\ell^N_S N + \ell^S_S S + \ell^O_S O + \ell^W_S W + S_p^P] \quad (5.2.3)$$

wat die rotasie-intensiteit van die vloeï lokaal by 'n roosterpunt in die aksiale- en radiale rigtings in ag neem, en S_ℓ vervang in (5.2.1) en (5.2.2). Die boskifte N, S, O, W dui op roosterpunte noord, suid, oos en wes aan die ij-de roosterpunt P in die oplossingsrooster. Die skaalfaktor ℓ^i en spingetal S_p^i word as volg onderskeidelik definieer (Figuur 5.2.1):

$$\ell^N = \Delta r^S / \Delta r^N$$

$$\ell^S = 1 / \ell^N$$

$$\ell^O = \Delta z^W / \Delta z^O$$

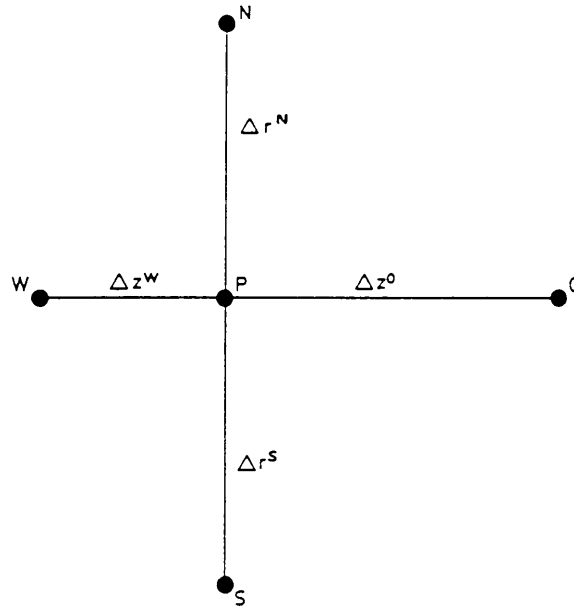
$$\ell^W = 1 / \ell^O$$

en

$$S_p^i = \begin{cases} v_\theta^i / v_z^i & \text{as } v_z^i \neq 0 \\ 0 & \text{as } v_z^i = 0 \end{cases}$$

met n die aantal roosterpunte waar $v_z^i \neq 0$. Die aksiale en radiale spasiëring van roosterpunte in die oplossingsrooster is van so 'n aard [21] dat

$$2/3 < \ell^i < 3/2.$$



FIGUUR 5.2.1: NOTASIE VIR DIE KNOOPPUNTSPINGETAL S_p .

Die menglengte en Prandtl-Schmidt-getal word dus onderskeidelik herformuleer as

$$\lambda_m = \alpha_1(1 + S_p)R_k \quad (5.2.4a)$$

$$\sigma_{r\theta} = \alpha_2(1 + S_p^{1/3}) \quad (5.2.4b)$$

Die resultaat van die formulering ($\alpha_1 = 1/300$ en $\alpha_2 = 8/10$) word getoon in Figuur 5.2.5, kromme A. Die wielrotasieverloop van V_θ korreleer goed met eksperimentele waardes by klein straalwaardes, maar die piekwaarde en vrywerwerverloop is te hoog.

5.2.2 Viskositeitberekening vir vrywerwelvloei

Uit die vorige paragraaf kan afgelei word dat die berekening van die turbulente $r\theta$ -viskositeit

$$\mu_{r\theta} = \rho l^2 f / \sigma_{r\theta}$$

in die vrywerwelgebied te laag is (sien paragraaf 4.5). Om hierdie rede word die Prandtl-Schmidt-getal herdefinieer as

$$\sigma_{r\theta} = \alpha_2 (1 + S_P^{1/3}) / f(r) \quad (5.2.5)$$

$$\text{met } f(r) = \begin{cases} 1 & \text{indien } r < r^* \\ \frac{1}{\beta_1 \sqrt{2\pi}} \exp[-(1/2\beta_1^2)(r - \beta_2)^2] & \text{indien } r > r^* \end{cases} \quad (5.2.6)$$

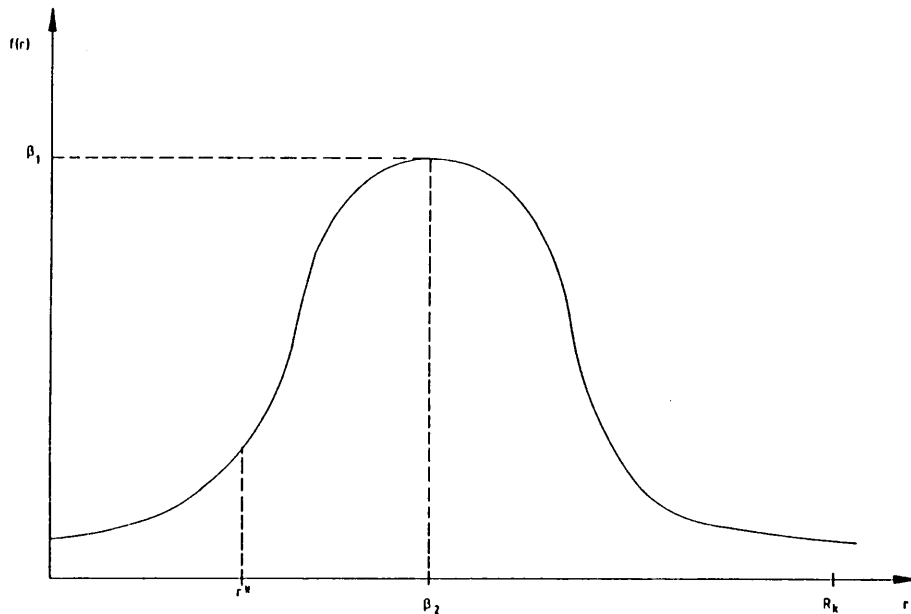
Die parameter r^* tref 'n onderskeid tussen die wielrotasie- en vrywerwelvloeigebiede. Na aanleiding hiervan kan die Prandtl-Schmidt-getal gedefinieer word as

$$\sigma_{r\theta} = \begin{cases} \sigma_{GW} & \text{indien } r < r^* \\ \sigma_{VW} & \text{indien } r > r^* \end{cases} \quad (5.2.7)$$

waar die voetskrifte 'GW' en 'VW' onderskeidelik dui op wielrotasie (gedwongewerwel) en vrywerwel.

Die keuse van die funksie $f(r)$ ('n tipiese Gauss-normaalverdelingskromme vir $r > r^*$) kan as arbitrêr beskou word in die sin dat dit slegs dien om $\mu_{r\theta}$ in die vrywerwelgebied te verhoog, en dat dit, via die konstantes β_1 , 'n groot mate van verstelling aan $\sigma_{r\theta}$ toelaat om by spesifieke vloeitoestande aan te pas.

Met die konstantes β_1 en β_2 kan die piekhoogte en die radiale piekposisie van $f(r)$ onderskeidelik manipuleer word (sien Figuur 5.2.2).



FIGUUR 5.2.2: 'n GAUSS-NORMAALVERDELINGSKROMME. DIE MAKSIMUM FUNKSIEWAARDE $f_{\text{maks}} = f(\beta_2) = 1/\beta_1\sqrt{2\pi}$ KOM BY DIE HELFTE VAN DIE WERWELKAMERSTRAAL VOOR.

Die konstante β_1 was op hierdie stadium van die modellering totaal onbekend, terwyl aanvaar is dat beide β_2 en r^* wel begrens is:

$$0 \leq r^* \leq R_k$$

$$r^* \leq \beta_2 \leq R_k.$$

As wegspringplek vir die optimering van hierdie konstantes is die piekposisie β_2 arbitrêr gekies by 'n radiale posisie halfpad tussen die hartlyn en die rompstraal (Figuur 5.2.2), dit wil sê

$$\beta_2 = \frac{1}{2}R_k$$

terwyl $r^* = 2R_k \frac{V_{\theta_{\text{piek}}}}{V_{\theta_{\text{piek}}}} \approx \frac{1}{2}R_k.$

Die waarde van r^* is geneem as twee keer die straal waar die eksperimentele V_θ -snelheid 'n piek bereik ($R_{V_{\theta\text{piek}}}$) sodat die hoër viskositeit wat in die vrywerwelgebied bereken word, 'n minimum invloed op die tangensiale snelheid se wielrotasieverdeling het.

Vervolgens is die ordegrootte van die konstante β_1 bepaal. Uit die resultate wat verkry is met die viskositeitsberekening met behulp van (5.2.4) (kromme A in Figuur 5.2.6), kan 'n ondergrens vir β_1 bepaal word. Indien aanvaar word dat

$$(\mu_{r\theta})_{\text{ondergrens}} > (\mu_{r\theta})_A,$$

waar die voetskrifte 'ondergrens' dui op die viskositeit wat bereken word met behulp van die ondergrens van β_1 en 'A' dui op resultate wat verkry is uit die viskositeitsberekening met (5.2.4), is dit duidelik uit (5.2.6) dat

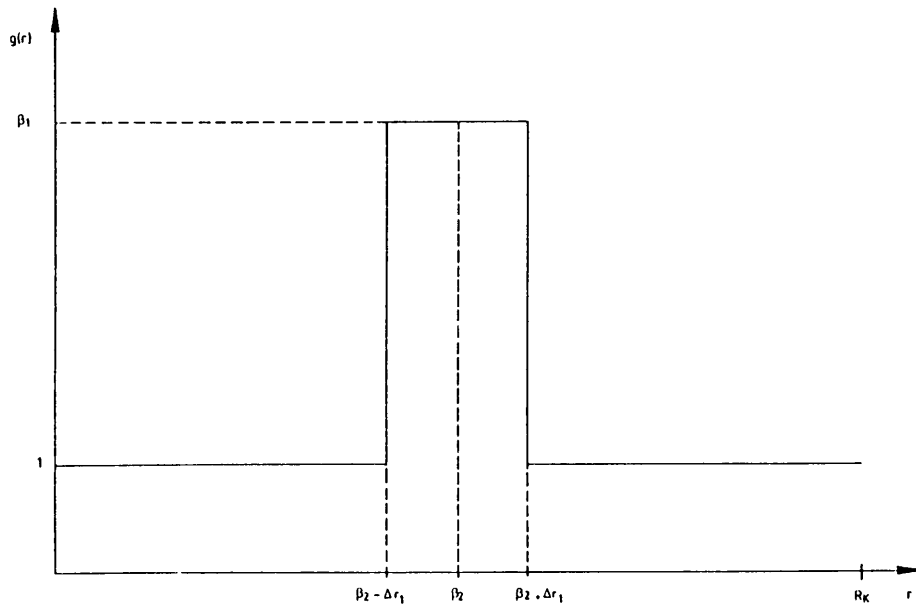
$$f(\beta_2) = \frac{1}{\beta_1 \sqrt{2\pi}} > 1 \text{ vir } r > r^*$$

of $\beta_1 < 0,3989$.

Die funksie $f(r)$ is vervolgens benader met 'n trapfunksie (Figuur 5.2.3)

$$g(r) = \begin{cases} \frac{1}{\beta_1 \sqrt{2\pi}} & \text{vir } |r - \beta_2| < \Delta r_1 \\ 1 & \text{andersins vir } 0 < r < R_k \end{cases} \quad (5.2.8)$$

met $\Delta r_1 = 20 \text{ mm} = 0,2 R_k$.



FIGUUR 5.2.3: BENADERING VAN DIE FUNKSIE $f(r)$ (FIGUUR 5.2.2) MET BEHULP VAN 'n TRAPFUNKSIE VIR DIE AFSKATTING VAN DIE KONSTANTE β_1 .

Vervolgens is die turbulente viskositeit met behulp van (5.2.6) en (5.2.8) bereken vir progressief toenemende β_1 onderhewig aan

$$V_{\theta \text{ num}} \leq V_{\theta \text{ eksp}} \text{ vir } r \geq R_{V_{\theta \text{ piek}}} \quad (5.2.9)$$

Hierdie voorwaarde is bevredig vir

$$\frac{1}{\beta_1 \sqrt{2\pi}} \geq 30$$

of $\beta_1 \leq 0,0133, \quad (5.2.10)$

en dui daarop dat

$$\left(\mu_{r\theta}\right)_{VW} \approx 30 \left(\mu_{r\theta}\right)_A \text{ vir } |r - \beta_2| \leq \Delta r_1.$$

Tydens die optimering van die parameters β_1 , β_2 en r^* , onderhewig aan voorwaardes (5.2.9) en

$$\mu_{r\theta} \approx (\mu_{r\theta})_A \quad \text{vir } |r - r^*| < \Delta r_2 \quad (5.2.11)$$

waar $\Delta r_2 = 6 \text{ mm} = 0,06 R_k$,

is twee van die parameters om die beurt vasgehou, en die derde varieer. Hierdie proses is herhaal totdat die beste korrelasie met eksperimentele data verkry is.

Die optimale waardes vir β_2 en r^* (onderskeidelik $0,525 R_k$ en $0,253 R_k$) dui op 'n goeie keuse vir hierdie beginwaardes ($0,5 R_k$ en $0,25 R_k$) maar dié vir β_1 is ongeveer 25 % kleiner ($0,0102$ teenoor $0,0133$). Dit is egter te wagte as gevolg van die meer kontinue radiale verdeling van $\mu_{r\theta}$ in teenstelling met die growwe benadering van die funksie $g(r)$ (Figuur 5.2.3), en impliseer dat

$$\begin{aligned} (\mu_{r\theta})_{\text{VW}} &= \frac{1}{\beta_1 \sqrt{2\pi}} (\mu_{r\theta})_A \\ &\approx 40 (\mu_{r\theta})_A \quad \text{by } r = \beta_2. \end{aligned}$$

'n Formele optimeringstegniek soos dié van Nelder en Mead [37] het slegs konvergeer indien die parameters reeds na aan die optimumwaardes was. Die rede hiervoor kan moontlik gevind word in die kompleksiteit van die doelfunksie, in hierdie geval die numeriese model.

Die informele, empiriese metode van optimering tydens turbulensiemodellering, soos beskryf in hierdie paragraaf, berus grotendeels op intuïsie en is, na die skrywer se mening, tydbesparend. Die metode van Nelder en Mead lei uiteindelik tot beter akkuraatheid (korrelasie) maar is oorbodig aangesien die parameters in ieder geval in die modelleringsproses, in 'n mindere mate aangepas en verstel word om by verskillende vloeitoestande aan te pas. 'n Voorbeeld hiervan is die konstantes β_2 en r^* , wat op hierdie stadium, met 'n klein verlies aan korrelasie maar vir eenvoud ten opsigte van formulering van die model, gelyk gestel word aan die beginwaardes.

Krommes B in Figure 5.2.5 - 6 is die resultaat van simulاسie met behulp van die konstantes

$$\begin{aligned}\beta_1 &= 0,0102 \\ \beta_2 &= 0,5 R_k \\ r^* &= 0,25 R_k\end{aligned}$$

en is verteenwoordigend van die invloed van die funksie $f(r)$ in (5.2.6) op die tangensiale snelheid en die viskositeit. Indien krommes A en B in Figuur 5.2.5 vergelyk word, is dit duidelik dat 'n verhoging van die $r\theta$ -viskositeit in die vrywerwelgebied (Figuur 5.2.6), soos verwag, die gewenste uitwerking het en tot gevolg het dat die tangensiale snelheid 'n vrywerwelverloop in hierdie gebied aanneem.

5.2.3 Verfyning van die model

Op hierdie stadium van ontwikkeling van die turbulensiemodel blyk dit uit die resultate van die vorige twee paragrawe dat die turbulensiemodel as integrale deel van die numeriese model, die belangrikste elemente bevat om turbulente, sterkroterende straalvloeit te kan simuleer. Daar kan dus voortgegaan word met 'n proses van verfyning van die model.

As uitgangspunt is besluit om enige verdere modifikasies wat nodig mag wees, so ver moontlik te beperk tot vloeit- en geometrie-afhanklike parameters om sodoende die aantal optimeerbare konstantes tot 'n minimum te beperk.

Uit die krommes A en B in Figure 5.2.5 - 6 is 'n duidelike tendens waarneembaar. Die tangensiale snelheid is onderskeidelik hoër (kromme A) en laer (kromme B) as die eksperimentele waardes, dit wil sê

$$\langle v_{\theta} \rangle_A > v_{\theta \text{eksp}}$$

en $\langle v_{\theta} \rangle_B \leq v_{\theta \text{eksp}}$

vir $0 \leq r/R_i \leq 1,1.$

Dit kan dus verwag word dat die turbulente $r\theta$ -viskositeit wat die beste korrelasie met die eksperimentele data bied heel moontlik waardes sal aanneem tussen die ooreenkomstige viskositeitkrommes (A en B in Figuur 5.2.6). Hierdie afleiding word dus as norm vir viskositeitberekening gestel in die proses van verfyning van die model.

In 'n poging om die viskositeit te verlaag (kromme B Figuur 5.2.6) is die karakteristieke straal R_k in die menglengte vervang met $(R_k - r)$ sodat

$$\lambda_m = \alpha_1(1 + S_p)(R_k - r). \quad (5.2.12)$$

Die menglengte, en dus ook μ_{rz} , word dus kleiner soos r toeneem. Die effek wat dit meebring is fisies verantwoordbaar in die sin dat die grootte van die energiedraende werwels nader aan vaste wande kleiner word en oorgaan tot semilaminêre vloei [14]. Hierdie modifikasie het egter tot gevolg dat die $r\theta$ -viskositeit dieselfde gedrag openbaar, wat ongewens is in die vrywerwelgebied. Eksperimenteel is egter bepaal dat hierdie effek neutraliseer kan word deur $\mu_{r\theta}$ te vermenigvuldig met die faktor $R_k/(R_k - r)$, 'n linêere toename vir toenemende r . Dit word op die volgende wyse vervat in die Prandtl-Schmidt-getal

$$\sigma_{r\theta} = \alpha_2 \left(1 + S_p^{1/3} \left(\frac{R_k - r}{R_k} \right) \right) / f(r). \quad (5.2.13)$$

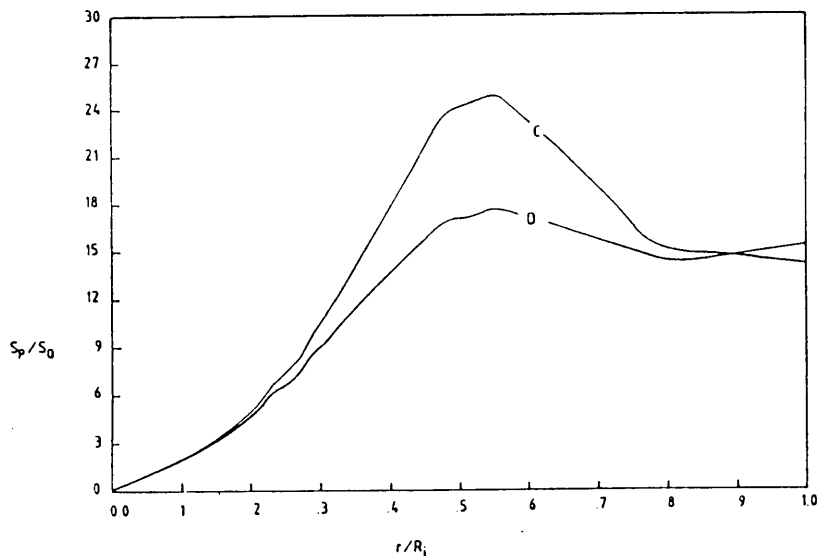
In Figure 5.2.5 - 6 (krommes C) kan gesien word dat hierdie geometriese toevoegings tot die model die gewenste effek het en die $r\theta$ -viskositeit verlaag sonder om die karakteristieke verdeling wat met die vorige formulering (5.2.5 - 6) verkry is (kromme B), te versteur. Die berekende V_θ -waardes in die omgewing van $V_{\theta\text{maks}}$ is egter nog te hoog. By nader ondersoek is gevind dat die menglengte asook die knooppuntspingetal (5.2.3) in die gebied

$$0,1 < r/R_i < 0,8$$

'n soortgelyke piek vorm (Figuur 5.2.4, kromme C) as die V_θ -profiel. Damping van hierdie piek (Figuur 5.2.4, kromme D) in die menglengte met behulp van 'n magsverheffing van S_p

$$\lambda_m = \alpha_1(1 + S_p^a)(R_k - r), \quad 0 < a < 1 \quad (5.2.14)$$

het 'n resulterende damping in die V_θ -profiel tot gevolg.



FIGUUR 5.2.4: RADIALE VERLOOP VAN DIE DIMENSIELOSE KNOOPPUNTS-
 SPINGETAL S_p/S_0 VIR NUMERIESE VLOEIOPLOSSINGS MET
 $a = 1$ (KROMME C) EN $a = 1/5$ (KROMME D) IN (5.2.14).

Die laer viskositeit wat dit as gevolg van die kleiner menglengte tot gevolg het, is verhoog met 'n groter waarde vir die konstante α_1 (in (5.2.14)) sodat die vrywerwelviskositeit (Figuur 5.2.6, kromme D) ongeveer dieselfde was as vir kromme C (in dieselfde figuur). Resultate wat goeie korrelasie bied (kromme D in Figuur 5.2.5) is verkry met

$$a = 1/5$$

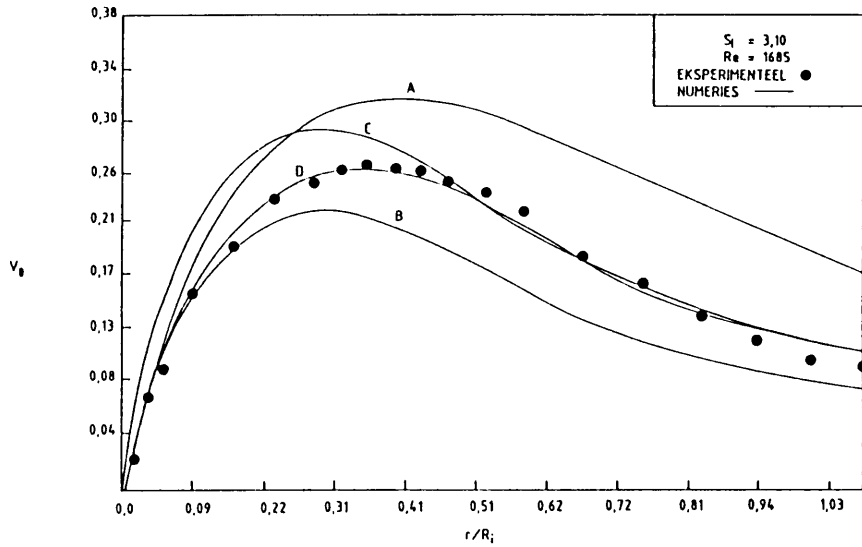
en $\alpha_1 = 0,005$.

5.2.4 Opsommende resultate

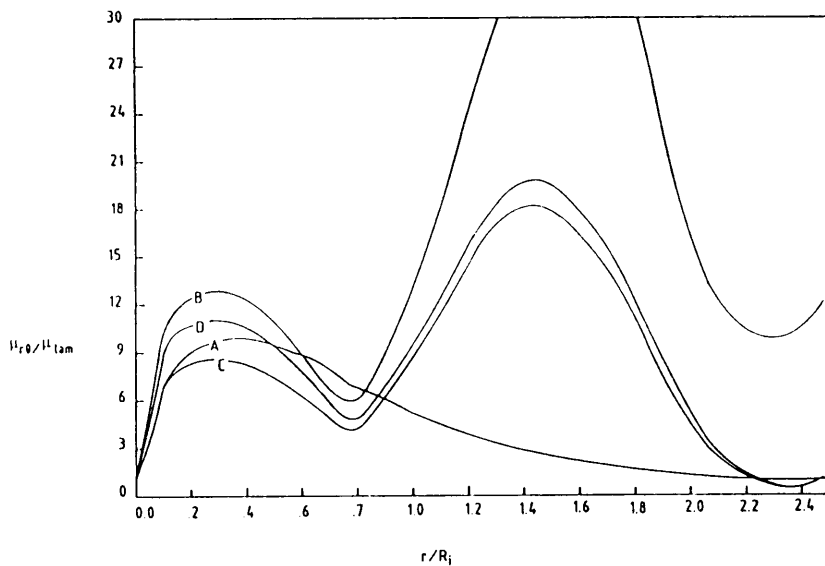
Die modelleringsproses en verfyning van die turbulensiemodel, asook die resultate word ten slotte uiteengesit in Tabel 5.2.1 en Figure 5.2.5 - 6:

KROMME	λ_m	$\sigma_{r\theta}$
A	$\alpha_1(1 + S_p)R_k$	$\alpha_2(1 + S_p^{1/3})$
B		$\alpha_2(1 + S_p^{1/3})/f(r)$
C	$\alpha_1(1 + S_p)(R_k - r)$	$\alpha_2(1 + S_p^{1/3}(\frac{R_k - r}{R_k}))/f(r)$
D	$\alpha_1(1 + S_p^{1/5})(R_k - r)$	
OPMERKINGS S_p die knooppuntspingetal (5.2.3) R_k die werwelkamerstraal (100,5 mm) $\alpha_1 = \begin{cases} 0,0033 & \text{vir krommes A, B en C} \\ 0,0050 & \text{vir kromme D} \end{cases}$ $\alpha_2 = 0,8$ $f(r)$ die vrywerwelfunksie (5.2.6) met $\beta_1 = 0,0102$ $\beta_2 = 0,5 R_k$ $r^* = 0,25 R_k$		

TABEL 5.2.1: PROGRESSIEWE MODELLERING EN VERFYNING VAN DIE TURBULENSIEMODEL VIR STERKROTERENDE STRAAL-VLOEI.



FIGUUR 5.2.5: BEREKENDE TANGENSIALE SNELHEIDSPROFIELE IN DIE WERWELKAMER VAN DIE STRAALVLOEIOPSTELLING BY 'n AKSIALE POSISIE $z/2R_i = 0,75$ MET BEHULP VAN VERSKILLENDE EERSTE-ORDE TURBULENSIEMODELLE SOOS UITEENGESIT IN TABEL 5.2.1.



FIGUUR 5.2.6: BEREKENDE TURBULENTE DIMENSIELOSE $r\theta$ -VISKOSITEIT IN DIE WERWELKAMER VAN DIE STRAALVLOEIOPSTELLING BY 'n AKSIALE POSISIE $z/2R_i = 0,75$ MET BEHULP VAN VERSKILLENDE EERSTE-ORDE TURBULENSIEMODELLE SOOS UITEENGESIT IN TABEL 5.2.1.

5.3 SAMEVATTING

'n Eerste-orde turbulensiemodel is voorgestel vir sterkroterende straalvloei en lewer by die verwysingsvloeitoestande superieure resultate relatief tot die modelle van Okhio et al [27], Koosinlin et al [25] en Lilley [5] in Hoofstuk 4. Die doeltreffendheid van die voorgestelde model, gemeet aan kriteria soos uiteengesit in Hoofstuk 1, moet egter nog bepaal word.

HOOFSTUK 6

EVALUASIE VAN DIE VOORGESTELDE TURBULENSIEMODEL

6.1 INLEIDING

Die empiriese aard van eerste-orde turbulensiemodellering vereis 'n kritiese beoordeling van die voorgestelde model. Vir hierdie doel word die model in hierdie hoofstuk toegepas en evalueer by verskillende vloeitoestande in sterkroterende straalvloei.

6.2 STERKROTERENDE STRAALVLOEI

Die turbulensiemodel is spesifiek vir vloeisimulasies in sterkroterende straalvloei ontwikkel en word dus binne die toepassingsveld, met behulp van variasies in beide die Reynolds-getal en werwelgeneratoromwentelingspoed (gevalle B - D in Bylae B), onderwerp aan rotasie-intensiteite 28 % laer en tot 20 % hoër as die verwysingsvloeitoestande (geval A). Vir hierdie doel word die konstante α_2 in die formulering van die Prandtl-Schmidt-getal (5.2.13) 'n funksie van die lokale spingetal (4.4.1) by die werwelkamerinlaat ($z=0$), sodat

$$\alpha_2 = 0,9S_o.$$

Ter wille van volledigheid word die voorgestelde turbulensiemodel uiteengesit:

$$l_m = \alpha_1(1 + S_p^{1/5})(R_k - r) \quad (6.2.1)$$

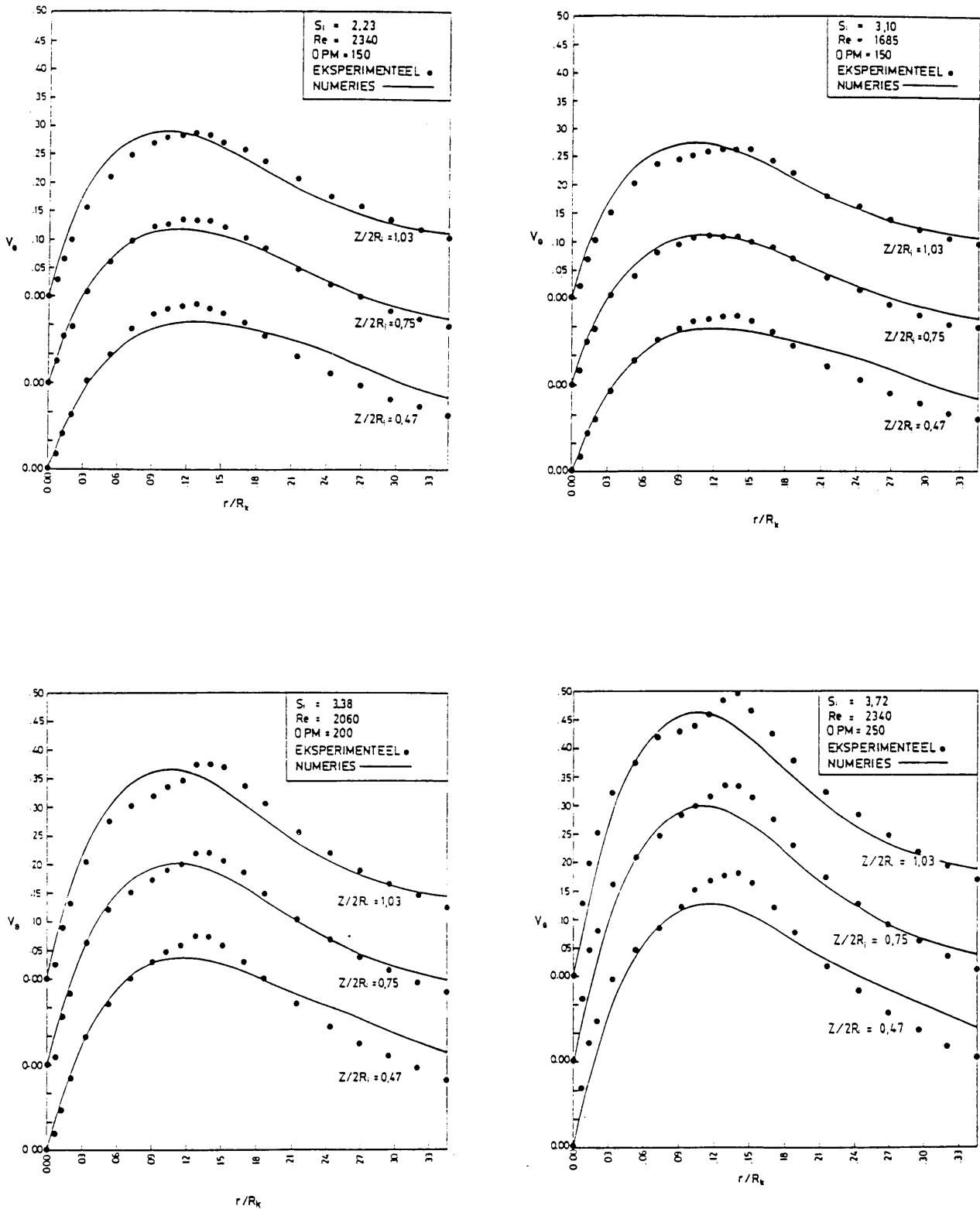
$$\sigma_{r\theta} = \alpha_2 S_o \left(1 + S_p^{1/3} \left(\frac{R_k - r}{R_k}\right)\right) / f(r) \quad (6.2.2)$$

met $f(r) = \begin{cases} 1 & \text{vir } r < r^* \\ \frac{1}{\alpha_3 \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2\alpha_3^2}(r - 2r^*)^2\right] & \text{vir } r > r^* \end{cases}$

waar $\alpha_1 = 0,005$
 $\alpha_2 = 0,9$
 $\alpha_3 = 0,0102$
 $r^* = 0,25 R_k.$

Verklaring van die onderskeie veranderlikes en parameters kan gevind word in die vorige hoofstuk (Tabel 5.2.1).

Die tangensiale snelheidsverdeling word by drie aksiale z-stasies binne die werwelkamer vergelyk met eksperimentele data (Figuur 5.2.1), die norm waaraan die akkuraatheid van 'n model gemeet kan word. Figuur 5.2.1(a) toon resultate wat by 'n inlaatspingetal van 2,23 (goeie korrelasie) verkry is, terwyl die verwysingsresultate (Figuur 5.2.1(b)), vir vergelykingsdoeleindes, ook ingesluit is. Numeriese oplossings by 'n hoër spingetal ($S_1 = 3,38$ en $3,72$) toon effens swakker korrelasie, maar die tendense, goed gedefinieerde vrywerwel/wielrotasiegebiede en toenemende $V_{\theta\text{maks}}$ met toenemende spin, word goed voorspel.



FIGUUR 5.2.1: NUMERIESE SIMULASIE VAN STERKROTERENDE STRAALVLOEI: TANGENSIALE SNELHEIDSVERDELINGS BY DRIE VERSKILLENDE AKSIALE POSISIES IN DIE WERWELKAMER VIR PROGRESSIEF TOENEMENDE SPINGETAL.

Uit die resultate is dit egter duidelik dat twee van die karakteristieke eienskappe van die eksperimentele profiele nie bevredigend simuleer word nie, naamlik

- (i) Die vrywerwerverloop vir $r/R_k > 0,18$ by die z -stasie naaste aan die inlaat ($z/(2R_1) = 0,47$) is onaanvaarbaar hoog, en toe te skryf aan die feit dat die model nie in staat is om naby die inlaatgebied, met sy hoë snelheidsgradiënte, die korrekte turbulente viskositeit te bereken nie.
- (ii) By hoë spingetalle ($S_1 > 3,38$) word die neiging van die profiele om af te plat en twee pieke te vorm (sien Bylae C) nie korrek voorspel nie.

Beide hierdie tekortkominge spruit uit die feit dat eerste-orde modelle nie die generasie, dissipasie, konveksie of diffusie van turbulente energie in ag te neem nie, en hierdie tendense moeilik op 'n empiriese wyse in die model ingebou kan word sonder om dit verder te kompliseer. Die vraag ontstaan ook of die addisionele insette ten opsigte van empiriese eerste-orde modellering werklik die hoër akkuraatheid regverdig.

6.3 ROTERENDE PYPVLOEI

Eerste-orde turbulensiemodelle neem nie die transporteienskappe van turbulensie in ag nie en is, as gevolg van die formulering (sien byvoorbeeld Tabela 4.4.2 - 3), baie geometrie-afhanklik. 'n Verandering in beide die vloeitoestande en geometrie is dus 'n strawwe toets van die universaliteit van enige eerste-orde model (soos gesien kan word in Hoofstuk 4).

Simulasie van roterende turbulente pypvloei met die turbulensiemodel (6.2.1 - 2) lewer dan ook baie swak korrelasie met eksperimentele data uit [6]. In vergelyking met die sterkroterende geaardheid van die straalvloei wat in hierdie studie simuleer word en waarop die turbulensiemodel geskoei is, is die spingetalle wat in roterende pypvloei met konstante deurvloei-area voorkom, baie laag. Dit het

tot gevolg dat die berekende turbulente viskositeite met behulp van (6.2.1 - 2) dus so laag is dat

$$\mu_{\text{eff}} \approx \mu_{\text{lam}}$$

Die model is dus nie universeel ten opsigte van geometrieveranderinge nie.

6.4 EVALUASIE

Die voorgestelde model word aan die hand van voorafgaande resultate en kriteria soos uiteengesit in Hoofstuk 1 as volg evalueer:

(i) Ekonomie

Die ekonomie ten opsigte van rekentyd van eerste-orde turbulensiemodelle is onbetwisbaar aangesien geen addisionele parsieële differensiaalvergelykings opgelos word nie. Die voorgestelde model bevat drie optimeerbare empiriese konstantes. Met die modelle vir roterende vloei van Hoofstuk 4 (OHL, KL en L) as maatstaf, is dit duidelik dat tyd wat aan hierdie aspek spandeer word, nie die norm oorskrei nie.

(ii) Akkuraatheid

Akkuraatheid (met die twee negatiewe aspekte soos bespreek in paragraaf 6.2 in ag genome) is voldoende om die belangrikste eienskap van sterkroterende straalvloei in hierdie studie, die tangensiale snelheidsverdeling, bevredigend te beskryf. In hierdie opsig oorskadu die voorgestelde model die OHL-, KL- en L-modelle (Hoofstuk 4).

(iii) Universaliteit

Die voorgestelde model word, soverre dit verskillende vloeitoestande in sterkroterende straalvloei aan betref, as universeel beskou. Getrou aan die aard van eerste-orde

modellering, faal dit egter indien 'n vloeitoestand- sowel as geometrieverandering teweeg gebring word. Ter versagting kan egter bygevoeg word dat dié 'n eienskap is wat geen turbulensiemodel (van enige klas) hom tans kan toedig nie.

6.5 SAMEVATTING EN VOORUITSKOUING

Die voorgestelde eerste-orde turbulensiemodel kan met vertroue toegepas word in simulاسie van vloeiprobleme binne die grense, ten opsigte van klas en toestande, soos beskryf in Bylae B. In die lig hiervan is die doel van die studie bereik.

Die belangrikste uitvloeisel van hierdie studie is die feit dat 'n 'hoër orde' van viskeuse anisotropie (veral in dominante vloeirigtings) in eerste-orde modellering, as plaasvervanger vir hoërorde modellering in komplekse vloei kan dien, met die tegepaardgaande voordele van veral ekonomie en eenvoud van implementasie. Vir die ingenieur of navorser wat sou belangstel in relatief 'vinnige' resultate in 'n beperkte klas van probleme, kan hierdie beginsel met vrug toegepas word.

BYLAE A

NUMERIESE EKSPERIMENTELE BEPALING VAN 'n OPTIMALE TYDSTAPGROOTTE VIR
TURBULENTE VLOEIOPLOSSINGS

1. INLEIDING

Die tydsoortige metode wat by die oplos van die vortisiteitsvergelyking gebruik word (sien Hoofstuk 3) noodsaak die bepaling van 'n optimum tydstepgrootte om vir 'n vaste aantal tydsteppe (iterasies) voldoende konvergensie van die globale oplossing te verkry. Uit 'n ekonomiese oogpunt is besluit op 300 tydsteppe, wat 'n SVE-tyd van net minder as vyf minute verteenwoordig het.

2. VOORWAARDES VIR GESTADIGDE TURBULENTE VLOEIOPLOSSINGS

'n Globale konvergensieparameter F_G word gebruik in die iteratiewe oplossingsiklus van die numeriese model, en gegee [15] as:

$$F_G = \frac{1}{5} [F_{V_z} + F_{V_r} + F_{V_\theta} + F_\psi + F_\omega] \quad (\text{A.2.1})$$

waar $F_\phi = \left| \frac{S_k(\phi) - S_{k+1}(\phi)}{S_k(\phi)} \right|$ die relatiewe verskil tussen die k -

en $(k+1)$ -de iterasies van die som van elk van die afhanklike veranderlikes

$$\phi = V_z, V_r, V_\theta, \psi \text{ of } \omega$$

verteenwoordig, en

$$S_k(\phi) = \sum_{ij} \phi_{i,j}^k$$

Bo en behalwe die globale konvergensiekriterium vir laminaêre vloeio oplossings wat deurentyd bevredig moet word, is vir die doel van hierdie ondersoek (in die konteks van optimering van 'n turbulensiemodel) gekyk na die volgende kriteria:

- (i) Die som van die relatiewe verskil tussen numeriesberekende turbulente V_{θ} -profile en eksperimenteelgemete data by spesifieke z-stasies (bepaal met behulp van die wortel van die gemiddelde kwadratiese afwyking)

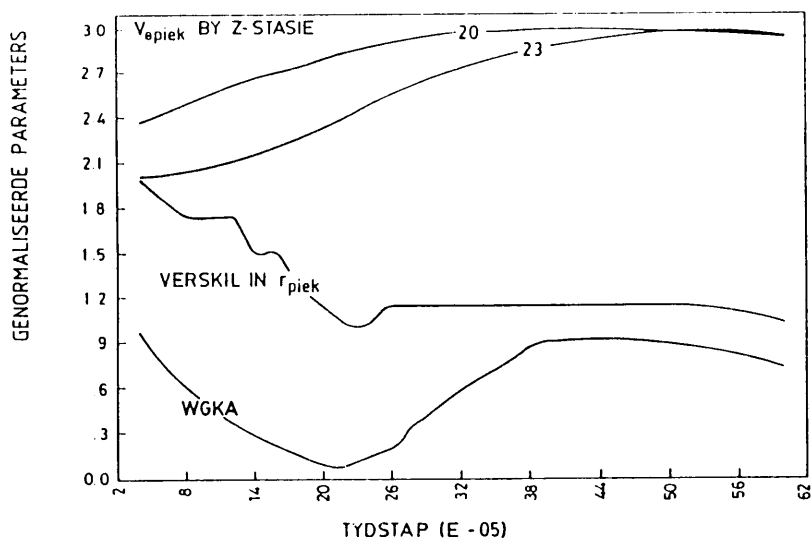
$$WGKA = \left[\frac{\sum_{i=1}^N (v_{\theta i}^{eksp} - v_{\theta i}^{num})^2}{N} \right]^{\frac{1}{2}}$$

met N die aantal datapunte,

- (ii) Die som van die relatiewe verskil tussen die numeriese- en eksperimentele straalwaardes (r_{piek}) waar die maksimum V_{θ} -waarde ($v_{\theta piek}$) voorkom, en
- (iii) Die $v_{\theta piek}$ -waarde by sodanige r-stasies vir elke gekose z-stasie.

3. RESULTATE EN GEVOLGTREKKING

Vloeioplossings is vir tydstepgroottes (Δt) wat varieer tussen 4×10^{-5} en 100×10^{-5} gedoen.



FIGUUR A.3.1: INVLOED VAN 'n VARIEËRENDE TYDSTAPGROOTTE OP TURBULENTE KONVERGENSIEKRITERIA.

Alhoewel die turbulente konvergensieparameters stabiliseer het vir tydstepgroottes groter as 40×10^{-5} , het die globale konvergensieparameter vir toenemende Δt verswak, en vir waardes groter as 60×10^{-5} onaanvaarbare afmetings aangeneem. Laasgenoemde verskynsel is 'n direkte gevolg van té groot veranderings in die vloeiveld. Vir $\Delta t < 38 \times 10^{-5}$ het die turbulente konvergensieparameters drasties varieer en vir waardes tussen 40×10^{-5} en 50×10^{-5} grootliks stabiliseer (Figuur A.3.1). Gevolglik word 'n waarde van ongeveer 44×10^{-5} vir die doel van die studie as 'n optimale tydstep beskou.

BYLAE B

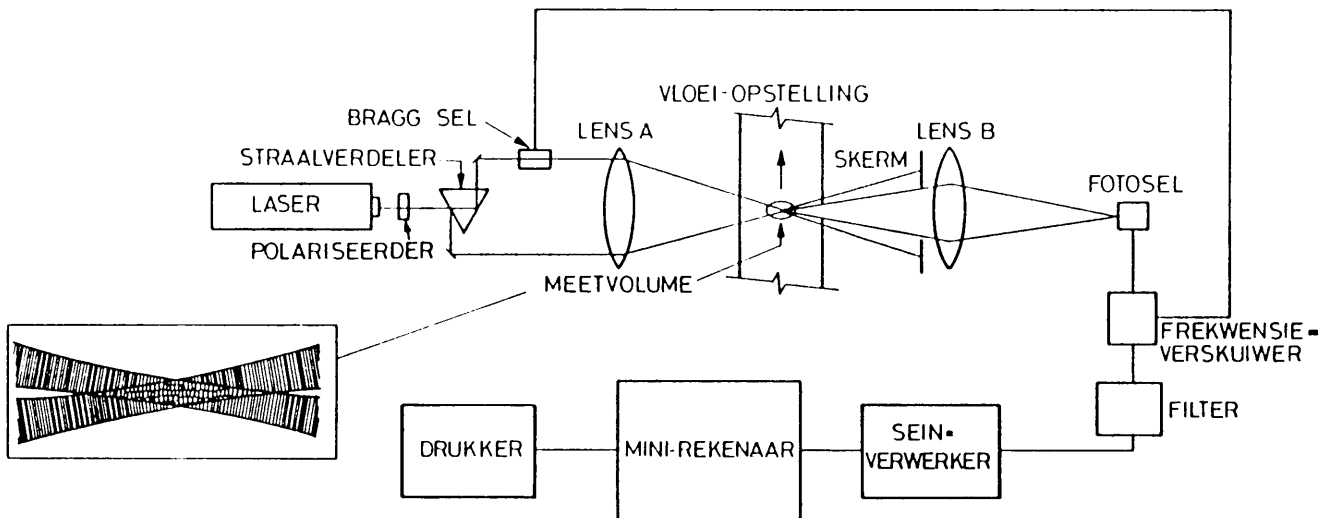
EKSPERIMENTELE DATA-INSAMELING EN VLOEITOEESTANDE

1. INLEIDING

In hierdie bylae word 'n kort uiteensetting gegee van die data-insamelingsmetode wat gebruik is vir die opmeet van snelheidsprofiel in die werwelkamer van die straalvloeiofstelling (Figuur 1.3.1). Vloeitoestande asook eksperimentele data word verskaf.

2. DATA-INSAMELING

Laser-Doppler-anemometrie (LDA) word gebruik vir data-insameling [28,29,30] en maak gebruik van die Doppler-verskynsel om snelhede in vloeistowwe te meet sonder versteuring van die vloeier self. In Figuur B.2.1 word 'n skematiese voorstelling van die data-insamelingsapparaat verskaf en elk van die komponente word kortliks hier bespreek:



FIGUUR B.2.1: SKEMATIESE VOORSTELLING VAN DIE LASER-DOPPLER ANEMOMETER EN MEEGAANDE TOERUSTING MET DETAIL VAN DIE MEETVOLUME EN KARAKTERISTIEKE INTERFERENSIE-PATROON.

(i) Laser

Die laser (25 mW HeNe) verskaf 'n koherente monochromatiese ligstraal.

(ii) Polariseerder

Hierdie module verskaf 'n vlakgepolariseerde laserstraal vir die skepping van 'n optimum interferensiepatroon.

(iii) Straalverdeler

Die straalverdeler verdeel die laserstraal in twee koherente, vlakgepolariseerde, paralelle ligstrale.

(iv) Lens A

Hierdie lens fokus die twee ligstrale op 'n bepaalde afstand binne die vloeiopstelling en vorm sodoende 'n sogenaamde meetvolume (interferensiepatroon).

(v) Bragg-sel

Die Bragg-sel is 'n opties-akoestiese omsetter, en verskaf optiese frekwensieverskuiwing aan een van die ligstrale sodat 'n bewegende (swewende) interferensiepatroon in die meetvolume gevorm word.

(vi) Lens B

Verstrooide lig, wat ontstaan indien 'n partikel deur die meetvolume beweeg, word met hierdie lens gefokus op 'n fotodetektor. Partikels met ongeveer dieselfde soortlike gewig as die vloeiër verkeer in suspensie en word dinamies as vloeiërkarakteriserend beskou.

(vii) Fotodetektor

Die fotodetektor meet die variërende ligintensiteit vanaf die meetvolume en verskaf 'n elektriese sein van ekwivalente frekwensie.

(viii) Frekwensieverskuiwer

Hierdie komponent verskaf die verskuiwingsfrekwensie aan die Bragg-sel. Die frekwensieverskuiwing is noodsaaklik om te onderskei tussen positiewe en negatiewe snelhede uit seine afkomstig van die fotodetektor. Die frekwensieverskuiwing word tydens seinverwerking weer afgetrek van die gemete frekwensie. 'n Stilstaande partikel sal byvoorbeeld 'n frekwensie soortgelyk aan die hoeveelheid frekwensieverskuiwing registreer op die fotosel.

(ix) Filter, seinverwerker en rekenaar

Hierdie komponente doen die elektriese seinverwerking en omskakelings en die finale resultaat word dan as snelheid op die drukker uitgeskryf. By 'n gegewe meetposisie word 'n groot aantal lesings geneem (tipies 1200) waardeur dan 'n normaalverspreidingskromme gepas word om die gemiddelde snelheid te bepaal. Sodoende word die invloed van swak seine of geraas tot 'n minimum beperk.

3. EKSPERIMENTELE DATA EN VLOEITOESTANDE

3.1 Werwelkamerkarakteristieke

Lengte (m)	96×10^{-3}
Diameter (m)	201×10^{-3}
Inlaatgatdiameter (m)	$64,1 \times 10^{-3}$

3.2 Vloeistofeienskappe

Vloeistof	KNCS-oplossing
Temperatuur (K)	313,15
Digtheid (kgm^{-3})	1420
Viskositeit ($\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-2}$)	$2,667 \times 10^{-3}$

3.3 Inlaattoestande

<u>Geval</u>	<u>A</u>	<u>B</u>	<u>C</u>	<u>D</u>
Reynolds-getal (Re_1)	1685	2060	2340	2340
Spingetal (S_1)	3,10	3,38	2,23	3,72
Omwentelingspoed (OPM)	150	200	150	250

3.4 Data-insamelingsinstrumentasie: LDA

3.5 Snelheidsmetings: Tangensiaal (ms^{-1})

GEVAL A	v_θ by $z/(2R_1) =$		
r/R_k	0,4661	0,7457	1,0250
0,0	0,0	0,0	0,0
0,007	0,0259	0,0211	0,0226
0,013	0,0665	0,0719	0,0691
0,020	0,0905	0,0928	0,1023
0,033	0,1398	0,1543	0,1504
0,053	0,1924	0,1892	0,2010
0,072	0,2296	0,2305	0,2368
0,091	0,2497	0,2448	0,2441
0,103	0,2622	0,2563	0,2517
0,116	0,2667	0,2603	0,2593
0,128	0,2712	0,2585	0,2634
0,140	0,2726	0,2577	0,2635
0,152	0,2638	0,2483	0,2635
0,170	0,2443	0,2388	0,2412
0,187	0,2196	0,2206	0,2188
0,215	0,1837	0,1854	0,1786
0,243	0,1593	0,1634	0,1599
0,269	0,1349	0,1361	0,1376
0,295	0,1180	0,1167	0,1194
0,320	0,1000	0,1000	0,1048
0,345	0,0918	0,0944	0,0954

GEVAL B	v_θ by $z/(2R_1) =$		
r/R_k	0,4661	0,7457	1,0250
0,0	0,0	0,0	0,0
0,007	0,0280	0,0135	0,0241
0,013	0,0693	0,0840	0,0890
0,020	0,1249	0,1231	0,1318
0,033	0,1980	0,2115	0,2052
0,053	0,2538	0,2688	0,2745
0,072	0,2984	0,3007	0,3016
0,091	0,3310	0,3243	0,3188
0,103	0,3469	0,3400	0,3353
0,116	0,3580	0,3501	0,3460
0,128	0,3750	0,3693	0,3740
0,140	0,3749	0,3712	0,3747
0,152	0,3602	0,3562	0,3682
0,170	0,3296	0,3367	0,3364
0,187	0,3011	0,2979	0,3017
0,215	0,2549	0,2554	0,2567
0,243	0,2149	0,2179	0,2186
0,269	0,1848	0,1879	0,1895
0,295	0,1625	0,1652	0,1670
0,320	0,1418	0,1436	0,1458
0,345	0,1194	0,1255	0,1259

GEVAL C	v_θ by $z/(2R_1) =$		
r/R_k	0,4661	0,7457	1,0250
0,0	0,0	0,0	0,0
0,007	0,0260	0,0372	0,0293
0,013	0,0616	0,0796	0,0665
0,020	0,0940	0,0962	0,0993
0,033	0,1528	0,1571	0,1543
0,053	0,1978	0,2099	0,2088
0,072	0,2446	0,2471	0,2478
0,091	0,2699	0,2720	0,2680
0,103	0,2792	0,2775	0,2769
0,116	0,2845	0,2856	0,2814
0,128	0,2869	0,2853	0,2859
0,140	0,2796	0,2837	0,2806
0,152	0,2715	0,2730	0,2680
0,170	0,2545	0,2532	0,2555
0,187	0,2315	0,2351	0,2333
0,215	0,1961	0,1981	0,2020
0,243	0,1669	0,1706	0,1706
0,269	0,1455	0,1486	0,1521
0,295	0,1218	0,1236	0,1294
0,320	0,1084	0,1105	0,1123
0,345	0,0938	0,0977	0,0979

GEVAL D	v_θ by $z/(2R_1) =$		
r/R_k	0,4661	0,7457	1,0250
0,0	0,0	0,0	0,0
0,007	0,1015	0,1078	0,1261
0,013	0,1803	0,1928	0,1968
0,020	0,2187	0,2260	0,2489
0,033	0,2927	0,3077	0,3201
0,053	0,3450	0,3573	0,3717
0,072	0,3834	0,3937	0,4166
0,091	0,4218	0,4300	0,4262
0,103	0,4511	0,4465	0,4349
0,116	0,4671	0,4631	0,4570
0,128	0,4760	0,4826	0,4805
0,140	0,4823	0,4823	0,4943
0,152	0,4652	0,4630	0,4610
0,170	0,4204	0,4233	0,4217
0,187	0,3762	0,3772	0,3770
0,215	0,3166	0,3202	0,3176
0,243	0,2749	0,2765	0,2776
0,269	0,2346	0,2400	0,2398
0,295	0,2050	0,2093	0,2126
0,320	0,1760	0,1825	0,1863
0,345	0,1570	0,1600	0,1626

BYLAE C

NUMERIESE ANALISE VAN DIE HERSIRKULASIESONES IN
STERKROTTERENDE STRAALVLOEI

1. INLEIDING

Uit die resultate van turbulente numeriese vloeioplossings is dit duidelik dat twee verskynsels hulself voordoen (Figuur C.3.1(a)):

- (i) Ontwikkeling van hersirkulasiesones wat groter word en stroomop migreer met toenemende spingetal (S_1)
- (ii) Die posisie van sodanige hersirkulasiesones in die vloeiveld by radii weg van die hartlyn (in teenstelling met data van Sloan et al [4] met hersirkulasiesones op die hartlyn).

In hierdie bylae word gekyk na 'n moontlike verklaring.

2. 'n HERSIRKULASIEPARAMETER VIR ROTERENDE STRAALVLOEI

Sloan et al [4] rapporteer dat daar geen bevredigende teorie bestaan om die vorming van hersirkulasiesones (op die hartlyn) te verklaar nie, maar dat vloei-omkering ontstaan as gevolg van 'n positiewe drukgradiënt. Hierdie drukgradiënt ontstaan as gevolg van 'n afname in V_θ soos stroomaf beweeg word in die vloeiveld [4]. In die werwelkamer onder beskouing vorm die hersirkulasiesones egter nie op die hartlyn nie, en moet 'n verband gevind word tussen V_θ en die aksiale drukverloop by enige radiale posisie.

Hersirkulasiesones kom uitsluitlik, wat straalvloei aan betref, voor indien rotasie van die vloeiër geskiet (nie-roterende straalvloei vorm slegs hersirkulasiesones indien dit geometries geïnduseer word, [4]). Om 'n eenvoudige verband te vind tussen V_θ en die ontwikkeling van 'n hersirkulasiesone, word die vloei in die werwelkamer voor 'n hersirkulasiesone diskreet beskou as opgebou uit 'n eindige aantal annulêre vloeistofvolumes wat elk benader kan word met die vloei tussen twee konsentriese roterende silinders [13]. Onder hierdie aanname vereenvoudig die radiale momentumvergelyking tot:

$$\frac{\partial P}{\partial r} = \rho \frac{V_{\theta}^2}{r} \quad (\text{C.2.1})$$

wat beteken dat 'n vloeistofpakkie in sodanige annulus in 'n vaste baan om die hartlyn roteer. Vergelyking (C.2.1) word nou by enige verwysingsroosterpunt (r_v, z_v) in die vloeiveld radiaal integreer tot by die wand van die werwelkamer en die resulterende hoeveelheid aksiaal differensieer sodat die hersirkulasieparameter definieer word as

$$H = \left. \frac{\partial P}{\partial z} \right|_{r=r_v} = - \frac{\partial}{\partial z} \int_{r_v}^R \rho \frac{V_{\theta}^2}{r} dr \quad (\text{C.2.2})$$

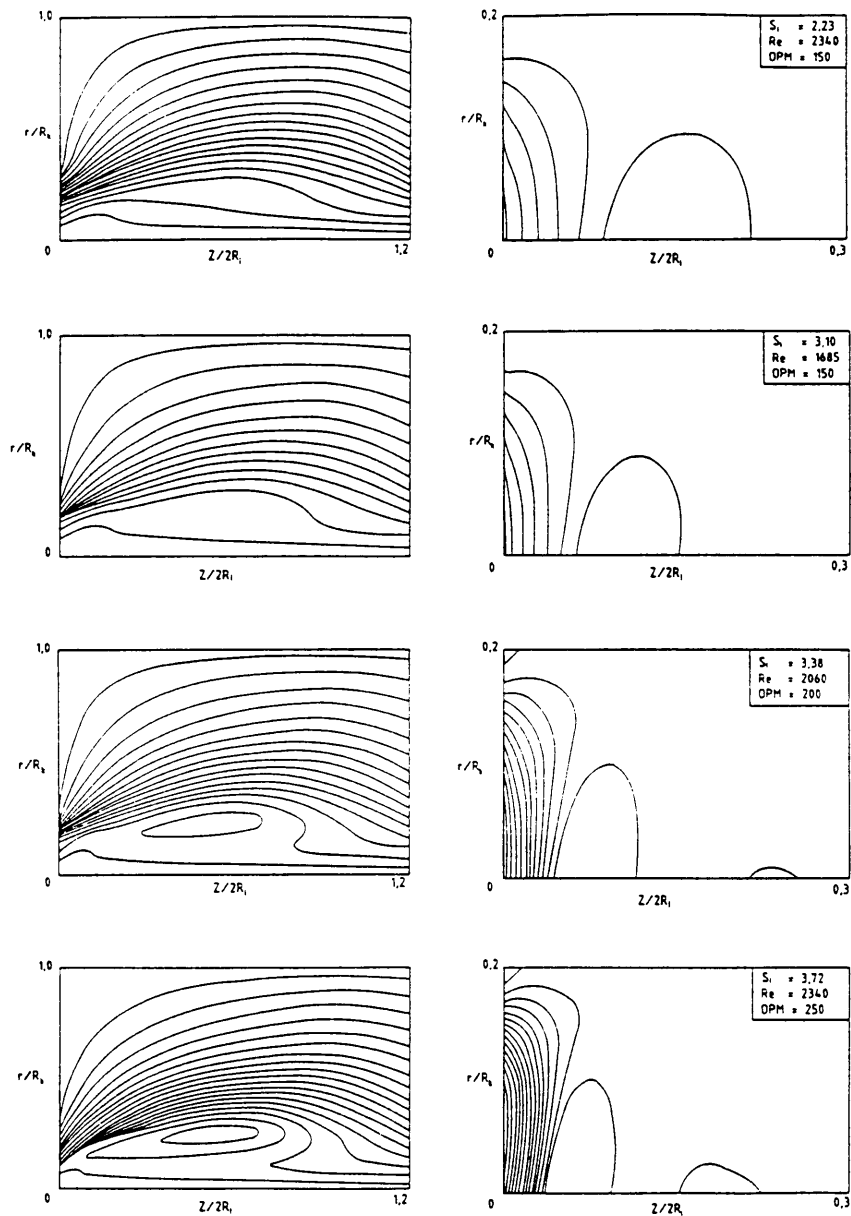
onder die aanname dat die aksiale drukgradiënt teen die wand weglaatbaar klein is. Drukoplossings vorm nie deel van die numeriese simulatie in hierdie studie nie (sien Hoofstuk 3), en na aanleiding van die aannames wat moeilik regverdigbaar is in hersirkulerende vloei, moet vergelyking (C.2.2) gesien word as 'n parameter wat dui op die waarskynlikheid van 'n hersirkulasiesone stroomaf, en is onder die aannames slegs geldig stroomop van 'n hersirkulasiesone.

3. RESULTATE EN GEVOLGTREKKING

Die twee verskynsels kan, in terme van die hersirkulasieparameter, as volg verklaar word:

- (i) Uit Figuur C.3.1 is dit duidelik dat H as funksie van V_{θ} reg voor die werwelkamerinlaat 'n groter (negatiewe) gradiënt aanneem met toenemende spingetal S_f . Indirek impliseer dit 'n skerper toename in $\frac{\partial P}{\partial z}$ by 'n vaste z -stasie wat 'n groterwordende negatiewe versnelling oordra aan V_z .
- (ii) Die geometrie van die werwelkamer ($L/(2R_f) = 1,5$) en die kontraksie-uitlaatgat sorg dat die aksiale snelheid op die hartlyn (by vloeitoestande A, B, C en D, in Bylae B) altyd positief is, en moontlik tot gevolg het dat die hersirkulasie, wat gewoonlik op die hartlyn voorkom, opbreek sodat dit in 'n annulusvorm om die hartlyn roteer. Uit die eksperimentele resultate kan gesien word dat die V_{θ} -pro-

fiele in die wielrotasiegebied neig om twee pieke te vorm by groot S_1 , wat moontlik kan dui op die afremmingseffek wat hierdie tipe hersirkulasiesone op die tangensiale snelheidsverdeling het. Ondanks die aannames, lewer die hersirkulasieparameter bevredigende verklarings vir die ontwikkeling van hersirkulasiesones in die werwelkamer.



(a)

(b)

FIGUUR C.3.1: KONTOERE VAN GELYKE STROOMFUNKSIE

KONTOERE VAN GELYKE HERSIRKULASIEPARAMETER

VERWYSINGS

1. ROHSENOW W M, CHOI H

HEAT, MASS, AND MOMENTUM TRANSFER

PRENTICE-HALL, INC., ENGLEWOOD CLIFFS, NEW JERSEY (1961)

2. SPALDING D B

TURBULENCE MODELS AND THEIR EXPERIMENTAL VERIFICATION

DEPARTMENT OF MECHANICAL ENGINEERING, IMPERIAL COLLEGE OF SCIENCE AND TECHNOLOGY, LONDON, HTS/73/16 (1973)

3. LAUNDER B E

TURBULENCE MODELS AND THEIR EXPERIMENTAL VERIFICATION

DEPARTMENT OF MECHANICAL ENGINEERING, IMPERIAL COLLEGE OF SCIENCE AND TECHNOLOGY, LONDON, HTS/73/17 (1973)

4. SLOAN D G, SMITH P J, SMOOT L D

Modeling of Swirl in Turbulent Flow Systems

PROG. ENERGY COMBUST. SCI., VOL 12 (1986)

5. LILLEY D G

Nonisotropic Turbulence in Swirling Flows

ACTA ASTRONAUTICA, VOL 3 (1976)

6. ROBERTS L W

TURBULENT SWIRLING FLOWS WITH RECIRCULATION

DEPARTMENT OF MECHANICAL ENGINEERING, IMPERIAL COLLEGE OF SCIENCE AND TECHNOLOGY LONDON, Ph.D. Thesis (1972)

7. RAMOS J I

Incompressible Swirling Flows
ENG.COMPUT.,VOL 3(1986)

8. SAMPATH S, GANESAN V

Measurement of Velocity and Kinetic Energy of Turbulence in Swirling
Flows and their Numerical Prediction
INT.J.NUMERICAL METHODS IN FLUIDS,VOL 6(1986)

9. WISS D, METZEN J B

Numerical Simulation of Flows and their Verification
SULZER TECHNICAL REVIEW 3,(1986)

10. LESCHZINER M A, RODI W.

Computation of Strongly Swirling Axisymmetric Free Jets
AIAA JOURNAL,VOL 22(1984)

11. ABUJELALA M T, LILLEY D G

Limitations and Empirical Extensions of the $k-\epsilon$ Model as applied to
Turbulent Confined Swirling Flows
CHEM.ENG.COMMUN.,VOL 31(1984)

12. KUBO I, GOULDIN F C

Numerical Calculations of Turbulent Swirling Flow
TRANS.ASME,J.FLUIDS ENGINEERING,VOL 31(1984)

13. SCHLICHTING H

BOUNDARY-LAYER THEORY
McGRAW-HILL,NEW YORK(1968)

14. LAUNDER B E, SPALDING D B

LECTURES IN MATHEMATICAL MODELS OF TURBULENCE
ACADEMIC PRESS,LONDON(1972)

15. VAN HEERDEN J

**NUMERIESE ANALISE VAN DIE GASDINAMIESE GEDRAG VAN VERSNELLENDE GAS-
MENGSELS**

URAANVERRYKINGSKORPORASIE VAN SUID-AFRIKA,BPK.,PRETORIA,
D.Sc.Proefskrif,UKOR 416(G)(1983)

16. VAN ZYL G P

**DIE ONTWIKKELING VAN NUMERIESE TEGNIEKE VIR DIE BEREKENING VAN
SEKERE VLOEIDINAMIESE VERSKYNSELS VAN DIE UKOR-PROSES**

URAANVERRYKINGSKORPORASIE VAN SUID-AFRIKA,BPK.,PRETORIA,
D.Sc.Proefskrif,UKOR 345(G)(1981)

17. MORSI Y S M, CLAYTON B R

Determination of Principal Characteristics of Turbulent Swirling
Flow along Annuli

INT.J.HEAT AND FLUID FLOW,VOL 7(1986)

18. GOSMAN A D, PUN W M, RUNCHAL A K, SPALDING D B, WOLFSHTEIN M

HEAT AND MASS TRANSFER IN RECIRCULATING FLOWS
ACADEMIC PRESS,LONDON(1969)

19. AMES W F

NUMERICAL METHODS FOR PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS
ACADEMIC PRESS,NEW YORK(1977)

20. THOMPSON J F

NUMERICAL GRID GENERATION
NORTH-HOLLAND, NEW YORK (1982)

21. VERMEULEN D A

**'n NUMERIESE ONDERSOEK NA DIE ROOSTERAFHANKLIKHEID VAN VLOEI-
OPLOSSINGS**
URAAANVERRYKINGSKORPORASIE VAN SUID-AFRIKA, BPK., PRETORIA,
UKOR 451(G) (1985)

22. VERMEULEN D A

Laminêre, Onsamedrukbare Vloei-oplossings in 'n Ronde Pyp : 'n Ver-
gelyking tussen Numeriese en Analitiese Resultate
**PROJEKVERSLAG VAN DIE DEPARTEMENT FISIESE WETENSKAPPE VIR DIE
PERIODE APRIL 1987 TOT JULIE 1987, ATOOMENERGIEKORPORASIE VAN SUID-
AFRIKA, BPK., PRETORIA UDV/87/30(G) (1987)**

23. LAUNDER B E, SPALDING D B

Turbulence Models and their Application to the Prediction of Inter-
nal Flows
HEAT AND FLUID FLOW, VOL 2 (1972)

24. LILLEY D G

Prediction of Inert Turbulent Swirling Flows
AIAA, VOL 11 (1973)

25. KOOSINLIN M L, LOCKWOOD F C

The Prediction of Axisymmetric Turbulent Swirling Boundary Layers
AIAA, VOL 12 (1974)

26. ARMFIELD S W, FLETCHER C A J
- Numerical Simulation of Swirling Flow in Diffusers
INT.J.NUMERICAL METHODS IN FLUIDS,VOL 6(1986)
27. OKHIO C B, HORTON H P, LANGER G
- The Calculation of Turbulent Swirling Flow through Wide Angle
Conical Diffusers and the associated Dissipative Losses
INT.J.HEAT AND FLUID FLOW,VOL 7(1986)
28. GREYVENSTEIN G P
- TEORETIESE EN EKSPERIMENTELE ONDERSOEK NA STERK VERSNELLENDE VLOEI**
URAAANVERRYKINGSKORPORASIE VAN SUID-AFRIKA,BPK.,PRETORIA,
D.Ing.Proefskrif,UKOR 349(G)(1981)
29. WELGENS H J
- Inleiding tot Laser-Doppler Anemometrie
ONGEPUBLISEERDE VERSLAG,DEPARTEMENT WIS,ATOOMENERGIEKORPORASIE VAN
SUID-AFRIKA,BPK.,(1987)
30. HURTER J N
- Persoonlike Mededelings (1986-88)
31. DERBUNOVICH G I, ZEMSKAYA A S, REPIK E U, SOSEDKO Y P
- Effect of Flow Contraction on the Level of Turbulence
FLUID DYNAMICS,VOL 22(1987).
32. DAVIES J T
- TURBULENCE PHENOMENA**
ACADEMIC PRESS,NEW YORK(1972)

33. CARTWRIGHT M

The Technology of Turbulence
NEW SCIENTIST,MAY 1985

34. BIRD R B, STEWART W E, LIGHTFOOT E N

TRANSPORT PHENOMENA
JOHN WILEY & SONS,INC.,NEW YORKA(1960)

35. SEARS F W, SALINGER G L

THERMODYNAMICS, KINETIC THEORY, AND STATISTICAL THERMODYNAMICS
ADDISON-WESLEY PUBLISHING COMPANY,READING,MASS.(1980)

36. LANGHAAR H L

Steady Flow in the Transition Length of a Straight Tube
J.APPLIED MECHANICS,(1942)

37. VAN HEERDEN J

'n Numeriese ondersoek na die moontlike gebruik van 'n sistematiese
soekmetode in die bepaling van optimale werkpunte onder sekere
beperkings

**PROJEKVERSLAG VAN DIE DEPARTEMENT FISIESE WETENSKAPPE VIR DIE
PERIODE APRIL 1986 TOT JULIE 1986,ATOOMENERGIEKORPORASIE VAN SUID-
AFRIKA,BPK.,PRETORIA,UDV/86/16(G)(1986)**

DANKBETUIGINGS

Drr D M Kemp, G J du Toit en P de Villiers vir goedkeuring van die projek

Proff J A Snyman en P J Vermeulen as onderskeidelik studieleier en medestudieleier vir hul waardevolle insette, volgehoue belangstelling en aanmoediging

Dr J van Heerden vir sy numeriese model en die talle stimulerende besprekings en voorstelle

Mnr J N Hurter vir die eksperimentele straalvloeiofstelling en data-insameling

Mej J A Steenkamp vir haar hulp met literatuurinsameling

Mev P C Mans vir tikwerk

Mnr T F Muller en die MZ-tekenkantoor vir natrekwerk

Dr A M Venter vir die rekenaarfasiliteite

Mnr S W van der Merwe van Taaldienste vir sy hulp met die taalkundige versorging van die verslag