

*Heidi*: nuwe mangocultivar deur NISSV geteel,  
een van die eerste vier wat in Suid-Afrika planttelersregte gekry het.

BUITENDAG E

’N ORIËNTASIEVEKTOR-MEETMETODE OM DIE VORMS VAN  
PLAT FIGURE TE BESKRYF EN TE VERGELYK, SOOS TOEGEPAS  
OP VRUG- EN BLAARPROFIELE VAN ’N AANTAL MANGOCULTIVARS

MSc

UP

1990

**'n Oriëntasievektor-meetmetode om die vorms van plat  
figure te beskryf en te vergelyk, soos toegepas op  
vrug- en blaarprofiële van 'n aantal mangocultivars**

**deur**

**ELISE BUITENDAG**

Voorgelê ter vervulling van 'n deel van die  
vereiste vir die graad

**MAGISTER SCIENTIAE**

in die Fakulteit Natuurwetenskappe  
(Departement van Plantkunde)  
Universiteit van Pretoria  
Pretoria

Studieleier: Prof. dr. P.J. Robbertse  
Mede-studieleier: Prof. dr. J.A. Snyman  
Mei 1990

*Wie het die aarde afgemeet?  
Wie laat die lig deur die wolke breek?  
Wie het elke plant en dier gemaak  
en Wie het die vermoë tot verandering in hulle ingebou,  
sodat die mens kan help voortborduur aan die skeppingproses.*

*Hoe groot is die opdrag om aan elkeen van hulle 'n naam te gee  
en hoe groot die voorreg dat óns, blote maaksels,  
mag bydra tot die sisteem van ordelikheid.*

*Die uitdaging sal ons tot op die laaste dag besig hou.*

*(vgl. Job 37-42; Matt. 7:19 Gen. 2:19)*

(i)

# Inhoudsopgawe

BLADSY

<b>HOOFSTUK 1</b>	<b>INLEIDING .....</b>	<b>1</b>
<b>HOOFSTUK 2</b>	<b>VERDUIDELIKING VAN DIE METODE .....</b>	<b>5</b>
2.1	Beginsel waarop die metode berus .....	5
2.2	Uitskakeling van oriëntasieverskille .....	5
2.3	Uitskakeling van grootteverskille .....	6
2.4	Definisie van identiese en verskillende vorms van plat figure.....	8
2.5	Kwantitatiewe beskrywing en vergelyking van vorms van plat figure .....	9
<b>HOOFSTUK 3</b>	<b>DIE KONSTRUKSIEPROSEDURE SOOS TOEGEPAS OP MANGOV RugPROFIELE.....</b>	<b>13</b>
3.1	Inleiding .....	13
3.2	Sirkelpatroon vir meting van radiale vektore.....	13
3.3	Versameling van materiaal en voorbereiding van mangovrugprofiele .....	13
3.4	Bepaling van oriëntasievektor.....	16
3.5	Beskrywing en vergelyking van vrugprofielvorms.....	18
3.6	Resultate.....	19
<b>HOOFSTUK 4</b>	<b>DIE WISKUNDIGE PROSEDURE SOOS TOEGEPAS OP MANGOV RugPROFIELE.....</b>	<b>28</b>
4.1	Inleiding .....	28
4.2	Bepaling van oriëntasievektor.....	28
4.3	Prosedure vir beskrywing van gemiddelde vrugprofielvorm van elke mangocultivar .....	29
4.4	Berekening van skerpeheidsindeks van gemiddelde vrugprofiel van elke mangocultivar .....	31
4.5	Vormvergelyking van mangovrugprofiele.....	33
4.6	Resultate.....	38

<b>HOOFSTUK 5</b>	<b>TOEPASSING VAN DIE KONSTRUKSIEPROSEDURE OP MANGOBLAARPROFIELE .....</b>	<b>47</b>
5.1	Versameling en voorbereiding van materiaal .....	47
5.2	Bepaling van oriëntasievektor.....	47
5.3	Beskrywing en vergelyking van blaarvorms .....	47
5.4	Resultate.....	48
<b>HOOFSTUK 6</b>	<b>ALGEMENE BESPREKING.....</b>	<b>58</b>
	<b>OPSOMMING.....</b>	<b>61</b>
	<b>SUMMARY.....</b>	<b>62</b>
	<b>DANKBETUIGINGS.....</b>	<b>63</b>
<b>BYLAE 1</b>	<b>Eenrigting variansie-analise op mangovrugprofieldata (Konstruksieprosedure) .....</b>	<b>64</b>
<b>BYLAE 2</b>	<b>Tukey se meervoudige vergelykingstoets by 'n toetspeil van 1% op mangovrugprofieldata (konstruksieprosedure).....</b>	<b>67</b>
<b>BYLAE 3</b>	<b>Eenrigting variansie-analise op mangoblaardata (konstruksieprosedure) .....</b>	<b>77</b>
<b>BYLAE 4</b>	<b>Tukey se meervoudige vergelykingstoets by 'n toetspeil van 1% op mangoblaardata (konstruksieprosedure) .....</b>	<b>81</b>
<b>BYLAE 5</b>	<b>Literatuurbespreking.....</b>	<b>93</b>
<b>BYLAE 6</b>	<b>Fourier-uitbreiding van 'n eenvoudige periodiese funksie.....</b>	<b>103</b>
<b>BYLAE 7</b>	<b>Tukey se meervoudige vergelykingstoets.....</b>	<b>115</b>
<b>LITERATUURLYS .....</b>		<b>118</b>

## HOOFSTUK 1

### Inleiding

Hierdie studie het ontwikkel vanuit Suid-Afrika se betrokkenheid by die Internasionale Vereniging vir die Beskerming van Nuwe Plantvariëteite (*Union Internationale pour la Protection des Obtentions Végétales* - UPOV), 'n organisasie waardeur standarde gestel word vir die toetsing van nuwe cultivars vir die doel van planttelersregte. Nuwe plantcultivars word vandag op mededingende skaal geteel in 'n poging om aan die groeiende kommersiële behoeftes te voldoen en teling word verder gestimuleer deur die finansiële voordele van planttelersregte.

Namate die cultivars toeneem, krimp die onderlinge verskille binne elke groep en word dit al hoe moeiliker om hierdie talle subspesifieke taksa van mekaar te onderskei. Een van die grootste uitdagings van UPOV is die ontwikkeling van doeltreffende onderskeidingsmetodes.

As lidland van UPOV neem Suid-Afrika veral ten opsigte van tropiese en subtropiese vrugtegewasse 'n leidende rol in die opstel van riglyne waardeur onderskeibaarheid, homogeniteit en stabiliteit van nuwe cultivars getoets word. Met die opstel van 'n konsep vir UPOV-riglyne vir toetsing van mango (*Mangifera indica* L.) is onder andere die verskillende vrug- en blaarvorms ondersoek om cultivarverskille te probeer bepaal. Verla die vrugvorm varieer aansienlik tussen mangocultivars en daar is besef dat dié kenmerk van groot diagnostiese belang kan wees.

Uit beskikbare mangoliteratuur is gevind dat die vrugvorm as kenmerkende cultivareienskap beperk is as gevolg van beskrywende terme wat nie veel onderskeidende waarde het nie (Bondad, Rivera, Agcopra & Aurin 1984). Mangovrugte wat visueel duidelik van mekaar mag verskil, is dikwels van identiese beskrywings voorsien as gevolg van tekortkominge in die tradisionele terminologie. Verder is gevind dat die interpretasie van die terme in 'n groot mate subjektief en derhalwe inkonsekwent is.

Hoewel beskrywende terme van waarde mag wees in die visualisering van biologiese vorms, het dit duidelik geword dat hierdie terme ontoereikend is wanneer daar tussen verskillende

verwante vorms onderskei moet word. Dit was dus noodsaaklik om 'n meer presiese, objektiewe vergelykingsmetode vir mangovrugvorms te vind en dit het geblyk dat die benadering dan eerder kwantitatief as kwalitatief moet wees. Dit het gelei tot die idee om van 'n ooreenstemmende oriëntasievektor vir elke vormvergelyking gebruik te maak sodat akkurate objektiewe metings gedoen kan word.

In die proses van ontwikkeling van die meetmetode vir vormbeskrywing en vergelyking en deur die toepassing daarvan op mangovrug- en blaarprofiële en verder op ander plat figure, is die beginsel soos in die onderstaande paragraaf beskryf, mettertyd geformuleer.

Dit sal inderdaad moontlik wees om die vorms van enige plat figure tot in die fynste besonderhede wat verlang word, te vergelyk, mits die figure tot dieselfde relatiewe grootte geskaal kan word met betrekking tot 'n kenmerkende ooreenstemmende oriëntasievektor. So 'n oriëntasievektor kan verkry word deur identifisering van ten minste twee unieke en ooreenstemmende karakteristieke punte vir elk van die figure.

Vir die mangovrug is 'n oriëntasievektor aanvanklik gekonstrueer vanaf die steelaanhegting as die logiese eerste karakteristieke punt tot by die punt verste daarvandaan wat as tweede karakteristieke punt gekies is. Vir die mangoblaar lê die aangewese oriëntasievektor vanaf die verbindingspunt tussen die lamina en die blaarsteel wat dien as eerste karakteristieke punt, tot by die blaarpunt as tweede karakteristieke punt. Die oriëntasievektor strek dus min of meer al langs die hoofaar.

Die projek is aan die Buro vir Rekenaardienste aan die Universiteit van Pretoria voorgelê om die moontlikhede ten opsigte van rekenarisering te ondersoek. Dr. M.J. van der Linde het in hierdie verband verdere ontwikkeling geïnisieer deur voor te stel dat die sentroïde, of swaartepunt, moontlik as 'n meer stabiele tweede karakteristieke punt vir mangovrugprofiële kan dien. Prof. J.A. Snyman van die Departement Wiskunde en Toegepaste Wiskunde aan die Universiteit van Pretoria het die wiskundige formulering hiervoor gedoen (Snyman & Buitendag 1989) en 'n rekenaarprogram is in werking gestel.

Die variasie van die metode waar 'n oriëntasievektor met die hand gekonstrueer word, word vir die doel van hierdie studieprojek die **konstruksieprosedure** genoem, terwyl die variasie waar die sentroïde die tweede karakteristieke punt vorm, die **wiskundige prosedure** genoem word.



Hoewel daar aanvanklik gereken is dat die oriëntasievektor-metode 'n oorspronklike idee vir die beskrywing en vergelyking van plat biologiese vorms is, het 'n literatuursoektog aan die lig gebring dat daar reeds soortgelyke metodes ontwikkel is.

Bioloë is vanaf die vroegste tye reeds gefrustreer deur die beperkings van die tradisionele terminologie vir beskrywing van vorms en pogings tot kwantitatiewe vormbeskrywings dateer sover terug as die Pythagoreïese filosowe vyf eeue v.C. (Blackith 1965). Dit is egter D'Arcy Wentworth Thompson se invloedryke werk *On Growth and Form* (1917, volgens Bonner 1966) wat die moderne teoretiese biologie ingelei het. Die volgende stelling uit die boek beklemtoon die noodsaaklikheid van kwantifisering van kwalitatiewe eienskappe sodat objektiwiteit en dus herhaalbaarheid en betroubaarheid verhoog kan word:

*The study of form may be descriptive merely, or it may become analytical. We begin by describing the shape of an object in the simple words of common speech; we end by defining it in the precise language of mathematics; and the one method tends to follow the other in strict scientific order and historical continuity.*

Dit is egter eers in die laaste paar dekades dat die behoefte aan kwantitatiewe hantering van tradisioneel kwalitatiewe data momentum gekry het deur, aan die een kant, die toenemende hoeveelheid data wat verwerk moet word en, aan die ander kant, die snelle ontwikkeling van rekenaarfasiliteite.

Dit is opvallend dat baie bioloë ten spyte van beskikbare metodes vir kwantitatiewe vormbeskrywing en vergelyking nogtans volhou met die subjektiewe gebruik van tradisionele beskrywende terme soos byvoorbeeld ellipties, ovaal, lansetvormig, ensovoorts, terwyl die terme ondoeltreffend is vir die onderskeiding van fynere verskille tussen vorms. Een van die redes hiervoor kan wees dat die metodes gewoonlik nie in die literatuur breedvoerig genoeg verduidelik word sodat nie-wiskundiges dit maklik kan verstaan en verder kan toepas nie.

Hierdie studie bied 'n eenvoudige uiteensetting van 'n oriëntasievektormetode vir vormbeskrywing en vergelyking asook die praktiese toepassing daarvan deur middel van twee prosedures. Afgesien daarvan dat die metode vormbeskrywings en vergelykings tot in die fynste besonderhede moontlik maak en objektiwiteit daaraan verleen, het dit die verdere voordeel dat die resultate vir statistiese ontleding geskik is.

Sover vasgestel kon word, is hierdie studieprojek die eerste poging om vrugvorm in fyn besonderhede kwantitatief te beskryf en te vergelyk. Literatuur wat ondersoek is, bevat hoogstens 'n paar vrugafmetings soos byvoorbeeld lengte en breedte.

Die wiskundige begrippe in hierdie verhandeling is eenvoudig uiteengesit sodat nie-wiskundiges dit maklik behoort te verstaan en terme soos radiale vektor en straal is as sinoniem gebruik. 'n Vektor is 'n reguit lyn met bepaalde lengte en rigting. Die term plat figuur word gebruik vir 'n geslote figuur wat in 'n plat vlak lê ("closed plane figure").

## HOOFSTUK 2

# Verduideliking van die metode

### 2.1 BEGINSSEL WAAROP DIE METODE BERUS

Soos reeds genoem, is die volgende beginsel deur eksperimentering vir die oriëntasievektor-metode geformuleer:

Dit is moontlik om die vorms van enige plat figure tot in die fynste besonderhede te vergelyk, mits die figure tot dieselfde relatiewe grootte geskaal kan word met betrekking tot 'n kenmerkende ooreenstemmende oriëntasievektor, wat verkry word deur identifisering van ten minste twee unieke karakteristieke punte wat ooreenstemmend is vir elk van die figure.

Dit is duidelik dat hierdie beginsel twee voorwaardes inhou vir die vergelyking van vorms van plat figure, naamlik:

- uitskakeling van oriëntasieverkille; en
- uitskakeling van grootteverskille.

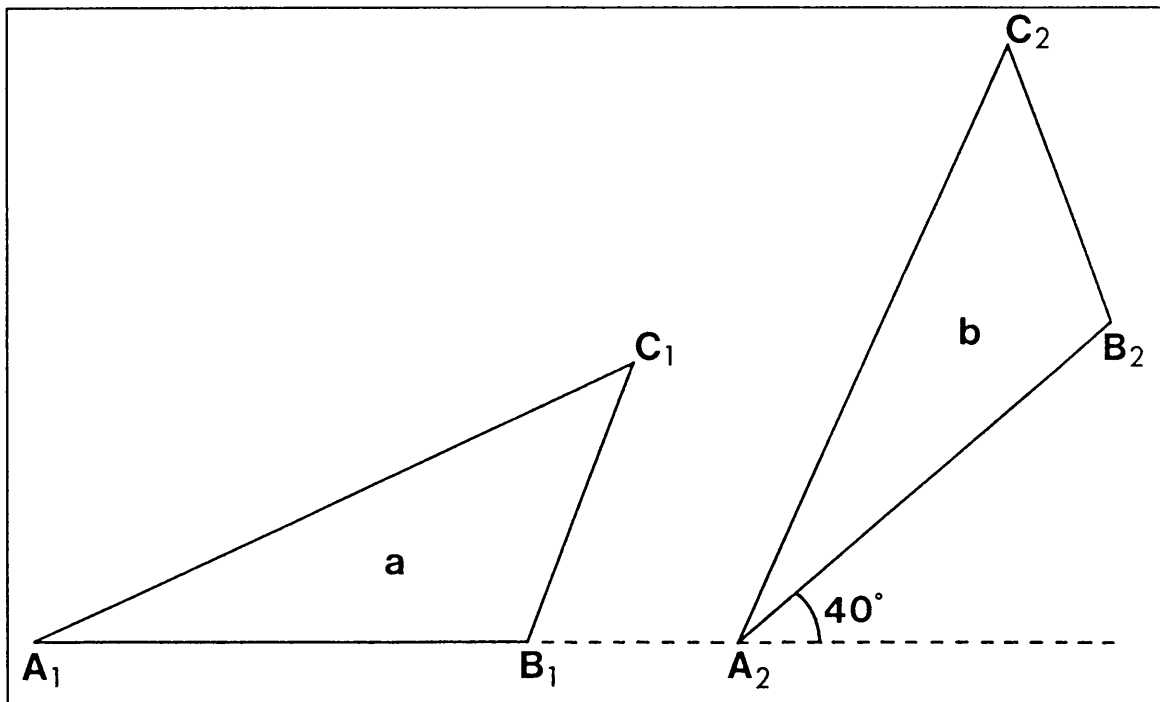
### 2.2 UITSKAKELING VAN ORIËNTASIEVERSKILLE

Voordat die vorms van plat figure met mekaar vergelyk kan word, moet die figure dieselfde oriëntasie hê. 'n Ooreenstemmende oriëntasievektor bied 'n vaste as wat rotasie van een figuur teenoor 'n ander uitskakel.

Om 'n oriëntasievektor te bepaal moet ten minste twee unieke karakteristieke punte, voortaan landmerke genoem, geïdentifiseer word wat vir elk van die plat figure ooreenstemmend sal wees. Bookstein (1978) definieer landmerke as sigbare homoloë punte. In hierdie studieprojek word die sentroïde, hoewel onsigbaar, ook as landmerk beskou.

Vir die twee driehoeke in Figuur 1, byvoorbeeld, kan die punt by die skerpste hoek naamlik  $A_1$  en  $A_2$  respektiewelik as die eerste landmerk gekies word. Vir die tweede landmerk kan die punt by die stompste hoek, naamlik  $B_1$  vir driehoek a en  $B_2$  vir driehoek b gekies word. Punt  $A_1$  is ooreenstemmend met  $A_2$  en  $B_1$  met  $B_2$  en ooreenstemmende oriëntasievektore  $\vec{A_1B_1}$  en  $\vec{A_2B_2}$  kan nou geïdentifiseer word.

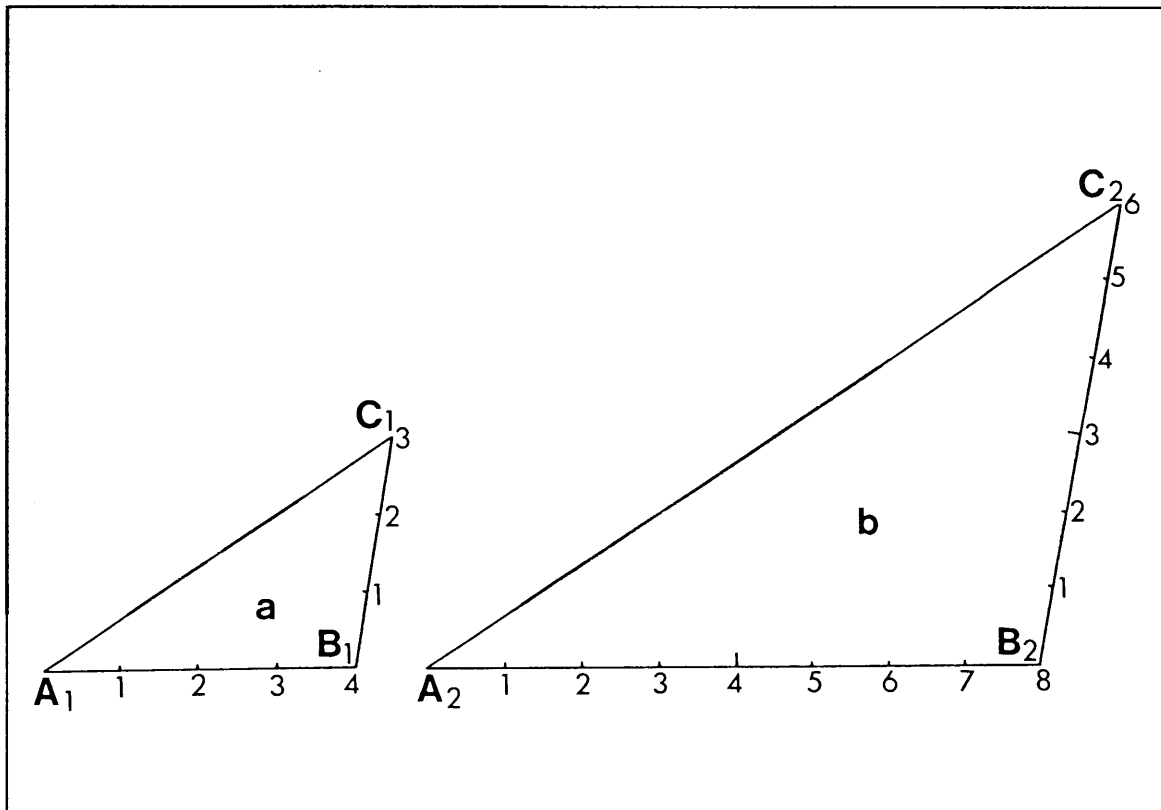
Die driehoeke in Figuur 1 sal dieselfde oriëntasie hê as  $\vec{A_1B_1}$  parallel is aan  $\vec{A_2B_2}$ . Voodat die vorms vergelyk kan word moet driehoek b dus eerstens kloksgewys met  $40^\circ$  geroteer word.



**FIGUUR 1: ORIËNTASIEVERKILLE.**

### 2.3 UITSKAKELING VAN GROOTTEVERSKILLE

Nadat die ooreenstemmende oriëntasie-asse van plat figure in lyn met mekaar gebring is, word grootteverskille uitgeskakel deur normalisering van die oriëntasievektore. Dit word gedoen deur lineêre kontraksie of ekspansie tot een lengte-eenheid. Elke plat figuur word dan in sy geheel ooreenkomstig geskaal. Die twee driehoeke in Figuur 2, byvoorbeeld, sal dieselfde vorm hê indien daar 'n perfekte passing is na vergroting van  $\vec{A_1B_1}$  met 'n lineêre faktor van 2 en ooreenkomstige skaling van  $A_1C_1$  en  $B_1C_1$ . Dit spreek vanself dat selfs 'n breuk of veelvoud van die oriëntasievektor tot een lengte-eenheid genormaliseer kan word.



**FIGUUR 2: GROOTTEVERSKILLE.**

Deur gebruik te maak van lengteverhoudings ten opsigte van die oriëntasievektor is dit nie nodig om werklike vergrotings of verkleinings van figure te doen vir die uitskakeling van grootteverskille nie. In Figuur 2 sal die verhouding van  $\overrightarrow{BC}$  tot  $\overrightarrow{AB}$ , byvoorbeeld, vir alle identiese vorms dieselfde bly, onafhanklik van grootte. Vir identiese driehoeke a en b sal dus:

$$\frac{\overrightarrow{B_1C_1}}{\overrightarrow{A_1B_1}} = \frac{3}{4} = \frac{\overrightarrow{B_2C_2}}{\overrightarrow{A_2B_2}} = \frac{6}{8} = 0,75.$$

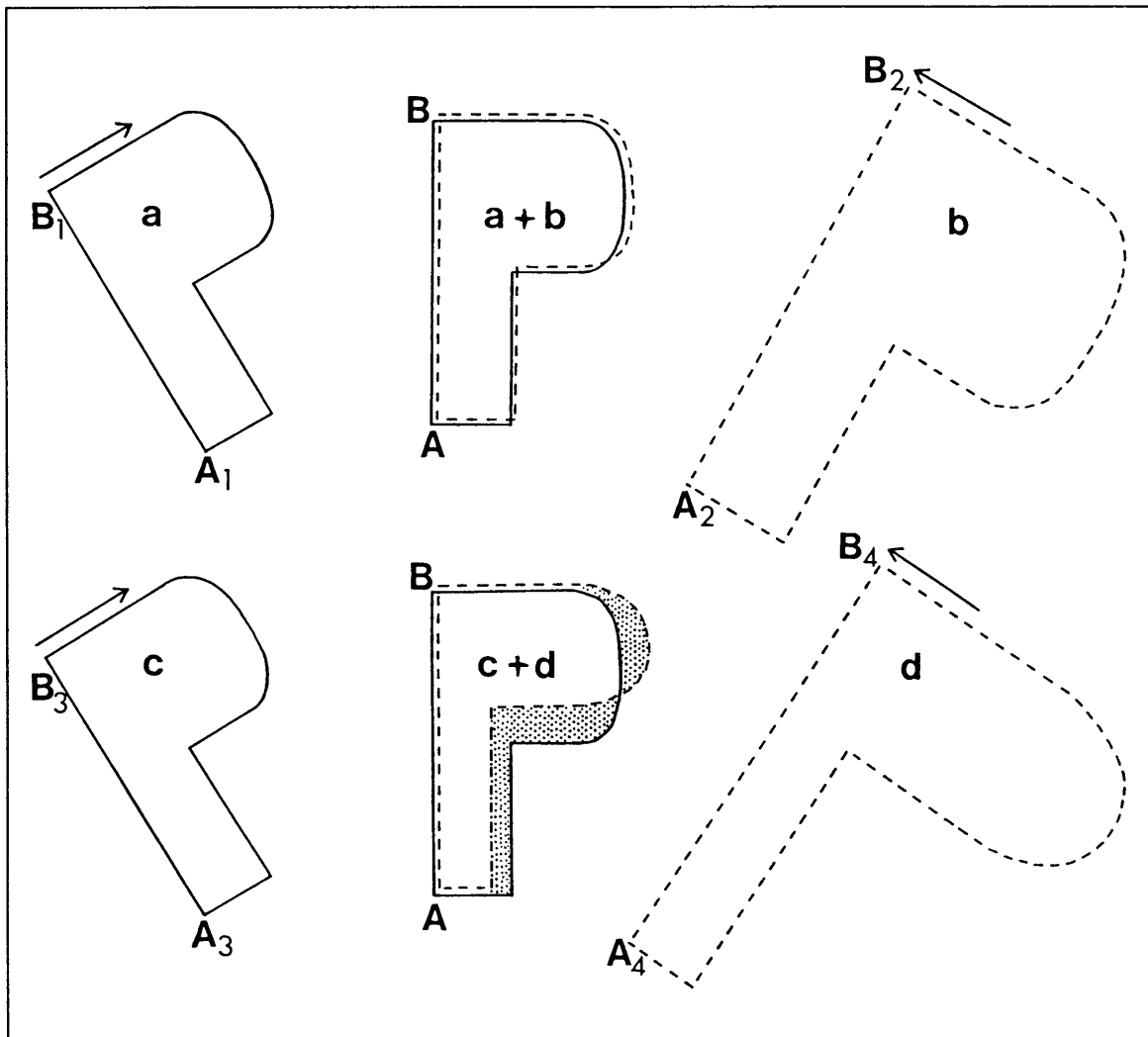
Vir die doel van hierdie studie is al die verhoudings gerieflikheidshalwe tot persentasies verwerk. Normalisering vind dus plaas deurdat die lengte van die oriëntasievektor (of 'n breuk of veelvoud daarvan) telkens as 100 eenhede gereken word. Gevolglik, in Figuur 2, sal

$$\frac{\overrightarrow{BC}}{\overrightarrow{AB}} = 75\%.$$

## 2.4 DEFINISIE VAN IDENTIESE EN VERSKILLENDE VORMS VAN PLAT FIGURE

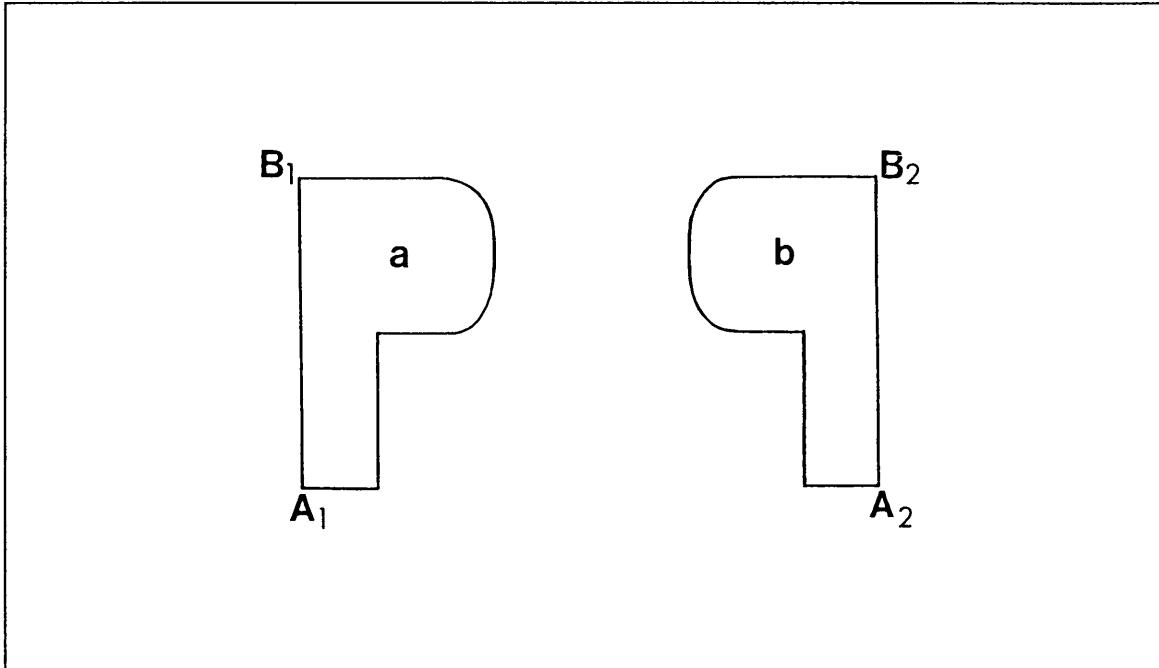
Gebaseer op die beginsel genoem onder 2.1 en die toepassing daarvan onder 2.2 en 2.3 kan nou gedefinieer word dat plat figure identiese vorms het indien die geskaalde profiele presies op mekaar pas na normalisering van die ooreenstemmende oriëntasievektore en plasing van die oriëntasievektore direk op mekaar. Verskille in vorm kan aangedui word in die mate en posisies waarin die passing nie perfek is nie.

Voorbeelde van die toepassing van die definisie word in Figuur 3 geïllustreer. Na oriëntasie en normalisering sodat oriëntasievektore  $\vec{A_1B_1}$  en  $\vec{A_2B_2}$  direk op mekaar pas, is die vorms van figure a en b identies. Na toepassing van dieselfde prosedure vir  $\vec{A_3B_3}$  en  $\vec{A_4B_4}$  kan gesien word dat die vorms van figure c en d by die gespikkelde gedeeltes verskil.



**FIGUUR 3 : IDENTIESE EN VERSKILLENDE VORMS VAN PLAT FIGURE VOLGENS DEFINISIE.**

Die definisie sluit die moontlikheid uit dat die vorms van spieëlbeelde as identies beskou kan word. In Figuur 4 is plat figure a en b spieëlbeelde van mekaar en sal nie dieselfde vorm hê tensy een van die twee omgekeer word nie.



**FIGUUR 4: SPIEËLBEELDE.**

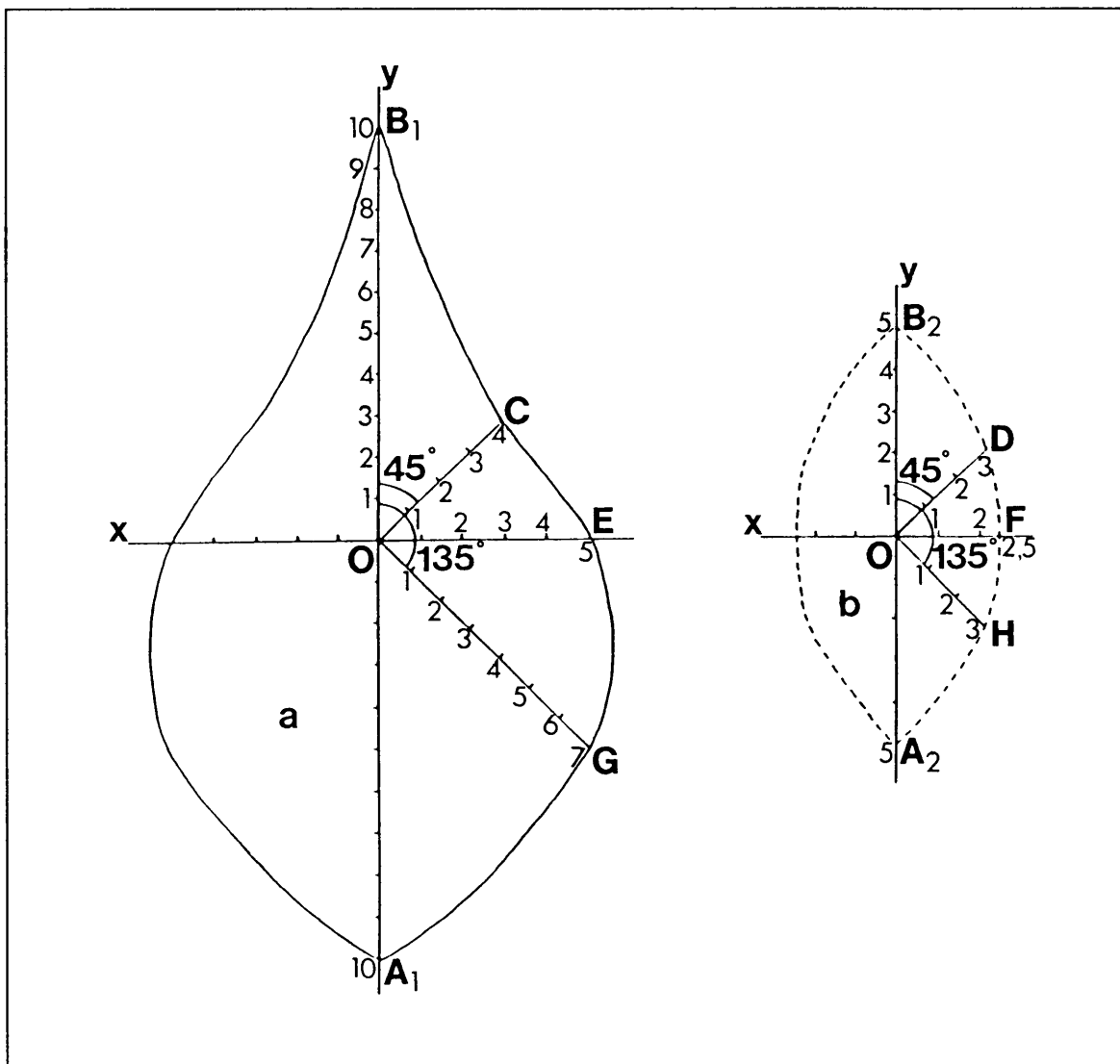
## 2.5 KWANTITATIEWE BESKRYWING EN VERGELYKING VAN VORMS VAN PLAT FIGURE

Na identifisering van die landmerke en vasstelling van die oriëntasievektor kan enige verdere punte vir 'n plat figuur geïdentifiseer word deur bepaling van spesifieke koördinate ten opsigte van 'n x- en y-as. Na normalisering kan die posisies van spesifieke punte by een figuur in verband gebring word met ooreenstemmende koördinate by 'n ander figuur. So kan ooreenstemmende punte geïdentifiseer word waar 'n kwantitatiewe waarde aan die afwyking van een vorm teenoor 'n ander gegee kan word.

In hierdie studie is daar van straallengtes of radiale vektore,  $r(\theta)$ , gebruik gemaak vir die identifisering van spesifieke punte. Die radiale vektore straal uit vanaf 'n middelpunt, O, wat op enige spesifieke plek op die oriëntasievektor gekies kan word, maar ooreenstemmend moet wees vir al die figure wat vergelyk word. Die oriëntasievektor lê op die y-as met  $0^\circ$  bokant punt O en  $180^\circ$  onderkant punt O. Die hoeke vergroot kloksgewys en die x-as strek deur die  $90^\circ$ - en  $270^\circ$ -radii.

Figuur 5 toon byvoorbeeld twee verskillende blaarprofiel a en b, met ooreenstemmende oriëntasievektore  $\vec{A_1B_1}$  en  $\vec{A_2B_2}$ . In hierdie geval is punt O gerieflikheidshalwe op die middelpunt van elke oriëntasievektor gekies. Die vorms van die twee blaarprofiel kan kwantitatief beskryf word tot in die fynste besonderhede wat verlang word, deur verskillende radiale vektore te meet en elkeen van hierdie waardes in verhouding tot  $\vec{OB}$  uit te druk. Soos onder 2.3 genoem, is die verhoudings vir die doel van hierdie studie tot persentasies verwerk.

Punte C en D is byvoorbeeld geïdentifiseer waar profiel a en b onderskeidelik die  $45^\circ$ -radius sny. Punte E en F is soortgelyk op die  $90^\circ$ -radius en G en H by  $135^\circ$  geïdentifiseer. Die vorms van blaarprofiel a en b kan dan soos volg by die drie hoeke beskryf word:



**FIGUUR 5: KWANTITATIEWE BESKRYWING VAN VORMS VAN PLAT FIGURE.**



**Blaarprofiel a**

$$\frac{\overrightarrow{OC}}{\overrightarrow{OB_1}} (45^\circ) = \frac{4}{10} = 40\%$$

$$\frac{\overrightarrow{OE}}{\overrightarrow{OB_1}} (90^\circ) = \frac{5}{10} = 50\%$$

$$\frac{\overrightarrow{OG}}{\overrightarrow{OB_1}} (135^\circ) = \frac{7}{10} = 70\%$$

**Blaarprofiel b**

$$\frac{\overrightarrow{OD}}{\overrightarrow{OB_2}} (45^\circ) = \frac{3}{5} = 60\%$$

$$\frac{\overrightarrow{OF}}{\overrightarrow{OB_2}} (90^\circ) = \frac{2,5}{5} = 50\%$$

$$\frac{\overrightarrow{OH}}{\overrightarrow{OB_2}} (135^\circ) = \frac{3}{5} = 60\%$$

Figuur 6 toon die geskaalde profiele a en b van Figuur 5 met die halflengtes van die oriëntasievektore tot een lengte-eenheid genormaliseer en direk op mekaar geplaas. Dus

$$\frac{\overrightarrow{A_1 B_1}}{2} = \frac{\overrightarrow{A_2 B_2}}{2} = \overrightarrow{OB}$$

Die 20% afwyking van profiel b ten opsigte van profiel a in verhouding tot die oriëntasievektor kan nou by ooreenstemmende punt C op 'n hoek van 45° direk afgelees word. Ook kan die ooreenkoms tussen die twee profiele by 90° duidelik gesien word, asook die 10% verskil by 135°:

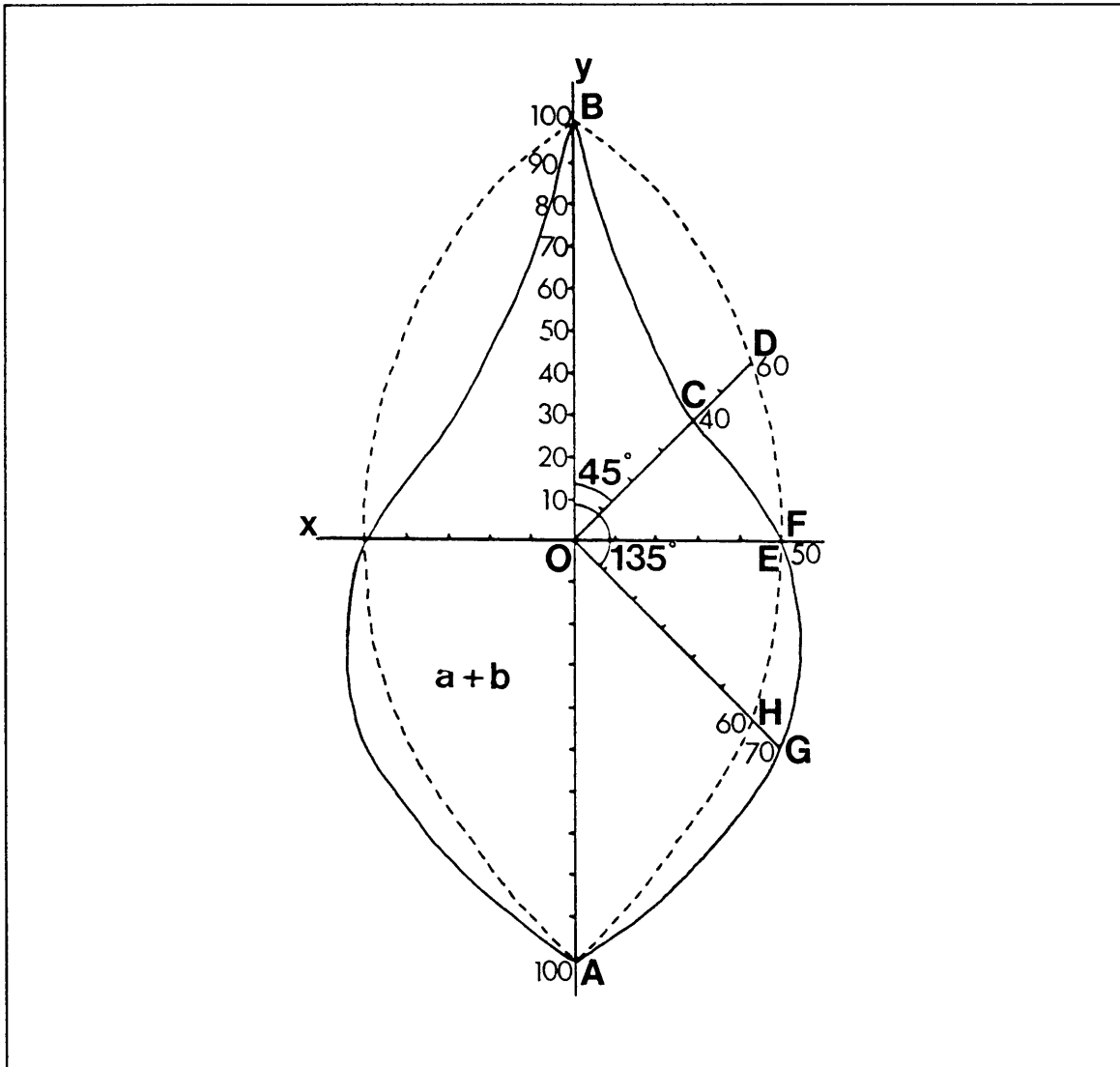
$$OD (45^\circ) - OC (45^\circ) = 20\%$$

$$OF (90^\circ) - OE (90^\circ) = 0\%$$

$$OH (135^\circ) - OG (135^\circ) = -10\%$$

In die algemeen kan die verskil,  $\Delta$ , na normalisering by enige hoek, ( $\theta$ ), soos volg vir hierdie twee plat figure geformuleer word:

$$\Delta (\theta) = \frac{r_b (\theta)}{\overrightarrow{OB_1}} - \frac{r_a (\theta)}{\overrightarrow{OB_2}}$$



FIGUUR 6: KWANTITATIEWE VERGELYKING VAN VORMS VAN PLAT FIGURE.

## HOOFSTUK 3

# Die konstruksieprosedure soos toegepas op mangovrugprofile

### 3.1 INLEIDING

Soos in Hoofstuk 1 genoem, word die variasie van die metode waarin 'n oriëntasievektor met die hand gekonstrueer word, vir die doel van hierdie studie die konstruksieprosedure genoem, in teenstelling met die wiskundige prosedure (Hoofstuk 4) waar die oriëntasievektor wiskundig bereken word.

### 3.2 SIRKELPATROON VIR METING VAN RADIALE VEKTORE

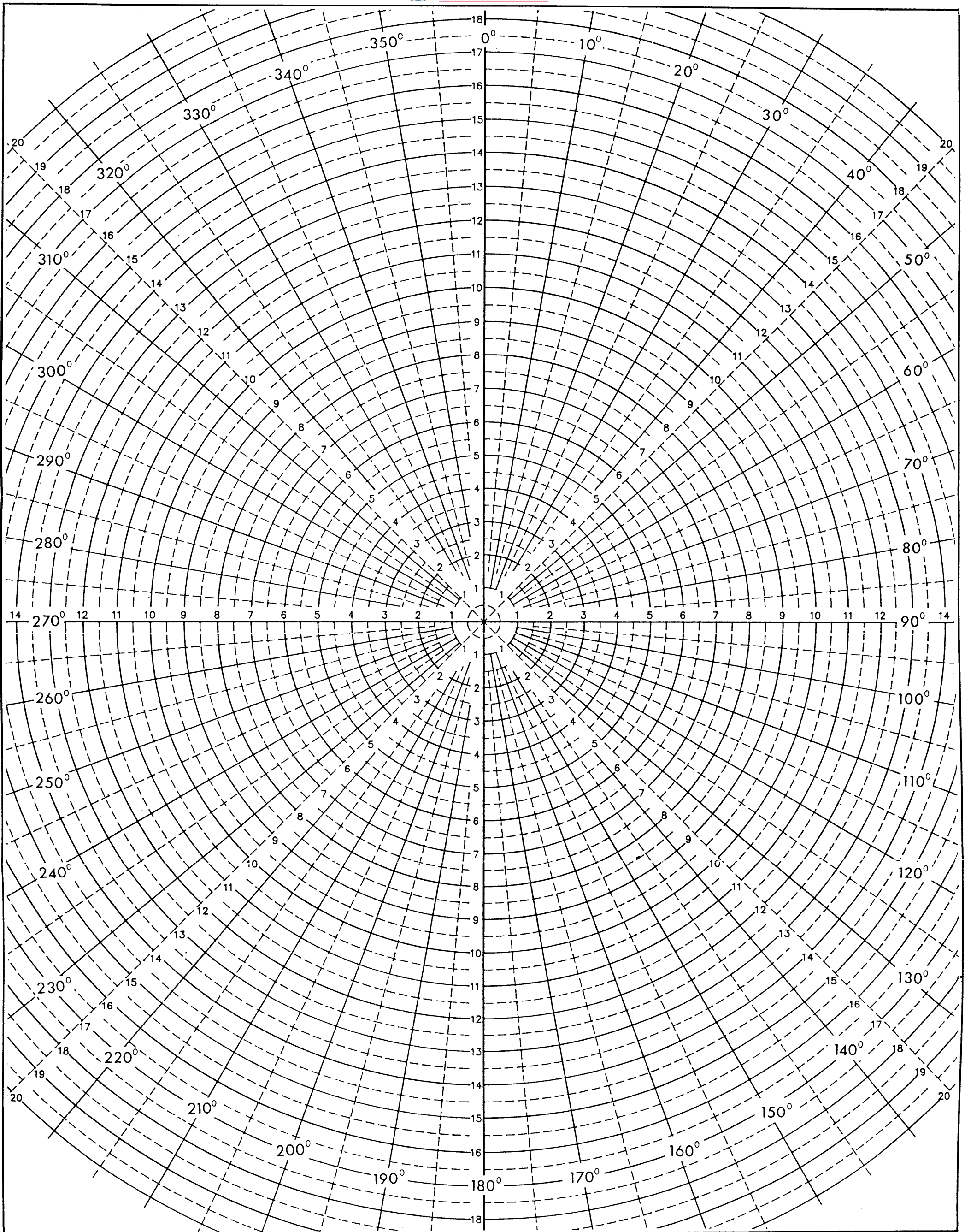
Om die meting van radiale vektore te vergemaklik is 'n sirkelpatroon gekonstrueer, soos hieronder beskryf.

'n Patroon van konsentriese sirkels, gelyke afstande vanaf mekaar (1 cm) en deurkruis met strale op spesifieke hoeke (elke  $5^\circ$ ), is gekonstrueer (Figuur 7). Die hoeke vergroot kloksgewys en die  $0^\circ$ - en  $180^\circ$ -lyn vorm die y-as. Om akkuraatheid te verkry is die konstruksie deur middel van 'n rekenaar gedoen. Die sirkelpatroon is daarna fotografies oorgedra op 'n sterk vel deurskynende plastiek.

Vir vormbeskrywing en -vergelyking van plat figure word hierdie sirkelpatroon om die beurt op elk van die betrokke figure geplaas met die middelpunt van die sirkelpatroon direk op gekose punt O (soos onder 2.5 beskryf) en met die y-as direk op die oriëntasievektor van die figuur. Die lengtes van die radiale vektore word dan by verskillende gekose hoeke afgelees.

### 3.3 VERSAMELING VAN MATERIAAL EN VOORBEREIDING VAN MANGOVrug-PROFIELE

Een-en-twintig mangocultivars, verteenwoordig deur nege 13-jarige bome elk, is uit 'n eksperimentele boord by die Navorsingsinstituut vir Sitrus en Subtropiese Vrugte op

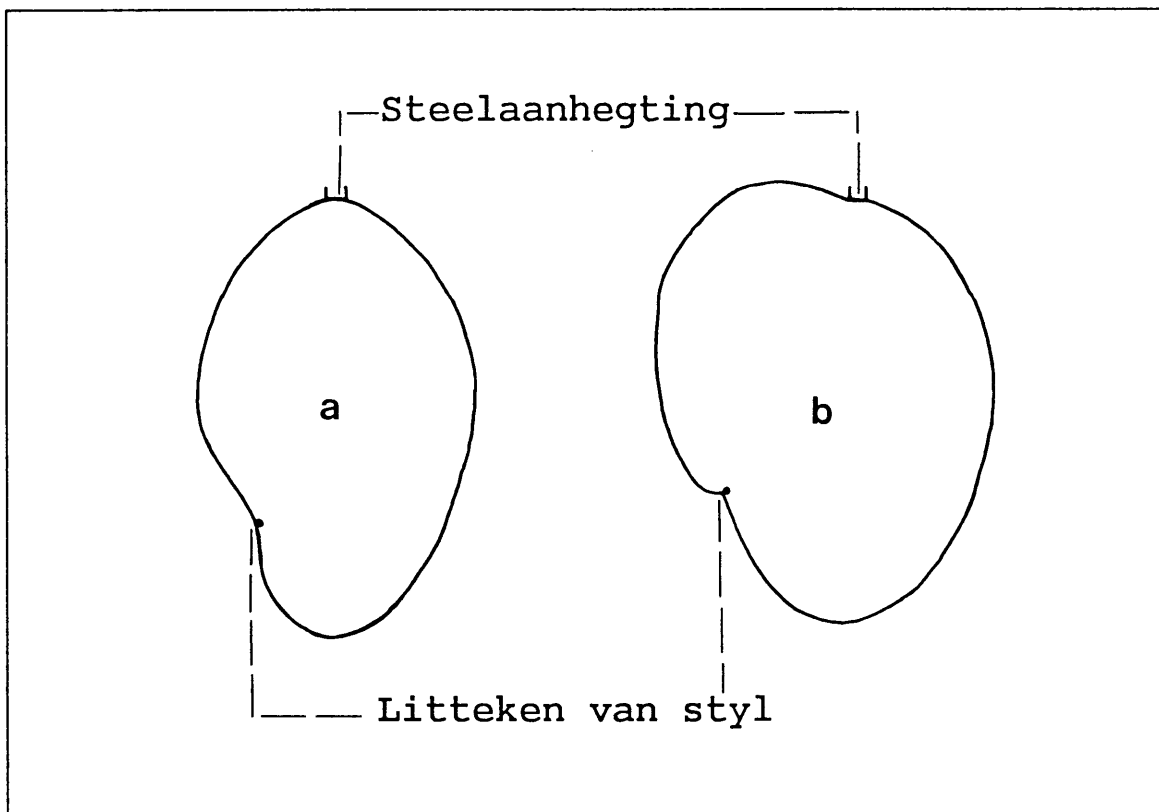


FIGUUR 7 : SIRKELPATROON

Nelspruit geselekteer. 'n Paar kommersieel minder belangrike cultivars is ingesluit waarvan slegs twee tot vier 21-jarige bome beskikbaar was. Die bome staan in 'n variëteitsboord op 'n enkele perseel en daar word aanvaar dat hulle aan eenvormige omgewingstoestande en boerderypraktyke onderworpe is. Al die bome het die cultivar Peach as onderstam.

'n Ewekansige monster van 30 gesonde volwasse vrugte per cultivar is gedurende 'n enkele seisoen van die totale aantal geselekteerde bome gepluk. Uitsonderlike klein, minderwaardige vruggies is uitgelaat.

Die mangovrug is asimmetries en elke vrug is presies op die simmetrievlak in die lengte deurgesaag, dus deur die steelaanhegting en die litteken van die styl. Die vrugprofiel is op papier afgetrek, met 'n vel koolpapier tussenin om te verhoed dat die onderste papier nat word. Die twee vrughelftes is spieëlbeelde van mekaar en slegs die helfte is gebruik wat 'n profiel sal gee met die litteken van die styl aan die linkerkant en die steelaanhegting na bo (Figuur 8). Dit is ook die konvensionele aansig vir vrugvormvergelyking in die mangoliteratuur (Mukherjee 1953; Singh 1960).

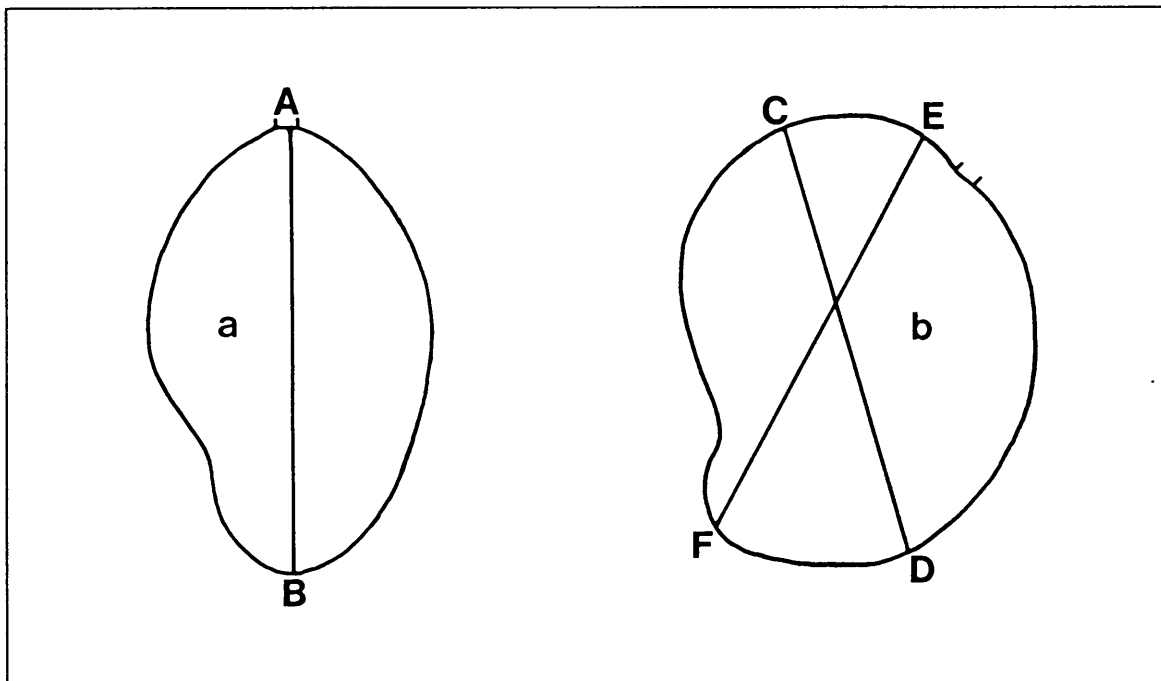


**FIGUUR 8: AANSIG VAN MANGOVrugPROFIELE WAT VIR VORMBESKRYWING EN -VERGELYKING GEBRUIK IS.**

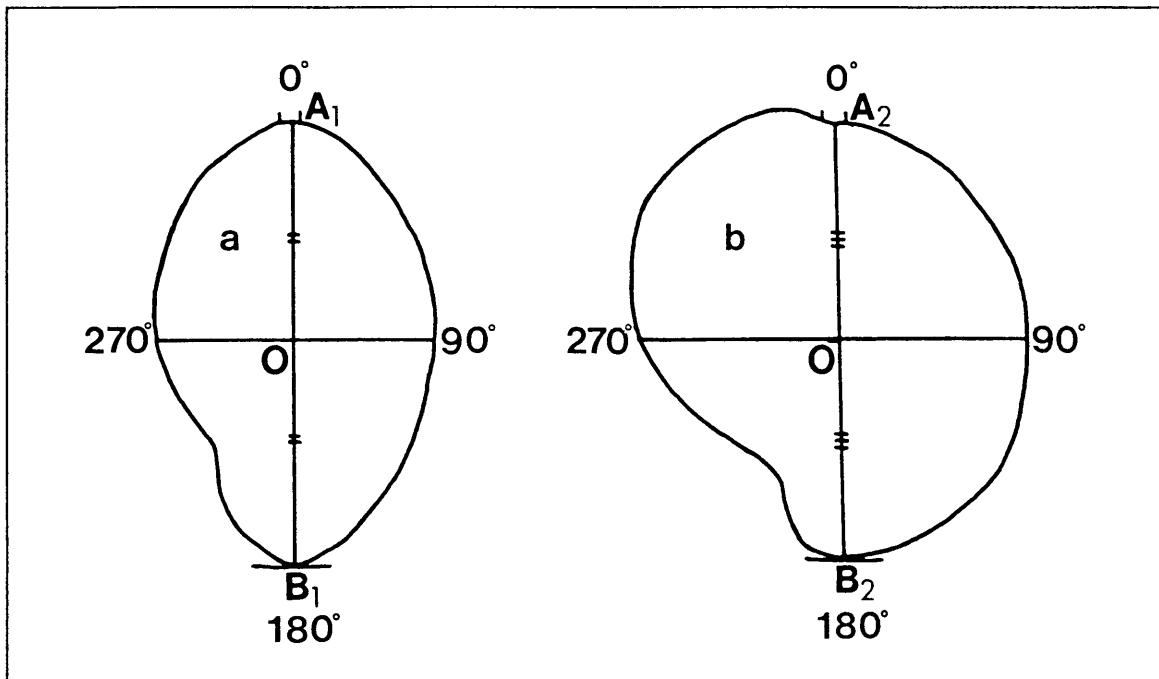
### 3.4 BEPALING VAN ORIËNTASIEVEKTOR

Mangovrugvorm word in die beskikbare literatuur beskryf met betrekking tot 'n vertikale as soos wat die vrug aan die boom hang (Sturrock & Wolfe 1944). Hierdie as het geen verwantskap met enige spesifieke punte nie en gevolglik kan dit in 'n groot mate roteer. Dit lei tot subjektiwiteit en onakkuraatheid in die beskrywing en vergelyking van vrugvorms. In Figuur 9 kan gesien word dat 'n vrug met 'n prominente linkerskouer (profiel b) na regs mag kantel met die gevolg dat die vertikale as op enige plek tussen CD en EF gekies kan word.

Om 'n vaste as vir akkurate vormbeskrywing en -vergeelyking van die mangovrug te bepaal, is die beginsel soos in Hoofstuk 2 uiteengesit, toegepas. Die eerste landmerk (sien 2.2) vir identifisering van 'n ooreenstemmende oriëntasievektor was voor-die-handliggend die middel van die steelaanhegting (punt A op Figuur 10). Vir die tweede landmerk is daar besluit om deur konstruksie van 'n raaklyn die verste punt daarvan te neem (punt B). Die middelpunt van oriëntasievektor  $\vec{AB}$  is vir ooreenstemmende punt O geneem. Die half lengte van die oriëntasievektor,  $\vec{OA}$ , verteenwoordig dus die  $0^\circ$  radius met middelpunt O waarvandaan die hoeke kloksgewys toeneem.



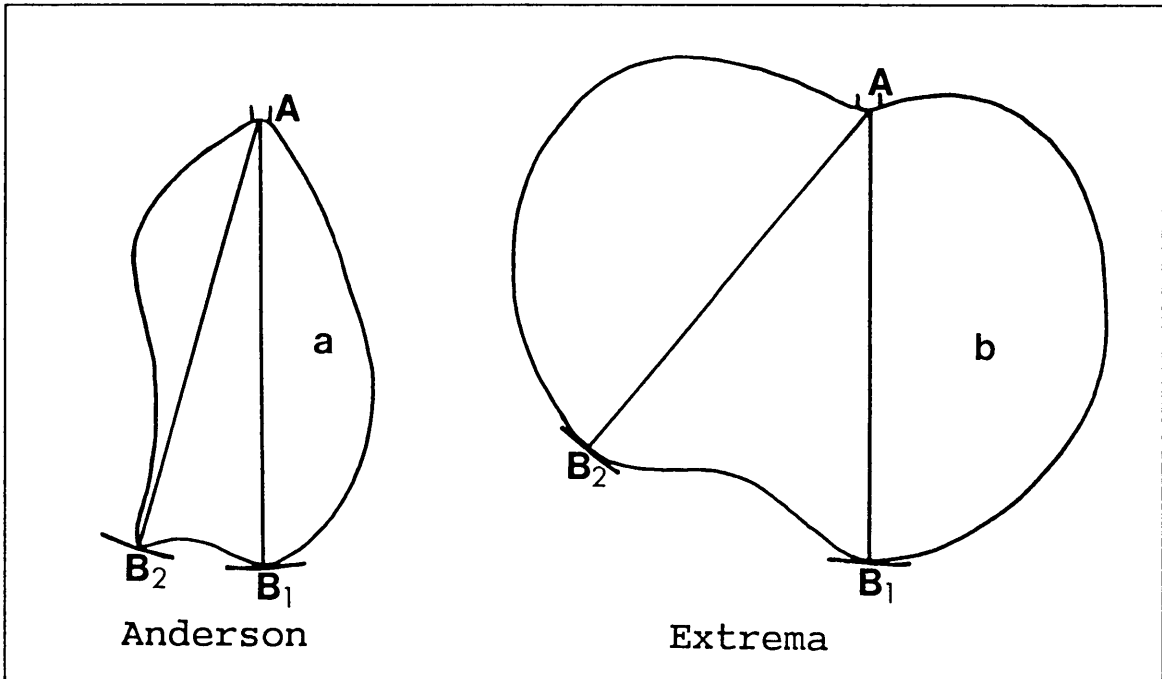
**FIGUUR 9: MANGOV RugPROFIELE MET KONVENSIONELE VERTIKALE AS.**



FIGUUR 10: MANGOVrugPROFIELE MET GEKONSTRUEERDE ORIËNTASIE-VEKTOR.

Dit sou moontlik gewees het om die litteken van die styl as tweede landmerk te neem, en dit mag miskien van waarde wees in 'n latere studie van ware verwantskappe tussen verskillende cultivars, maar vir hierdie studie is daar besluit om die punt verste van die steelaanhegting te kies aangesien dit 'n meer eweredige verdeling van die totale oppervlak van die vrugprofiel gee.

Daar is in sommige gevalle gevind dat die tweede landmerk (die punt verste van die steelaanhegting) van links na regs fluktueer en 'n rotasie van die oriëntasievektor veroorsaak. Dié probleem is slegs by sommige vrugprofiel van die twee cultivars Anderson en Extrema ondervind (Figuur 11, a en b onderskeidelik), waar 'n uitsonderlike groot uitbulting in die omgewing van die stylitteken mag voorkom. In hierdie gevalle is die regterkantse punt ( $B_1$ ) as tweede landmerk vir konstruksie van die oriëntasievektor geneem. Volgens die wiskundige prosedure, soos in Hoofstuk 4 uiteengesit, word die probleem uitgeskakel.



**FIGUUR 11 : ONSTABILITEIT VAN ORIËNTASIEVEKTOR BY VRUGPROFIELE VAN DIE CULTIVARS ANDERSON EN EXTREMA.**

### 3.5 BESKRYWING EN VERGELYKING VAN VRUGPROFIELVORMS

Die sirkelpatroon soos beskryf onder 3.2 is om die beurt op elk van die vrugprofiel geplaas met die y-as direk op die oriëntasievektor en die middelpunt van die sirkelpatroon op gekose punt O (sien 3.4). Spesifieke straal lengtes is op die sirkelpatroon afgelees en die lengtes is genormaliseer tot persentasies van  $\vec{OA}$ , die half lengte van oriëntasievektor  $\vec{AB}$  soos onder 2.3 verduidelik.

As alle vrugte van 'n enkele cultivar presies dieselfde vorm gehad het, sou hulle profiele na oriëntering en normalisering presies en skerp op mekaar gepas het. Aangesien daar egter natuurlike variasie voorkom, is die gemiddelde vrugprofielvorm vir elke cultivar bepaal. Daar mag gevalle voorkom waar die vrugprofiel van 'n spesifieke cultivar soveel varieer dat die gemiddelde vorm nie as karakteristiek beskou kan word nie. Gevolglik is ook die "skerpheid" van die gemiddelde vrugprofiel van elke cultivar by elke betrokke hoek deur middel van die Koëffisiënt van Variasie (K.V.) bepaal.



Daar is besluit dat 'n vormvergelyking by agt hoeke voldoende sal wees om die vernaamste verskille te bepaal. Die 45°-, 135°-, 225°- en 315°-hoeke is ingesluit om die algemene vorm van elke vrugprofiel in elk van die vier kwadrante te kwantifiseer, terwyl die 10°- en 335°-hoeke waardes gee aan die prominensie van die regter- en linkerskouer onderskeidelik. Die 90°- en 270°-hoeke dui die vrugbreedte halfpad tussen die steelaanhegting en die punt aan. Hierdie afmeting is natuurlik nie noodwendig die maksimum vrugbreedte nie. Verder is die oriëntasievektor  $\vec{AB}$  nie noodwendig die maksimum vruglengte nie aangesien die steelaanhegting ingesak mag wees, soos byvoorbeeld by 'n vrug met hoë skouers.

### 3.6 RESULTATE

Tabel 1 toon vir elk van die 21 mangocultivars wat vir die ondersoek gebruik is, die gemiddelde lengtes van die agt gekose radiale vektore, genormaliseer tot persentasies van die halflengtes van die ooreenstemmende oriëntasievektore. Die gemiddeldes is uit 30 vrugprofiel per cultivar bereken.

Die gemiddelde genormaliseerde vrugprofiel van elke cultivar, soos uitgebeeld by die agt hoeke wat ondersoek is, word in Figure 12 tot 31 voorgestel. Hulle is gerangskik in volgorde van stygende gemiddelde genormaliseerde straallengte vir al agt hoeke tesame. Elkeen word vergelyk met die gemiddelde genormaliseerde vrugprofiel van Kensington as standaard, wat reg in die middel van die lys is.

TABEL 1

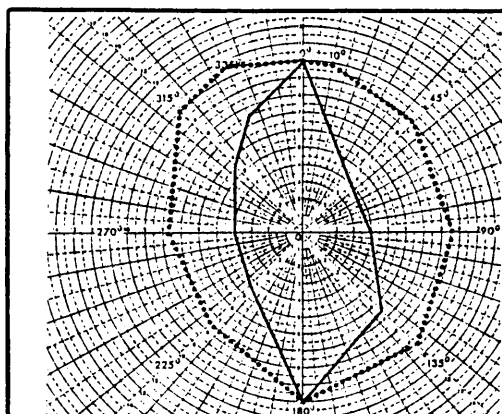
**GEMIDDELDE LENGTES VAN AGT RADIALE VEKTORE VAN  
MANGOVrugPROFIELE GENORMALISEER TOT PERSENTASIES  
VAN DIE OOREENSTEMMENDE ORIËNTASIEVEKTORE**

(Dertig vrugprofile per cultivar, 21 cultivars)

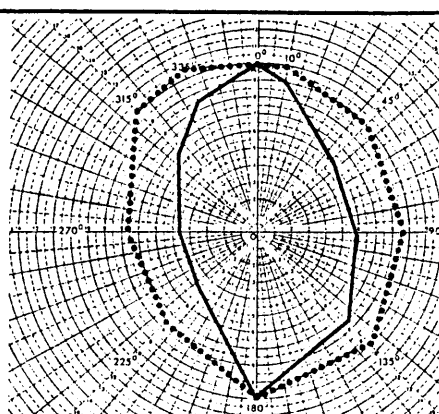
CULTIVAR	10°	45°	90°	135°	225°	270°	315°	335°
ADA	95,26	86,45	76,89	87,33	84,35	82,43	104,60	105,43
AND	69,72	40,41	38,94	64,76	43,41	39,14	56,53	74,29
CAR	92,37	71,09	62,66	79,86	80,95	81,30	94,88	101,68
EAR	96,27	76,62	65,30	79,96	71,69	76,13	97,69	104,05
EXT	101,63	115,62	106,31	100,31	103,81	143,33	159,98	141,84
FAS	98,60	98,78	93,86	96,86	91,48	101,31	118,71	113,43
FLO	101,32	88,56	79,51	90,30	75,99	88,22	104,39	106,07
GOU	98,27	88,26	80,00	89,73	60,12	54,78	79,72	96,76
HAD	99,35	91,72	82,45	90,93	85,57	94,75	115,30	119,86
HOO	99,73	90,78	89,03	97,49	88,91	100,72	114,20	112,46
IRW	103,78	85,48	71,99	85,98	75,85	80,15	104,47	111,18
KEI	95,24	78,52	72,36	83,72	81,90	84,96	99,88	102,02
KNS	97,74	90,29	87,28	93,56	76,19	76,56	99,66	106,24
NIM	104,25	99,37	88,84	93,83	94,03	116,17	141,14	137,90
PEA	96,39	86,25	78,63	90,05	80,77	87,20	99,81	101,89
RUB	87,95	64,32	57,08	75,92	69,97	63,89	76,45	87,40
SAB	90,67	62,31	58,35	77,13	47,91	47,32	66,04	84,88
SEN	98,36	87,46	81,33	92,27	90,35	90,26	100,66	101,74
SHE	98,71	94,66	85,94	93,02	96,80	111,84	125,09	120,29
SMI	92,62	71,85	62,60	77,79	71,43	74,24	91,65	96,26
ZIL	99,36	90,06	84,45	92,63	82,80	80,07	101,48	110,01

**Afkortings van cultivarname:**

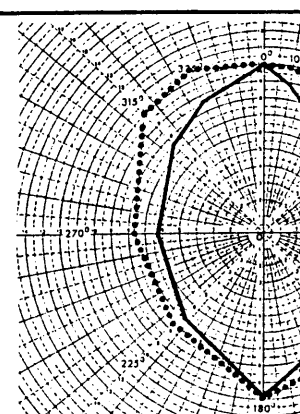
ADA - Adams	GOU - Gouveia	PEA - Peach
AND - Anderson	HAD - Haden	RUB - Ruby
CAR - Carrie	HOO - Hood	SAB - Sabre
EAR - Early Gold	IRW - Irwin	SEN - Sensation
EXT - Extrema	KEI - Keitt	SHE - Sheil
FAS - Fascell	KNS - Kensington	SMI - Smith
FLO - Florigon	NIM - Nimrod	ZIL - Zill



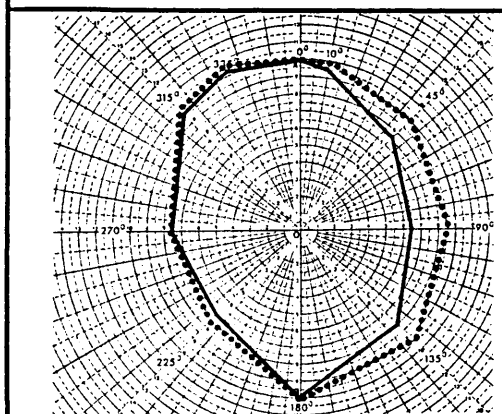
FIGUUR 12: ANDERSON



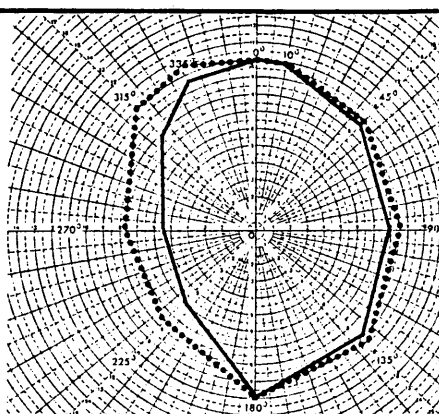
FIGUUR 13: SABRE



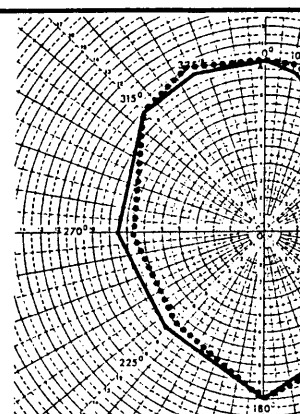
FIGUUR 14: RU



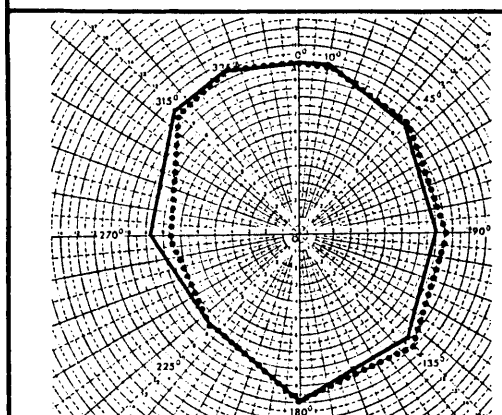
FIGUUR 17: EARLY GOLD



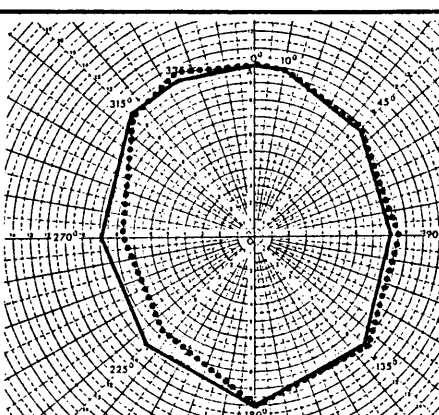
FIGUUR 18: GOUVEIA



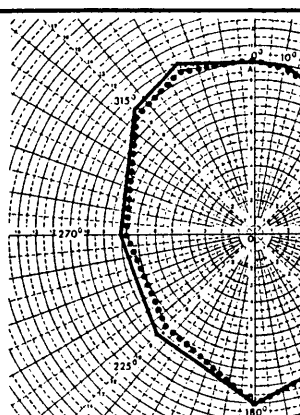
FIGUUR 19: KE



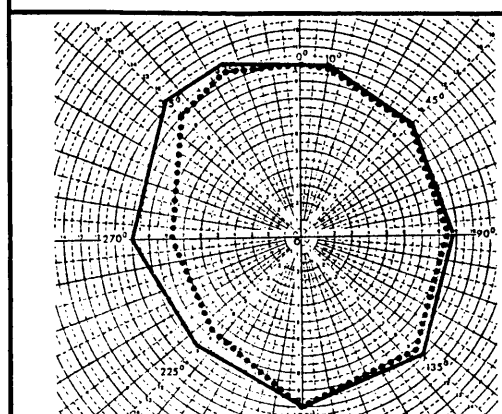
FIGUUR 22: FLORIGON



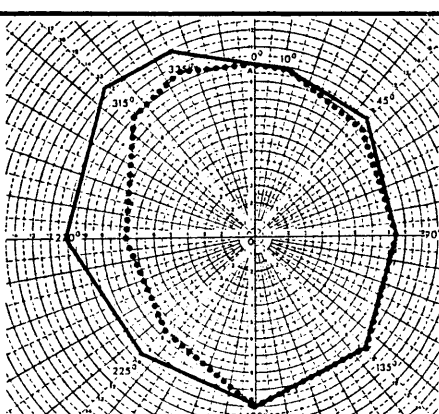
FIGUUR 23: SENSATION



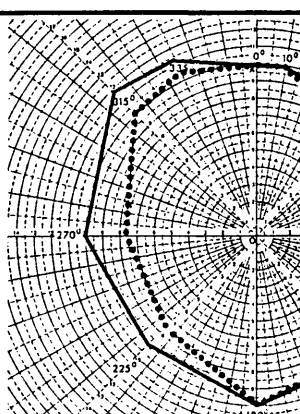
J.I



FIGUUR 27: HOOD

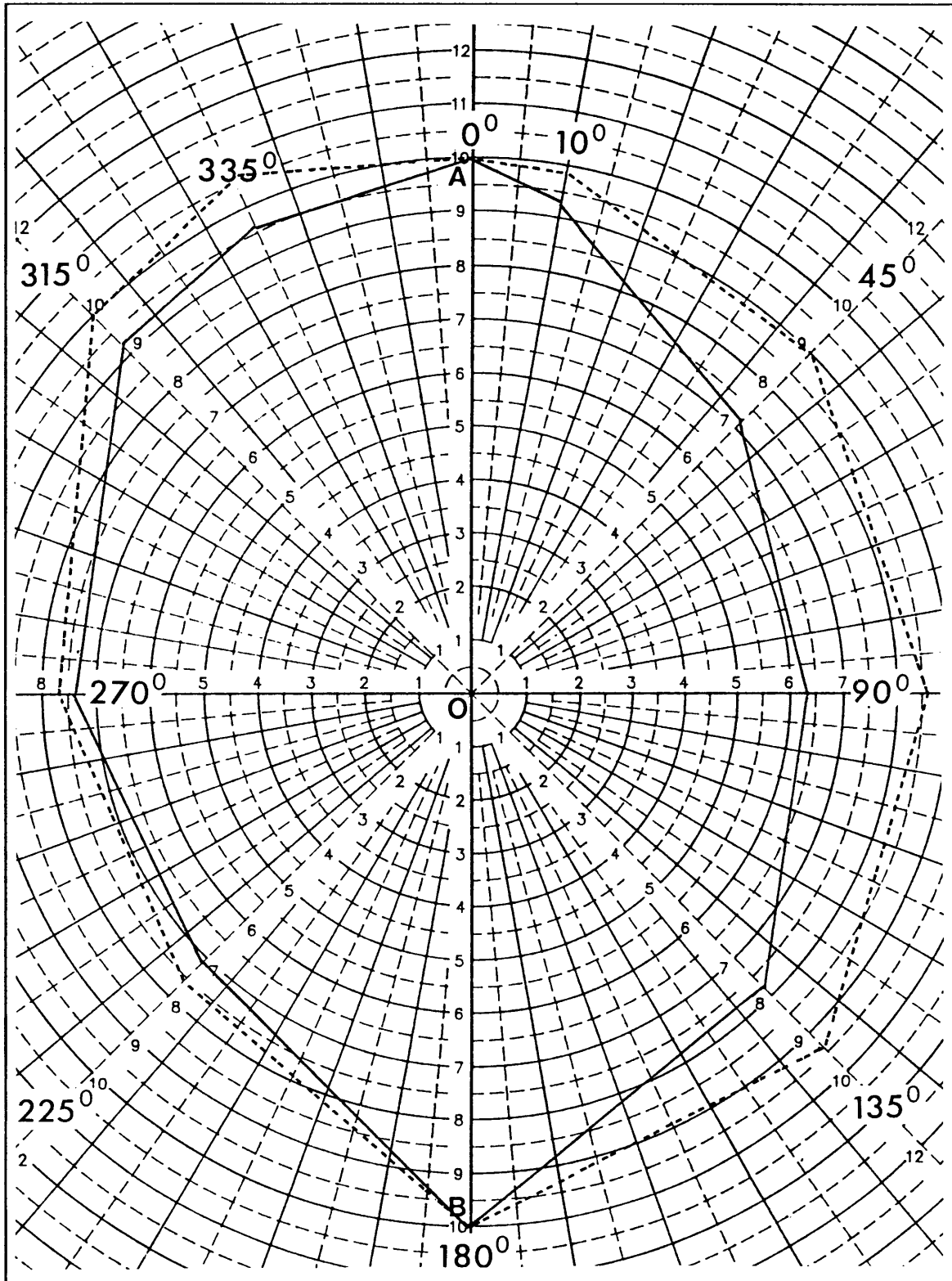


FIGUUR 28: SHEIL



FIGUUR 29: FASC

FIGURE 12-31: GEMIDDELDE GENORMALISEERDE VRUGPROFIELE BY AGT  
HOEKE (————), VERGELYK MET DIÉ VAN KENSINGTON (-----).



**FIGUUR 15 :** GEMIDDELDE GENORMALISEERDE VRUGPROFIEL VAN  
(VERGROOT) SMITH (—) BY AGT HOEKE, VERGELYK MET DIÉ VAN  
KENSINGTON (-----).

Vir elke hoek afsonderlik wat in die vrugvormvergelyking gebruik is, is 'n eenrigting variasie-analise uitgevoer (Bylae 1) om te bepaal of daar betekenisvolle verskille tussen die vrugprofielvorms van die cultivars gevind kon word. Daar is hoogs betekenisvolle verskille by 'n toetspeil van 1% gevind. Tabel 2 toon die Koëffisiënte van Variase (in %) van die gemiddelde genormaliseerde straallengte van elke cultivar by elk van die agt hoeke, asook die gemiddelde K.V.-waardes van al agt hoeke tesame. Die K.V.-waardes gee 'n aanduiding van die mate waarin daar by elke hoek op die gemiddelde vrugprofiel van 'n cultivar van 'n karakteristieke vorm gepraat kan word. 'n Relatiewe klein K.V. vir 'n spesifieke hoek dui op 'n "skerpheid" van die profiel in daardie rigting wat beteken dat die gemiddelde lengte van die spesifieke radiale vektor 'n onderskeidende vrugvormkenmerk vir die cultivar mag wees.

TABEL 2

**KOËFFISIËNTE VAN VARIASIE (IN %) VAN GEMIDDELDE GENORMALISEERDE RADIALE VEKTORE SOOS AANGEDE IN TABEL 1 ASOOK GEMIDDELDE K.V. PER CULTIVAR**

CULTI-VAR	10°	45°	90°	135°	225°	270°	315°	335°	GEMIDDELDE K.V.
ADA	2,1	4,8	4,7	3,2	5,7	5,8	4,0	3,6	4,2
AND	19,0	26,0	22,8	11,8	20,3	26,4	25,0	21,5	21,6
CAR	5,0	7,9	8,1	6,2	7,0	8,3	6,7	5,4	6,8
EAR	4,3	10,3	9,4	6,2	7,5	11,0	7,7	5,6	7,7
EXT	3,0	4,2	4,7	2,9	5,4	9,9	12,4	12,0	6,8
FAS	2,6	5,3	5,9	3,4	6,9	8,8	7,9	5,9	5,8
FLO	5,3	9,0	7,9	4,7	4,6	6,4	5,2	3,8	5,9
GOU	3,4	8,0	7,1	4,4	12,8	12,0	7,9	4,8	7,6
HAD	1,9	4,8	4,5	2,6	4,1	5,2	5,2	4,5	4,1
HOO	2,0	6,3	6,4	4,0	4,0	4,9	4,1	4,1	4,5
IRW	3,1	6,2	6,7	4,2	5,2	6,8	5,7	4,4	5,3
KEI	2,7	6,8	6,1	3,5	6,3	9,5	7,3	4,3	5,8
KNS	2,9	5,3	6,0	3,6	9,6	8,2	6,2	3,9	5,7
NIM	3,2	6,1	6,6	3,9	6,0	6,7	5,6	5,8	5,5
PEA	1,8	5,5	4,0	3,0	4,8	5,1	4,1	2,9	3,9
RUB	4,5	7,1	7,0	4,4	6,6	7,3	6,8	4,7	6,1
SAB	4,4	12,0	10,5	5,5	10,4	13,0	10,5	5,2	8,9
SEN	1,7	5,0	4,9	3,2	6,7	6,6	9,0	4,1	5,6
SHE	2,5	6,3	7,8	5,0	5,5	5,5	5,5	4,6	5,3
SMI	2,5	7,4	8,7	4,6	8,4	9,7	7,1	5,9	6,8
ZIL	3,0	6,2	5,7	4,2	5,7	6,4	6,2	4,8	5,3

Vir volledige cultivarname sien Tabel 1.

Hoewel die K.V.-waardes onderling vir 'n spesifieke hoek vergelyk kan word, moet daar in ag geneem word dat die waardes by die verskillende hoeke sal verskil. By  $10^\circ$ , byvoorbeeld, sal die waarde die kleinste wees aangesien die hoek relatief naby die steelaanhegting ( $0^\circ$ ) lê waar die K.V. = 0%. By  $270^\circ$  is die K.V. gewoonlik die grootste omdat die hoek ver van  $0^\circ$  en  $180^\circ$  lê en die vrugvorm in dié rigting verder beïnvloed word deur die groot variasie wat in die linkerskouer voorkom. Daar is arbitrêr besluit om 'n gemiddelde K.V. van  $\leq 10\%$  vir al agt hoeke tesame as 'n standaard vir 'n karakteristieke vrugprofielvorm te aanvaar. Volgens hierdie standaard sal die gemiddelde vrugprofiel van Anderson met 'n gemiddelde K.V. van 21,6% die enigste wees waarvan die vorm te diffuus is om as karakteristiek beskou te word.

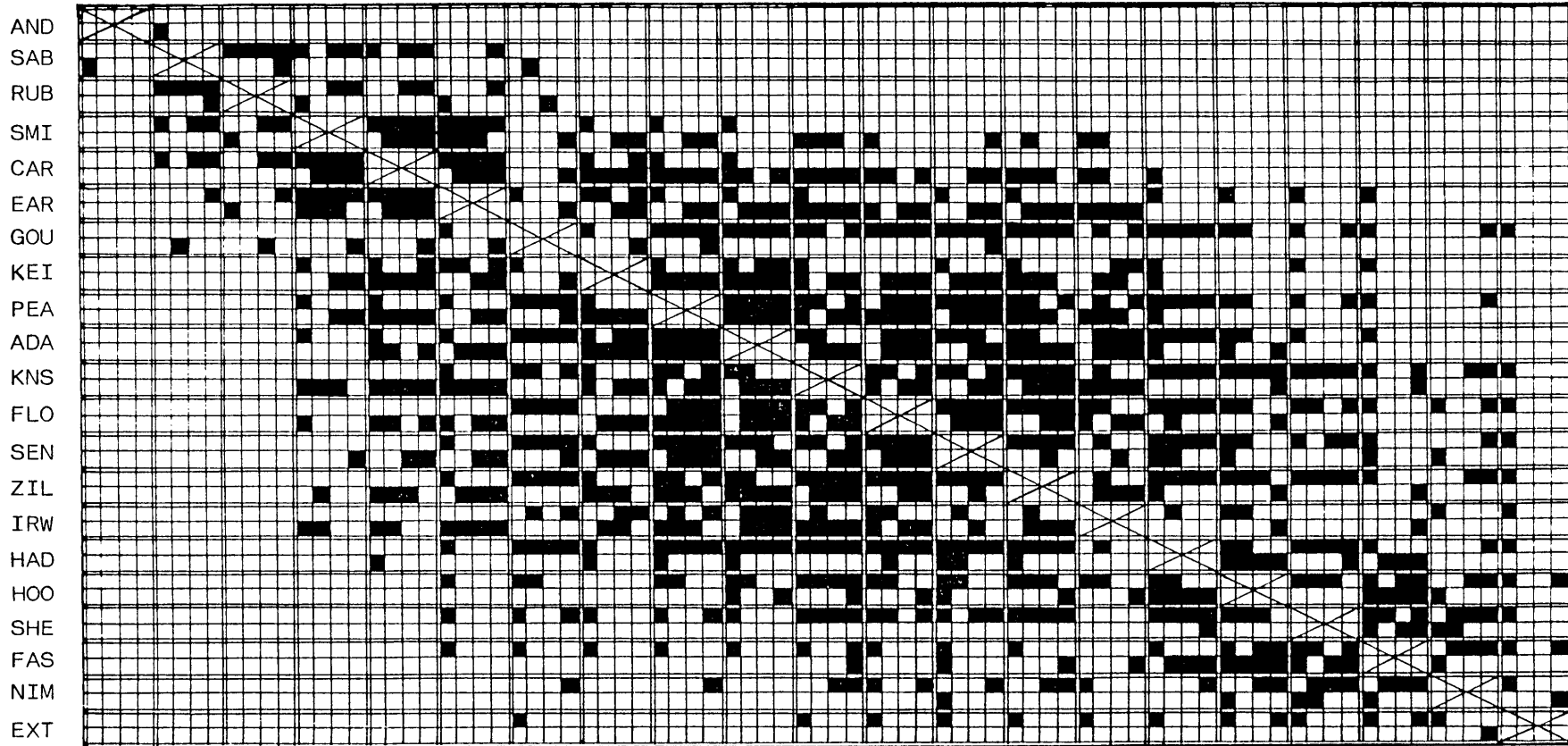
Na aanleiding van die hoogs betekenisvolheid van die resultate van die eenrigting variansie-analise, is Tukey se meervoudige vergelykingstoets (Van Ark 1981; SAS Institute Inc. 1985) by 'n 1% toetspeil uitgevoer om die cultivars by elk van die agt hoeke met mekaar te vergelyk (Bylae 2).

Die resultate van Tukey se toets word grafies voorgestel in Figuur 32. Die cultivars is in stygende volgorde van gemiddelde straallengte vir al agt hoeke tesame gerangskik. Soos uit die Figuur waargeneem kan word, is Adams en Peach die enigste twee cultivars waarvan die genormaliseerde gemiddelde straallengte by geen van die agt hoeke betekenisvol verskil nie. Die vrugprofiel van Anderson, hoewel dit nie 'n karakteristieke vorm het nie, verskil soveel van al die ander dat dit by elke hoek onderskeibaar is, behalwe van Sabre by  $225^\circ$ .

Aangesien die Kleinste Betekenisvolle Verskil-waardes (K.B.V.-waardes), soos verkry uit Tukey se toets (sien Bylae 7), as persentasie-verskille uitgedruk is en die verskille in gemiddelde lengtes van die radiale vektore reeds tot persentasie-verskille genormaliseer is, kan die K.B.V.-waarde vir elke hoek direk met die gemiddelde straallengtes vir die spesifieke hoek in verband gebring word. 'n K.B.V. van 5,77% by  $225^\circ$  beteken dus dat die gemiddelde genormaliseerde radiale vektorlengte van die vrugprofiel van een cultivar in daardie posisie ten minste 5,77% van dié van 'n ander moet verskil om betekenisvol verskillend te wees.

Nou kan die verskille tussen die gemiddelde genormaliseerde vrugprofiel van elk van die cultivars en dié van Kensington, soos in Tabel 1 en Figure 12 tot 31 aangedui, in terme van die K.B.V.-waardes met Figuur 32 in verband gebring word. Kensington en Smith (Figuur 15 - vergroot, bl. 22) verskil byvoorbeeld met  $(90,29\% - 71,85\%) = 18,44\%$  by  $45^\circ$ , dus meer as die K.B.V. van 6,32%, en die verskil is dus betekenisvol. By  $270^\circ$  is die verskil egter nie betekenisvol nie, naamlik  $(76,56\% - 74,24\%) = 2,32\%$ , dus minder as 7,48%.

AND SAB RUB SMI CAR EAR GOU KEI PEA ADA KNS FLO SEN ZIL IRW HAD HOO SHE FAS NIM EXT



Cultivars in stygende volgorde gerangskik volgens gemiddelde lengtes vir al agt hoeke tesame.  
Vir volledige cultivarnamme sien tabel 1.

10°	45°	90°	135°
225°	270°	315°	335°

BETEKENISVOLLE VERSKIL



KLEINSTE BETEKENISVOLLE VERSKIL (K.B.V.-WAARDE)

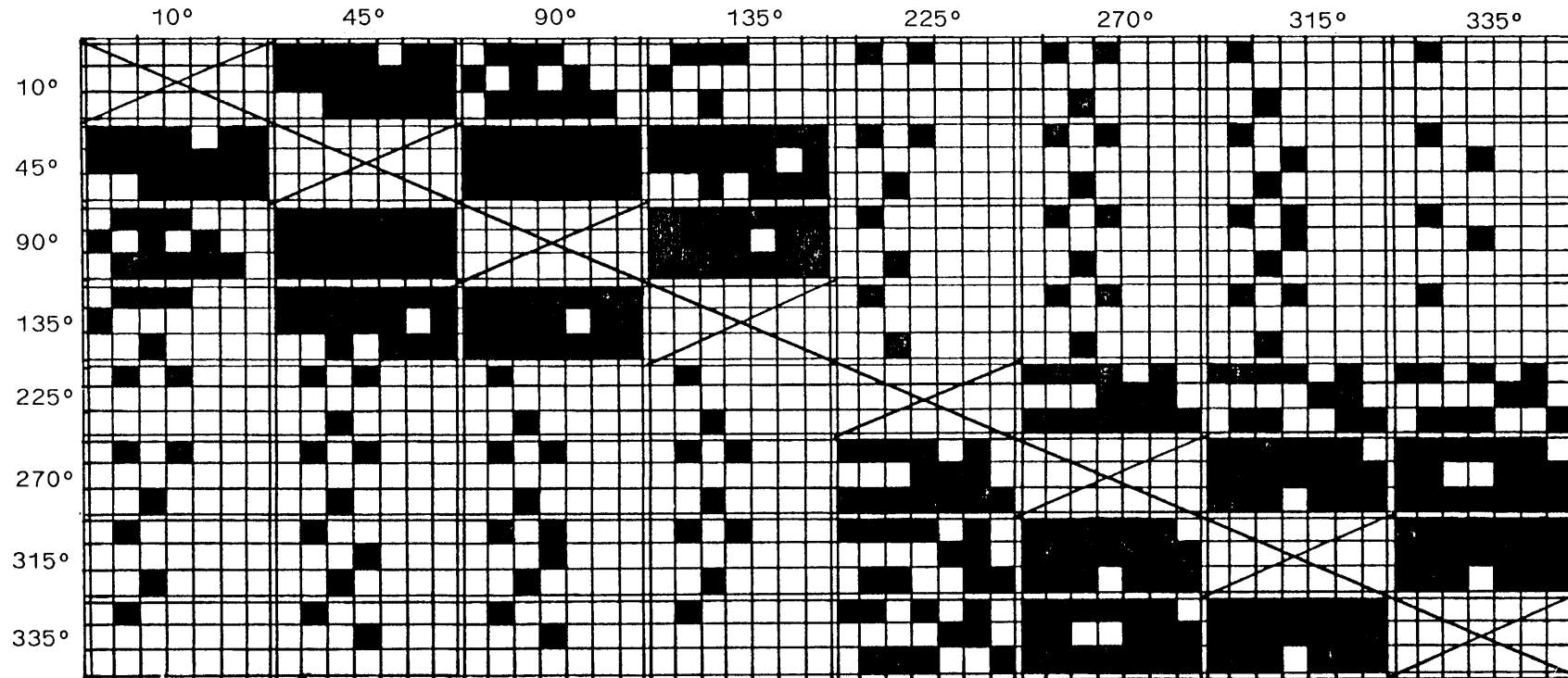
10°	45°	90°	135°	225°	270°	315°	335°
4,41	6,32	5,63	4,14	5,77	7,48	8,58	7,33

**FIGUUR 32: VERGELYKING TUSSEN GEMIDDELDE GENORMALISEERDE VRUGPROFIELE VAN 21 MANGOCULTIVARS BY AGT HOEKE, VOLGENS TUKEY SE MEERVOUDIGE VERGELYKINGSTOETS BY 'N TOETSPEIL VAN 1%.**

'n Korrelasie-analise is by 'n toetspeil van 1% uitgevoer om te bepaal of dit wel nodig is om die vrugvormvergelyking by al agt die hoeke wat ondersoek is, uit te voer. Die resultate verskyn in Figuur 33. Hieruit kan gesien word dat daar by al 21 die cultivars wat ondersoek is, 'n korrelasie tussen die 45°- en 90°-hoeke bestaan. Aangesien daar ook by 20 van die cultivars 'n korrelasie tussen die 90°- en 135°-hoeke aanwesig is, kan afgelei word dat vormvergelyking by 90° oorbodig is. Ook kan die 335°-hoek moontlik uitgelaat word, aangesien dit by 20 cultivars met die 315°-hoeke gekorreleer is.

Die orige ses hoeke sou dus voldoende gewees het vir 'n diagnostiese beskrywing en vergelyking van die vrugprofielvorms van hierdie 21 mangocultivars.





ADA	AND	CAR	EAR	EXT	FAS	FLO
GOU	HAD	HOO	IRW	KEI	KNS	NIM
PEA	RUB	SAB	SEN	SHE	SMI	ZIL

KORRELASIE AANWESIG

■ JA    □ NEE

Vir volledige cultivarname sien Tabel 1.

**FIGUUR 33: MANGOV Rugprofielvorm - Cultivars waarby 'n korrelasie by 'n toetspeil van 1% by agt hoeke voorkom.**

## HOOFSTUK 4

# Die wiskundige prosedure soos toegepas op mangovrugprofiële

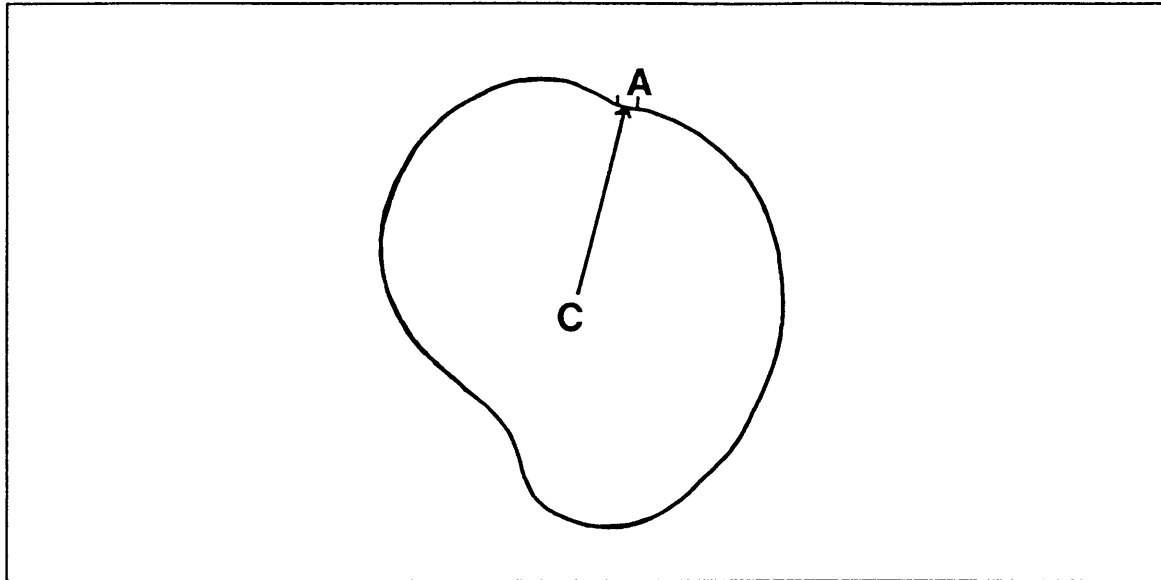
### 4.1 INLEIDING

Die wiskundige prosedure is 'n poging om die vorms van plat figure te beskryf en te vergelyk waarvoor slegs een landmerk geïdentifiseer kan word. 'n Tweede landmerk word dan wiskundig bereken. Die prosedure bied 'n oplossing vir byvoorbeeld die probleem onder 3.4 bespreek, waar die tweede landmerk van die mangovrugprofiële soos volgens die konstruksieprosedure gekies, soms onstabiel kan wees.

Dieselfde mangovrugprofiële wat vir die konstruksieprosedure gebruik is (vergelyk 3.3), is ook vir die wiskundige prosedure gebruik. Die ondersoek is egter in hierdie geval beperk tot agt cultivars (twintig vrugprofiële van elk), aangesien dit as voldoende beskou is om die prosedure te beproef. Die ontwikkeling van die rekenaarprosesse hou groot kostes in en die programme moet nog verfyn word om vlotter te verloop.

### 4.2 BEPALING VAN ORIËNTASIEVEKTOR

Elke plat figuur besit 'n unieke punt naamlik die sentroïde, of massamiddelpunt, wat wiskundig bereken kan word. Hierdie punt (punt C in Figuur 34) is vir die mangovrugprofiële as tweede landmerk gekies. Die eerste landmerk was weer eens die middel van die steelaanhegting, punt A. Deur van hierdie twee unieke, karakteristieke, ooreenstemmende punte as landmerke gebruik te maak, kon 'n ooreenstemmende oriëntasievektor  $\vec{CA}$  vir elk van die mangovrugprofiële bepaal word. Dit was dus moontlik om volgens die definisie onder 2.4 uiteengesit 'n vormvergelyking van die mangovrugprofiële uit te voer.



**FIGUUR 34:** MANGOVRUGPROFIEL MET SENTROÏDE, PUNT C, EN ORIËNTASIEVEKTOR  $\vec{CA}$ .

#### 4.3 PROSEDURE VIR BESKRYWING VAN GEMIDDELDE VRUGPROFIELVORM VAN ELKE MANGOCULTIVAR

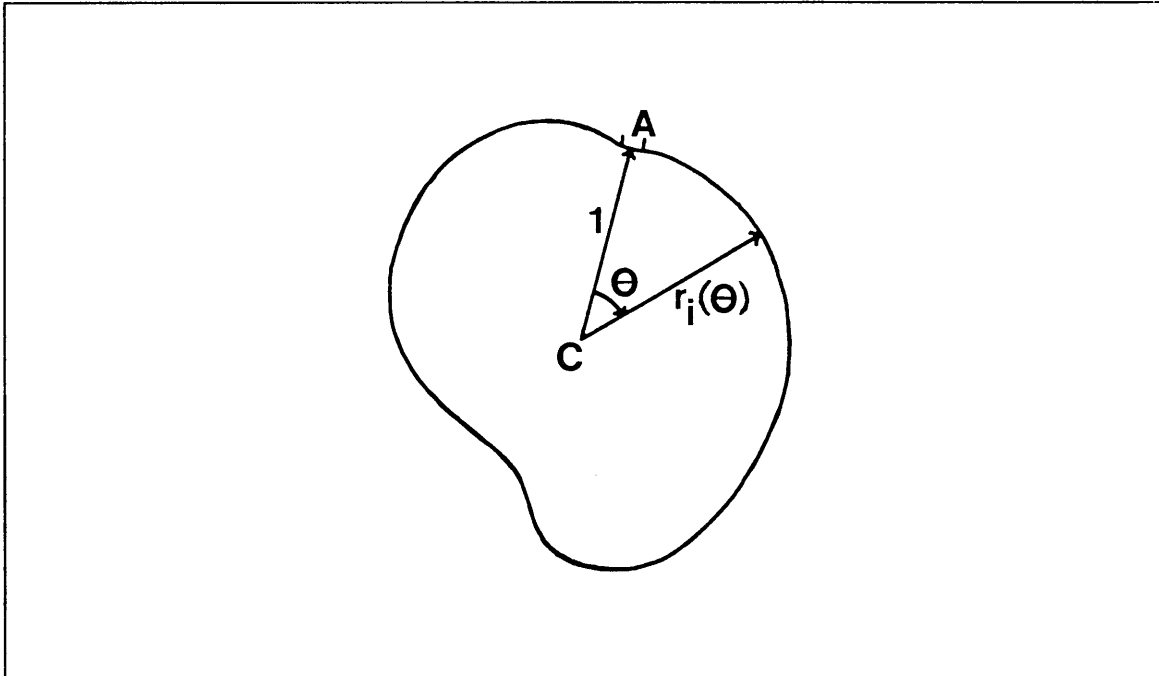
Om voorsiening te maak vir natuurlike variasie in vrugvorm binne 'n cultivar, was dit nodig om die gemiddelde vrugprofielvorm van elke cultivar te bepaal. Dit is gedoen volgens 'n meetprosedure wat uit die volgende stappe bestaan:

- (a) Vir elke cultivar word 'n monster van  $N$  vrugprofiële ewekansig gekies.
- (b) Vir elke individuele profiel,  $i = 1, 2, \dots, N$ , word die buitelyn versyfer. Die versyfering is uitgevoer met GTCO Corporation versyferaar van A0-grootte, "digi-pad" 5, "firmware version" T3.2.
- (c) Die posisie  $(x_c; y_c)$  van die sentroïde (punt C) word bereken deur gebruik te maak van die formules
 
$$x_c = \frac{\int x ds}{\int ds}$$

$$y_c = \frac{\int y ds}{\int ds}$$
 waar  $ds$  'n elementêre oppervlakte elementjie is en die integrasie oor die hele ingeslote oppervlak  $S$  uitgevoer word (Figuur 34). Die integrasie is deur middel van die trapezium reël gedoen.
- (d) Vir elke individuele profiel word die oriëntasievektor  $\vec{CA}$  genormaliseer (lengte van  $\vec{CA} = 1$ ) en die profiel word ooreenkomstig geskaal.

- (e) Vir elke individuele profiel word die lengte van die buitestraal  $r_i$  (radiale vektor) met betrekking tot  $\vec{CA}$  op kloksgewyse hoekintervalle van  $\delta$  grade bereken, deur lineêre interpolasie van die gedigitaliseerde data. Dit gee die gediskretiseerde vorm van die profiel, wat 'n akkurate kwantitatiewe beskrywing is in soveel rigtings as wat verlang word:

$r_i(\theta)$  word dus bereken vir  $\theta = \delta, 2\delta, 3\delta, \dots, p\delta; (p+1)\delta = 360^\circ$  (Figuur 35).

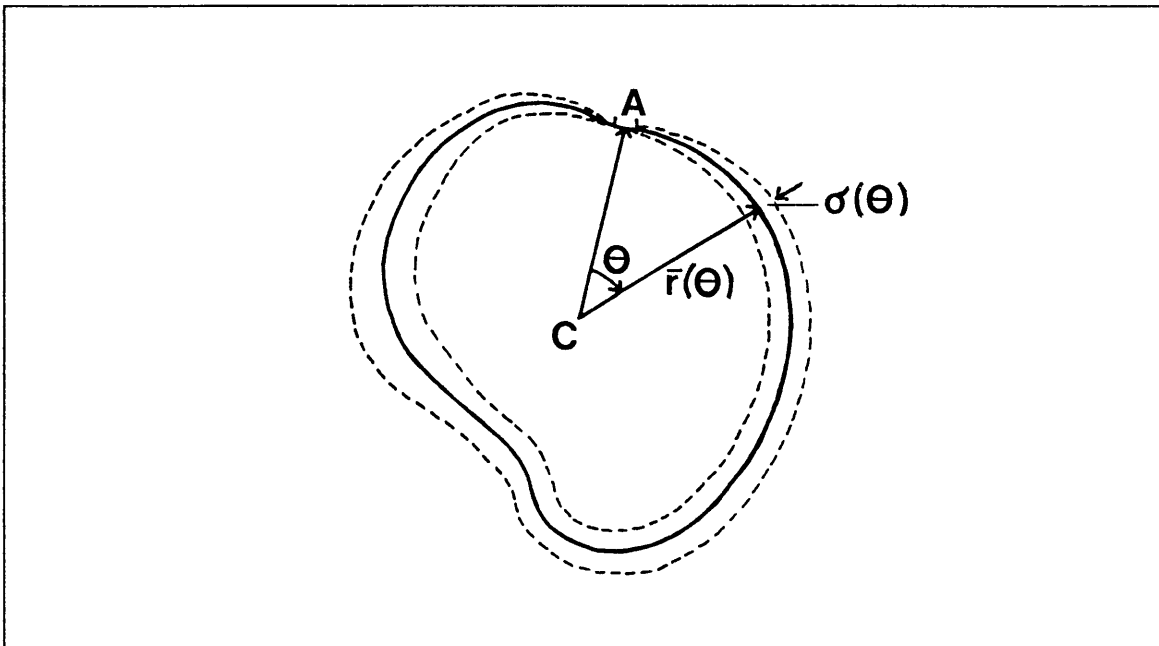


**FIGUUR 35:** MANGOVRUGPROFIEL MET RADIALE VEKTOR  $r_i(\theta)$  WAT BEREKEN WORD VIR SPESIFIEKE KLOKSGEWYSÉ HOEK-INTERVALLE MET BETREKKING TOT GENORMALISEERDE ORIËNTASIEVEKTOR CA.

- (f) Die gemiddelde gediskretiseerde profielvorm vir elke cultivar word vervolgens met die volgende formule bereken:

$$\bar{r}(\theta) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N r_i(\theta); \theta = \delta, 2\delta, 3\delta, \dots, p\delta; (p+1)\delta = 360^\circ$$

en vir al die hoeke word die ooreenstemmende standaardafwykings  $\sigma(\theta)$  bereken (Figuur 36).



**FIGUUR 36: GEMIDDELDE GEDISKRETISEERDE MANGOVrugPROFIEL-VORM  $r(\theta)$  MET OOREENSTEMMENDE STANDAARDAFWYKINGS  $\sigma(\theta)$  IN STIPPELLENE AANGEDUL.**

Daar is vir die doel van hierdie studie besluit om die hoekintervalle op  $3^\circ$  te neem ( $\delta = 3^\circ$ ).

Stappe (c) tot (f) asook die berekening van die skerpheidsindeks onder 4.4 en die vormvergelyking onder 4.5 word outomaties uitgevoer volgens 'n rekenaarprogram wat deur prof. Snyman ontwikkel is, soos in Hoofstuk 1 genoem (Snyman & Buitendag 1989).

#### **4.4 BEREKENING VAN SKERPHEIDSINDEKS VAN GEMIDDELDE VRUGPROFIEL VAN ELKE MANGOCULTIVAR**

In gevalle waar die variasie in vrugvorm binne 'n enkele cultivar min is, sal die vrugprofile na oriëntering en normalisering skerp op mekaar pas, wat dui op 'n karakteristieke vorm. Om te toets of die gemiddelde vrugprofiel van 'n spesifieke cultivar wel 'n karakteristieke vorm het en of dit te diffuus is om as kenmerkend beskou te word, is 'n "skerpheidsindeks",  $S$ , vir elkeen bereken. Dit gee 'n kwantitatiewe waarde aan die betekenis van die gemiddelde vrugprofiel as kenmerkende eienskap vir die spesifieke cultivar.

Die skerpheidsindeks kan soos volg in terme van die standaardafwykings gedefinieer word:

$$\text{Skerpheidsindeks } S = \text{maksimum} \frac{(\sigma(\theta))}{(\bar{r}(\theta))}; \theta = \delta, 2\delta, 3\delta, \dots, p\delta; (p+1)\delta = 360^\circ.$$

As die gemiddelde genormaliseerde straallengte vir 'n spesifieke cultivar byvoorbeeld by  $45^\circ$  gelyk is aan 20% en die standaardafwyking by daardie hoek is 2%, dan is

$$\frac{(\sigma(45^\circ))}{(\bar{r}(45^\circ))} = \frac{2}{20} = 0,1.$$

As hierdie verhouding by al die ander betrokke hoeke kleiner as 0,1 is, dan sal die skerpheidsindeks gelyk wees aan 0,1.

Hoe kleiner die waarde van S, hoe meer karakteristiek is die gemiddelde vrugprofielvorm van die spesifieke mangocultivar. 'n S-waarde van  $\leq 0,1$  is geneem as 'n maatstaf vir 'n sterk karakteristieke vorm. Vir  $0,1 < S \leq 0,2$  is die beslissing swakker maar 'n kenmerkende vorm kan nog onderskei word. Vir  $S > 0,2$  is die vorm egter as te diffuus beskou om vir die spesifieke cultivar as 'n diagnostiese kenmerk van waarde te wees.

Die skerpheidsindeks asook 'n aanduiding van die karakteristieke betekenis van die gemiddelde vrugprofiel van elk van die agt mangocultivars wat ondersoek is, word in Tabel 3 aangedui.

**TABEL 3**  
**SKERPHEIDSINDEKS EN AANDUIDING VAN KARAKTERISTIEKE BETEKENIS**  
**VAN GEMIDDELDE MANGOVrugPROFIELVORMS**  
**(Twintig vrugprofiel per cultivar, agt cultivars;  $\delta = 3^\circ$ )**

Cultivar	Skerpheidsindeks (S)	Karakteristieke betekenis van gemiddelde vrugprofielvorm
Anderson	0,15	*
Extrema	0,07	**
Florigon	0,08	**
Kensington	0,06	**
Nimrod	0,08	**
Peach	0,04	**
Sandersha	0,46	-
Sensation	0,08	**

- \*\*  $S \leq 0,1$                     - sterk karakteristieke vorm  
\*  $0,1 < S \leq 0,2$                - swak karakteristieke vorm  
-  $S > 0,2$                         - vorm nie karakteristiek nie

#### 4.5 VORMVERGELYKING VAN MANGOVRUGPROFIELE

Nadat die gemiddelde genormaliseerde vrugprofielvorm van elke mangocultivar op spesifieke hoekintervalle presies beskryf is en nadat die karakteristieke betekenis van elk deur middel van 'n skerpeheidsindeks bepaal is, was dit moontlik om 'n vormvergelyking te doen. Hiervoor is slegs die cultivars met 'n sterk karakteristieke vrugprofielvorm ( $S \leq 0,1$ ) gebruik.

In die toepassing van die prosedure vir vormvergelyking is dit telkens nodig om tussen 'n standaardprofiel en 'n toetsprofiel te onderskei. Enige gemiddelde gediskretiseerde profiel kan as standaard geneem word en die toetsprofiel kan ook die gemiddelde profiel van 'n cultivar wees of dit kan selfs 'n enkele profiel wees. Die toetsprofiel kan beskou word as 'n "vreemde" profiel wat vir identifikasiedoeleindes teen verskillende cultivars getoets word.

Die volgende prosedure is toegepas:

- (a) Die gediskretiseerde vorm  $r_t(\theta)$  van die genormaliseerde toetsprofiel  $t$  word bereken, naamlik:

$$r_t(\theta); \theta = \delta, 2\delta, 3\delta, \dots, p\delta; (p+1)\delta = 360^\circ.$$

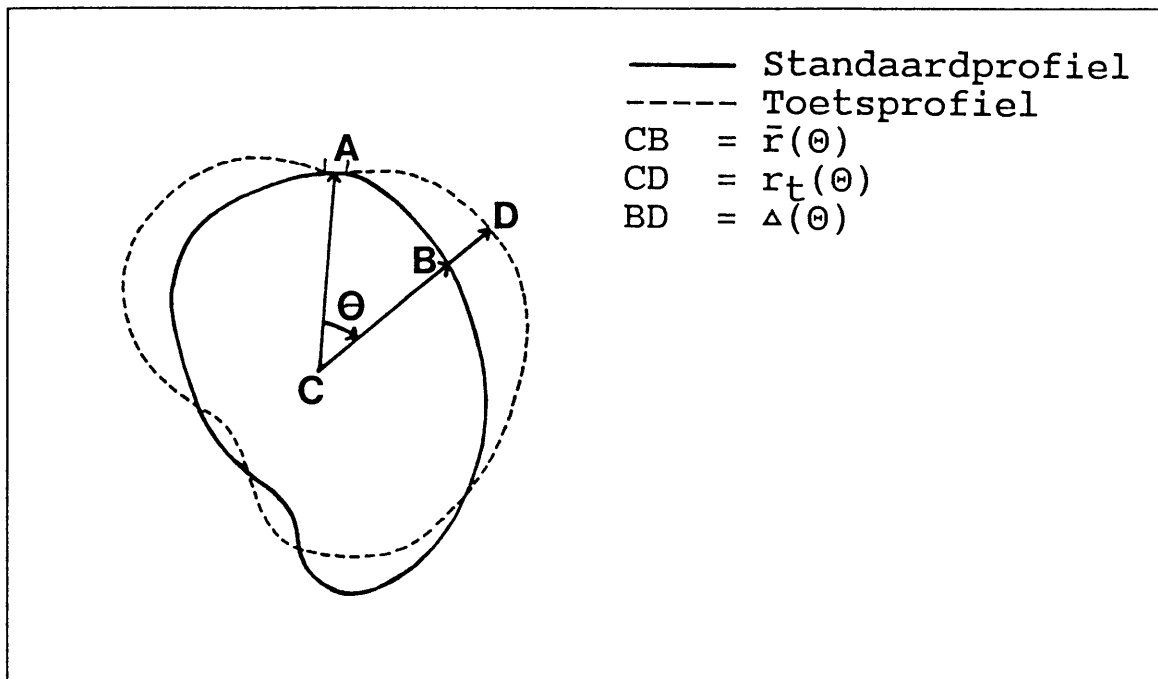
In die gevalle waar die toetsprofiel 'n gemiddelde profiel vir 'n cultivar is, word ook die gemiddelde gediskretiseerde vorm  $\bar{r}_t(\theta)$  bereken:

$$r_t(\theta) \equiv \bar{r}_t(\theta) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N r_i(\theta); \theta = \delta, 2\delta, 3\delta, \dots, p\delta; (p+1)\delta = 360^\circ.$$

- (b) Nou word daar gekyk hoe ver die toetsprofiel by elke betrokke hoek van die standaardprofiel afwyk. Die verskil  $\Delta(\theta)$  tussen die toetsprofiel  $r_t(\theta)$  (of  $\bar{r}_t(\theta)$ ) en die standaardprofiel  $\bar{r}(\theta)$  by elke hoek kan soos volg geformuleer word:

$$\Delta(\theta) = r_t(\theta) - \bar{r}(\theta); \theta = \delta, 2\delta, 3\delta, \dots, p\delta; (p+1)\delta = 360^\circ \text{ (Figuur 37).}$$

Die graad van verskille sowel as die posisies waarin die verskille voorkom, kan hierdeur bereken word.



**FIGUUR 37: VORMVERGELYKING TUSSEN STANDAARDPROFIEL EN TOETSPROFIEL MET DIE VERSKIL AANGEDUI AS  $\Delta(\theta)$**

- (c) Die verskil tussen die twee profiele word in verband gebring met die aantal standaardafwykingafstande van die standaardprofiel,  $n$ , wat die toetsprofiel by elke betrokke hoek van die standaardprofiel af lê mits die genormaliseerde oriëntasievektore direk op mekaar lê. Daar word onderskeid getref tussen positiewe waardes van  $n$  ( $n = 1, \dots, 8, 9$ ) waar die radiale vektor van die toetsprofiel by 'n spesifieke hoek langer as dié van die standaardprofiel is, en negatiewe waardes ( $n = -9, -8, \dots, -1$ ) waar die toetsprofiel binne die standaardprofiel lê.

'n Register word opgestel vir waardes van  $n = -9, -8, \dots, -1, 1, \dots, 8, 9$  met die intervalle gelyk aan die standaardafwyking van die standaardprofiel  $\sigma(\theta)$ . (Die waarde  $n = 0$  lê op die standaardprofiel.) Volgens die formules hieronder uiteengesit, word 'n sekere waarde van  $n$  by elke betrokke hoek gegee aan die afwyking van die toetsprofiel vanaf die standaardprofiel. Dan word daar kloksgewys rondom die toetsprofiel getel hoeveel keer elke  $n$ -waarde voorkom. Hierdie tellings word as teller ( $n$ ) aangegee. Die prosedure word soos volg geformuleer:

Die tellers van  $n$  word aanvanklik gelyk aan nul gestel:

$$\text{teller}(n) = 0; \quad n = -9, -8, \dots, -1, 1, \dots, 8, 9.$$



Vervolgens:

as  $\Delta(\theta)$  positief is, dan as  
 $(n-1)\sigma(\theta) < \Delta(\theta) \leq n\sigma(\theta)$ ;  $n = 1, 2, \dots, 8$   
 word teller (n) = teller (n) + 1 gestel;

en as  $\Delta(\theta)$  nie positief is nie, dan as  
 $n\sigma(\theta) < \Delta(\theta) \leq (n+1)\sigma(\theta)$ ;  $n = -1, -2, \dots, -8$   
 word teller (n) = teller (n) + 1 gestel.

As die standaardafwyking van die standaardprofiel  $\sigma(\theta)$  by 'n sekere hoek byvoorbeeld tussen twee- en driemaal tussen die twee profiele inpas en die toetsprofiel is op daardie posisie groter as die standaardprofiel, dus as  $2\sigma(\theta) < \Delta(\theta) \leq 3\sigma(\theta)$ ;  $n=3$  dan word een telling by  $n=3$  getel (teller (n) word = teller (n) + 1 gestel). As  $n=3$  reeds byvoorbeeld by 24 hoeke getel is, dan sal die teller van n nou 25 wees.

As dieselfde voorbeeld geneem word maar met die toetsprofiel kleiner as die standaardprofiel, dus as  $-3\sigma(\theta) < \Delta(\theta) \leq -2\sigma(\theta)$ ;  $n = -3$  dan word een telling by  $n = -3$  getel.

As  $\Delta(\theta) > 8\sigma(\theta)$  dan word teller (9) = teller (9) + 1.

As  $\Delta(\theta) \leq -8\sigma(\theta)$  dan word teller (-9) = teller (-9) + 1.

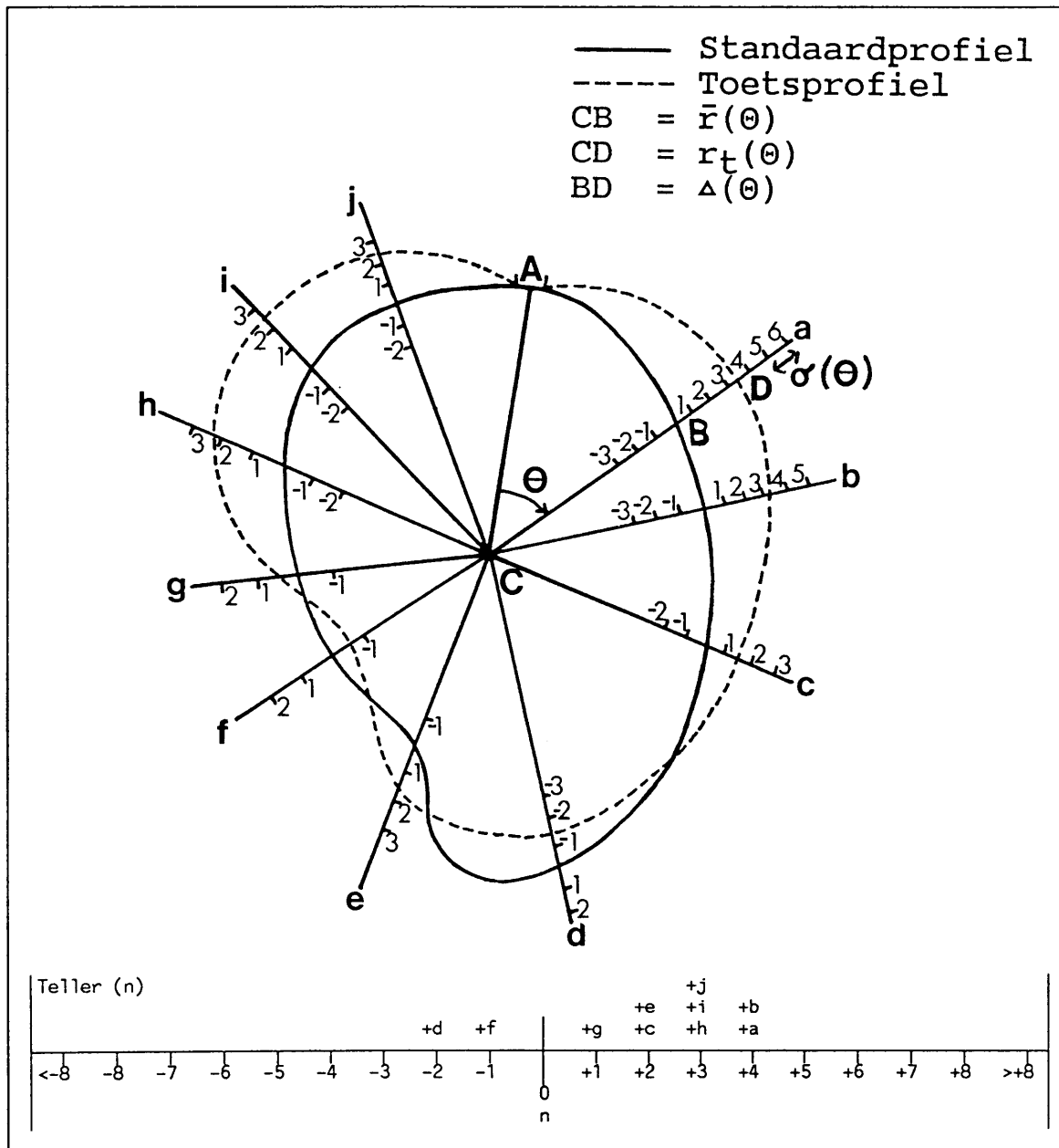
Figuur 38 gee 'n voorstelling van die prosedure.

- (d) Die tellings van die verskillende n-waardes word verwerk tot persentasies van die totale aantal hoeke, p, wat vergelyk is.

Vir  $n = -9, -8, \dots, -1, 1, \dots, 8, 9$  word dus bereken

$$\text{Per (n)} = \frac{\text{teller (n)}}{p} \times 100.$$

Dit is die persentasie keer, soos die buitelyne van die toetsprofiel kloksgewys gevolg word, dat die afwyking vanaf die standaardprofiel  $\Delta(\theta)$  tussen  $(n-1)\sigma(\theta)$  en  $n\sigma(\theta)$  lê as  $\Delta(\theta)$  positief is, en tussen  $(n+1)\sigma(\theta)$  en  $n\sigma(\theta)$  as  $\Delta(\theta)$  negatief is.



**FIGUUR 38 :** VOORSTELLING VAN OPSTEL VAN REGISTER OM 'N WAARDE TE GEE AAN DIE AFWYKING VAN DIE TOETSPROFIEL TEN OPSIGTE VAN DIE STANDAARDPROFIEL BY ELKE BETROKKE HOEK, ASOOK TELLING VAN DIE AANTAL KEER WAT ELKE WAARDE VOORKOM.

(e) In besonder word bereken

$$P_{\sigma} = \text{Per}(-1) + \text{Per}(1) \text{ en}$$

$$P_{2\sigma} = \text{Per}(-2) + \text{Per}(-1) + \text{Per}(1) + \text{Per}(2).$$

Dit is om te bepaal watter persentasie van die gediskretiseerde profielpunte van die toetsprofiel binne  $\sigma(\theta)$  en  $2\sigma(\theta)$  vanaf die standaardprofiel lê. As  $P_{\sigma}$  groot is, beteken

dit letterlik dat 'n groot aantal van die punte binne 'n "skil" met dikte ongeveer  $2\sigma(\theta)$  weerskante van die standaardprofiel lê. Dit dui op 'n sterk ooreenkoms in vorm. Selfs as  $P_{2\sigma}$  groot is, is daar 'n sterk ooreenkoms in vorm aangesien 'n groot persentasie van die profielpunte van die toetsprofiel binne 'n "skil" van ongeveer  $4\sigma(\theta)$  in dikte weerskante van die standaardprofiel lê.

- (f) Die histogram H word geplot van Per (n) teen n, dus die persentasie keer dat elke n-waarde voorkom. Hoe kleiner die waarde van  $P_{\sigma}$  en  $P_{2\sigma}$  is, hoe meer verspreid sal die histogram lê en hoe sterker is die verskil in vorm.
- (g) Die "piekposisie" van die histogram,  $\hat{p}$ , word bereken deur die volgende formule:

$$p = \left( \sum_{n=1}^9 \text{Per}(n)(n-\frac{1}{2}) + \sum_{n=-9}^{-1} \text{Per}(n)(n+\frac{1}{2}) \right) / 100.$$

Die vergelyking tussen die gemiddelde gediskretiseerde vrugprofiel van Sensation as standaard met dié van Peach as toetsprofiel kan as voorbeeld dien.

Die gediskretiseerde punte op die toetsprofiel het die volgende verspreiding ten opsigte van die standaardprofiel:

n < -3	n = -3	n = -2	n = -1	n = 1	n = 2	n = 3	n > 3
0%	3,3%	10,3%	66,7%	11,4%	6,1%	1,9%	0%

Dus:

$$\hat{p} = (3,3(-2\frac{1}{2}) + 10,3(-1\frac{1}{2}) + 66,7(-\frac{1}{2}) + 11,4(\frac{1}{2}) + 6,1(1\frac{1}{2}) + 1,9(2\frac{1}{2}))/100$$

$$= (-8,25 - 15,45 - 33,35 + 5,70 + 9,15 + 4,75)/100$$

$$= \frac{-37,45}{100}$$

$$\hat{p} = -0,38.$$

Die piekposisie bied 'n addisionele, hoewel minder belangrike maatstaf vir vormvergelyking. 'n Skerp piek (breedte  $\pm 2$ ) gekombineer met 'n sentrale piekposisie,  $|p| < 1$ , dui op 'n sterk ooreenkoms in vorm. As die piek skerp is maar die piekposisie is effens verskuif,  $|p| > 1$ , dan kan 'n mate van ooreenkoms in vorm nog aanvaar word. 'n Skerp piek, byvoorbeeld, wat na links van die standaardprofiel lê, beteken dat die toetsprofiel grotendeels skraler is as die standaardprofiel maar dat die twee profiele min of meer parallel aan mekaar loop.

#### 4.6 RESULTATE

Die graad van verskille tussen 'n standaardprofiel en 'n toetsprofiel sowel as die posisies waarin verskille voorkom is deur voorafgaande prosedure bereken, deur bepaling van  $\Delta(\theta)$ . Verder is vier maatstawwe bereken, naamlik  $P_\sigma$ ,  $P_{2\sigma}$ ,  $H$  en  $p$  waardeur die vormverwantskap tussen die toetsprofiel en die standaardprofiel in die geheel gesien, bepaal kan word.

Tabel 4 toon die resultate van 'n aantal vergelykings tussen die gemiddelde gediskretiseerde vrugprofielvorms van ses mangocultivars. Uit die tabel kan gesien word dat die vrugprofielvorms van byvoorbeeld Sensation en Nimrod uitermate van mekaar verskil, met lae

**TABEL 4**  
**VORMVERGELYKING VAN GEMIDDELDE**  
**GEDISKRETISEERDE MANGOVrugPROFIELVORMS**

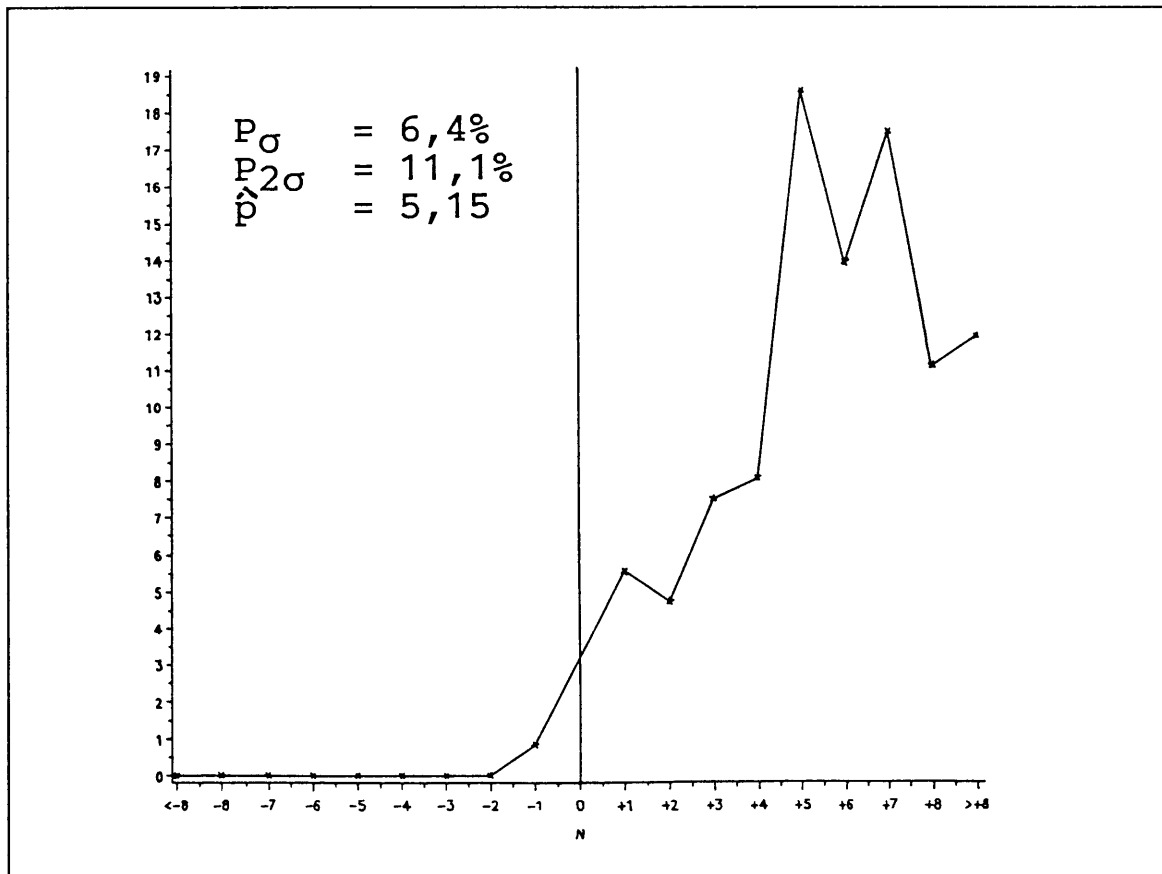
Standaardprofiel $\bar{r}(\theta)$	Toetsprofiel $\bar{r}_t\theta$	$P_\sigma$	$P_{2\sigma}$	Piekposisie $\hat{p}$
Florigon	Extrema	3,62	10,01	6,53
Florigon	Florigon	100,0	100,0	0,0
Florigon	Nimrod	6,4	11,1	5,15
Florigon	Peach	14,8	66,2	-1,70
Florigon	Sensation	40,6	73,7	-1,16
Kensington	Extrema	1,38	3,33	6,72
Kensington	Florigon	31,7	75,3	1,15
Kensington	Kensington	100,0	100,0	0,0
Kensington	Nimrod	3,1	8,9	6,05
Kensington	Peach	72,2	90,2	-0,39
Kensington	Sensation	57,7	86,8	0,17
Nimrod	Extrema	21,11	42,78	1,97
Nimrod	Peach	1,7	8,1	-3,96
Peach	Extrema	3,33	4,44	7,84
Sensation	Extrema	3,06	4,45	7,73
Sensation	Nimrod	2,0	2,3	6,38
Sensation	Peach	78,1	94,5	-0,38

waardes vir  $P_\sigma$  en  $P_{2\sigma}$ , naamlik  $P_\sigma = 2,0$  en  $P_{2\sigma} = 2,3$  gekombineer met 'n hoë waarde vir  $\hat{p}$ , naamlik  $\hat{p} = 6,38$ . Die hoë positiewe waarde van  $\hat{p}$  dui daarop dat die vrugprofiel van Nimrod veel breër is as dié van Sensation. So ook, byvoorbeeld, tussen Florigon en Nimrod, tussen Kensington en Nimrod en tussen Nimrod en Peach kan sterk betekenisvolle verskille gesien word. In laasgenoemde geval lê  $\hat{p}$  ver in die negatiewe rigting ( $\hat{p} = -3,96$ ), wat 'n aanduiding is dat die vrugprofiel van Peach skraler is as dié van Nimrod.

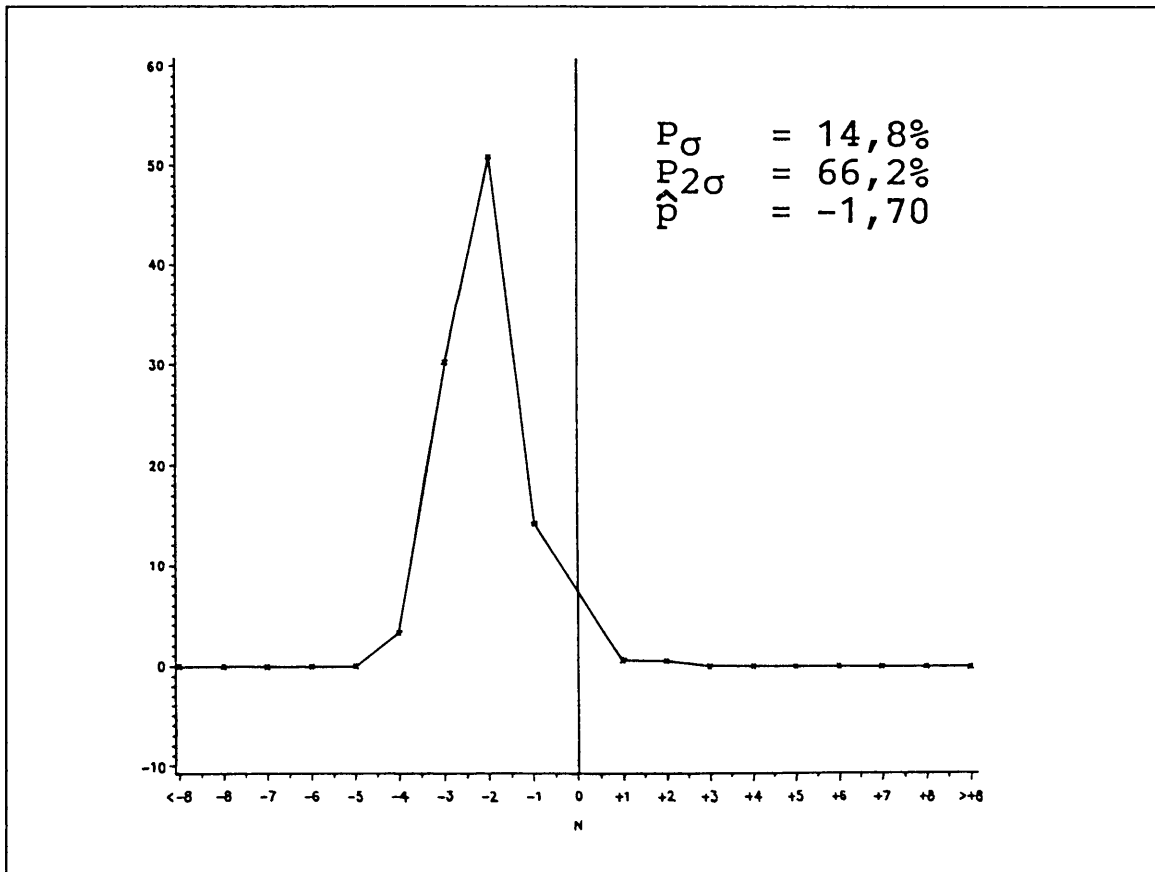
Aan die ander kant is daar 'n sterk ooreenkoms tussen die vrugprofielvorms van byvoorbeeld Sensation en Peach, met groot waardes vir  $P_\sigma$  en  $P_{2\sigma}$  ( $P_\sigma = 78,1$  en  $P_{2\sigma} = 94,5$ ) wat deur 'n klein waarde vir  $\hat{p}$ , naamlik  $\hat{p} = -0,38$ , ondersteun word.

Verder toon Kensington en Peach asook Kensington en Sensation groot ooreenkomste maar nie soveel soos Sensation en Peach nie. Waar die standaardprofiel met 'n toetsprofiel van dieselfde cultivar vergelyk is, is die passing perfek, soos aangedui by Florigon en Kensington.

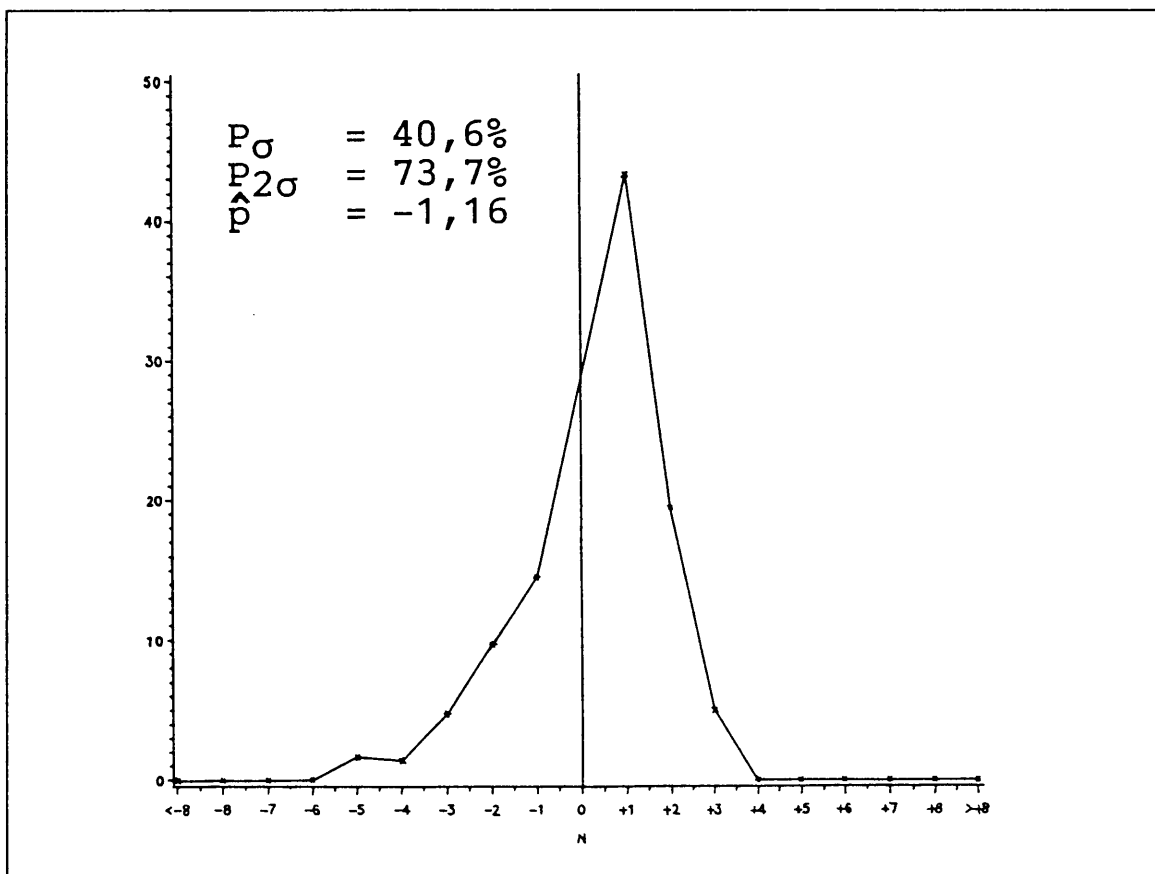
Figure 39 tot 48 toon die histogramme van tien van die vormvergelykings.



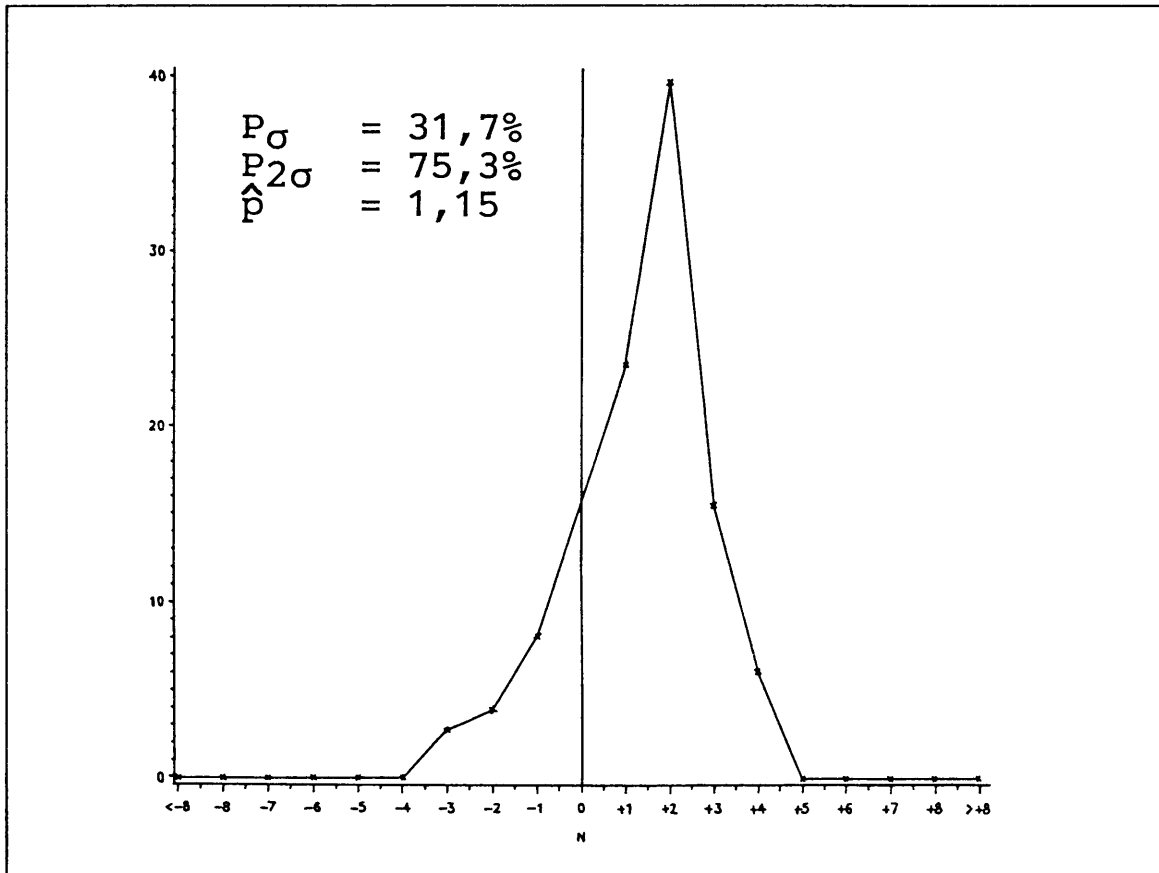
FIGUUR 39 : VERGELYKING VAN GEMIDDELDE GEDISKRETISEERDE VRUGPROFIELVORM VAN FLORIGON AS STANDAARDPROFIEL, MET DIÉ VAN NIMROD AS TOETS-PROFIEL.



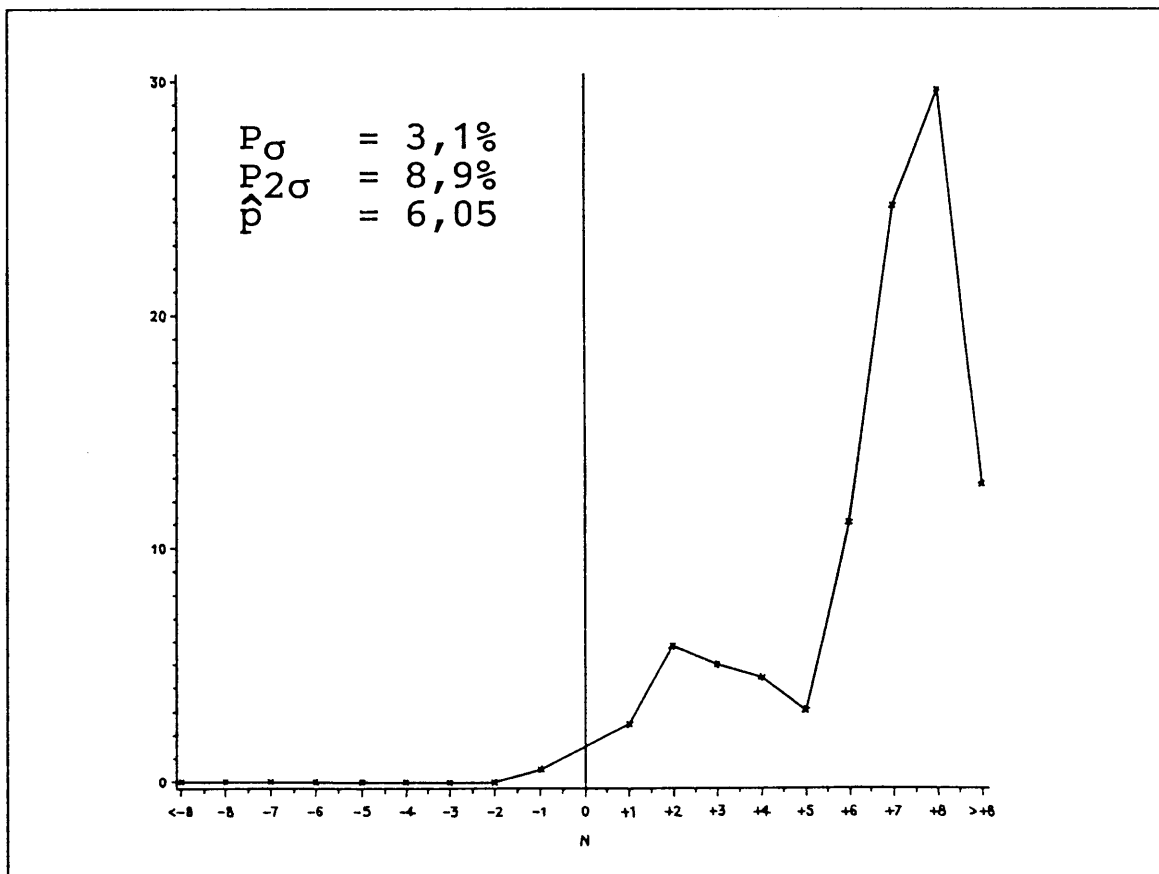
FIGUUR 40 : VERGELYKING VAN GEMIDDELDE GEDISKRETISEERDE VRUGPROFIELVORM VAN FLORIGON AS STANDAARDPROFIEL, MET DIÉ VAN PEACH AS TOETSPROFIEL.



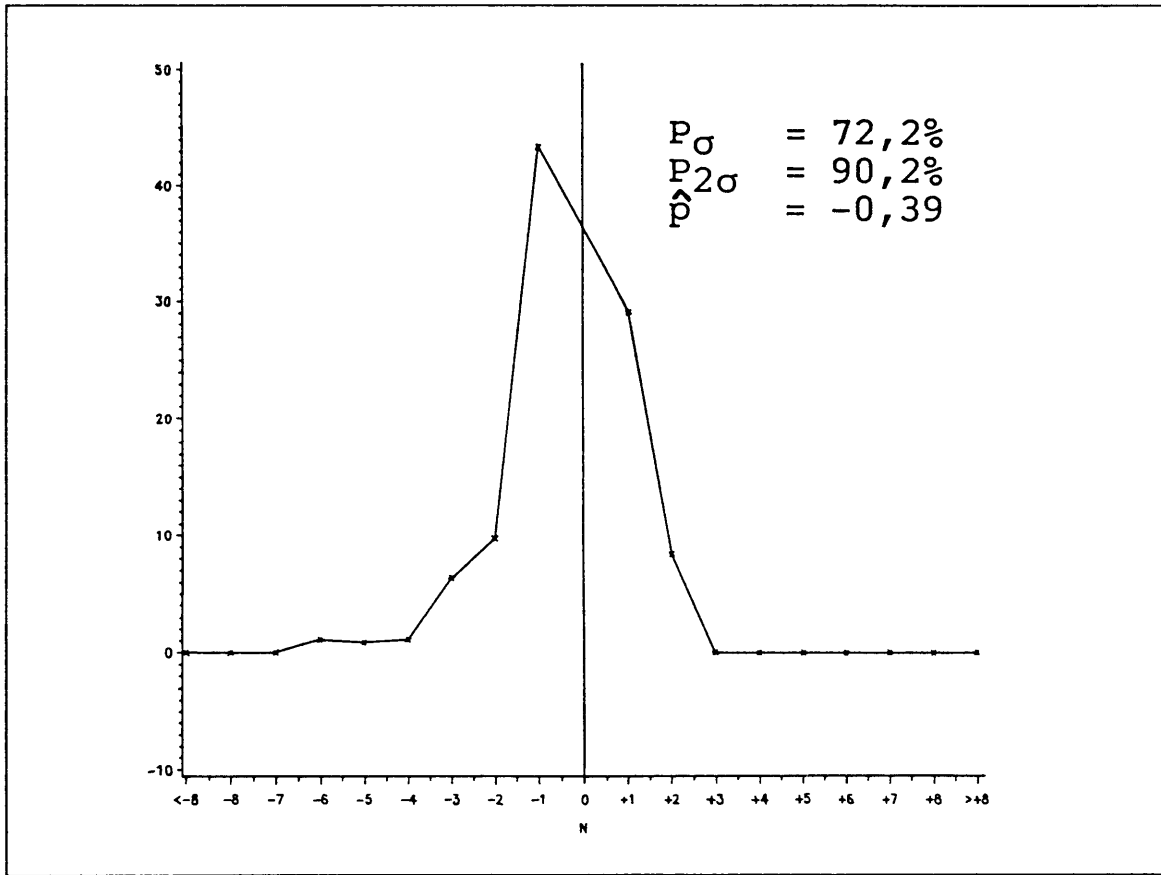
FIGUUR 41 : VERGELYKING VAN GEMIDDELDE GEDISKRETISEERDE VRUGPROFIELVORM VAN FLORIGON AS STANDAARDPROFIEL, MET DIÉ VAN SENSATION AS TOETSPROFIEL.



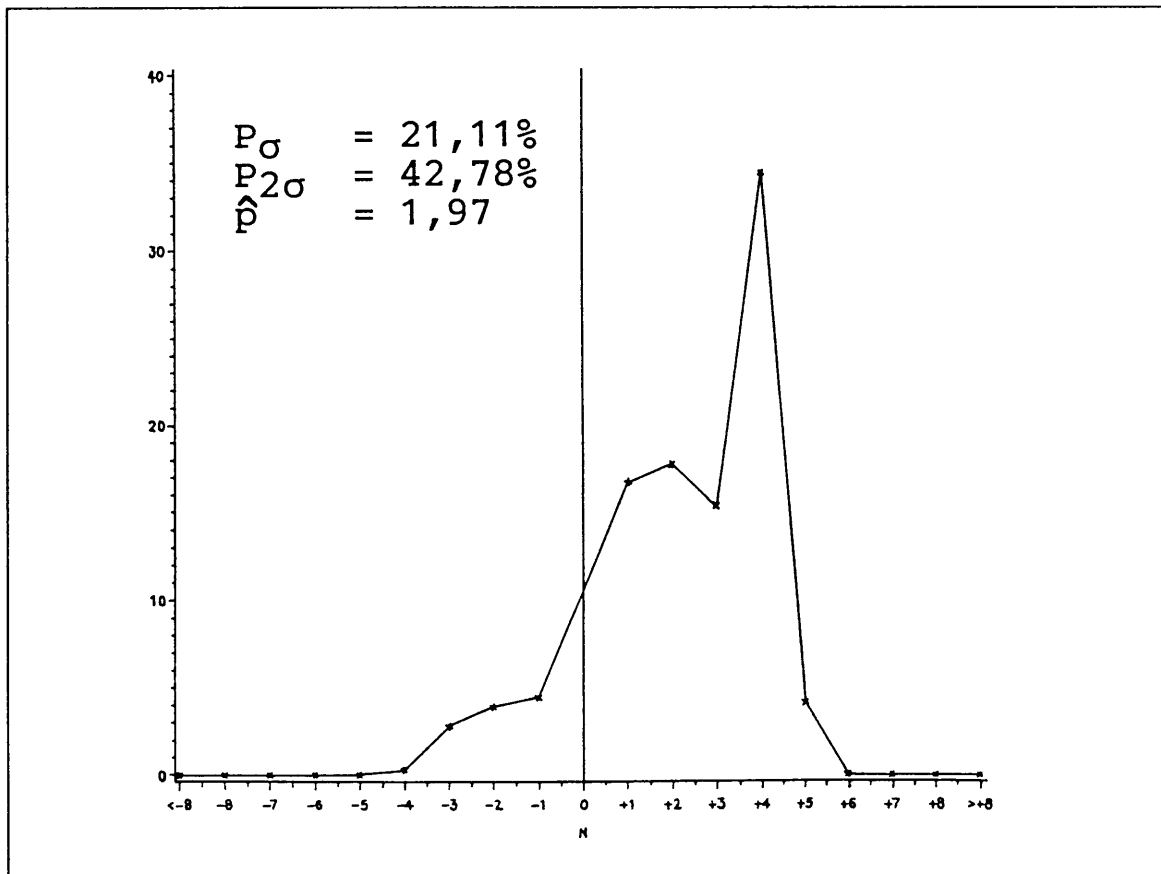
FIGUUR 42 : VERGELYKING VAN GEMIDDELDE GEDISKRETISEERDE VRUGPROFIELVORM VAN KENSINGTON AS STANDAARDPROFIEL, MET DIÉ VAN FLORIGON AS TOETS-PROFIEL.



FIGUUR 43 : VERGELYKING VAN GEMIDDELDE GEDISKRETISEERDE VRUGPROFIELVORM VAN KENSINGTON AS STANDAARDPROFIEL, MET DIÉ VAN NIMROD AS TOETS-PROFIEL.

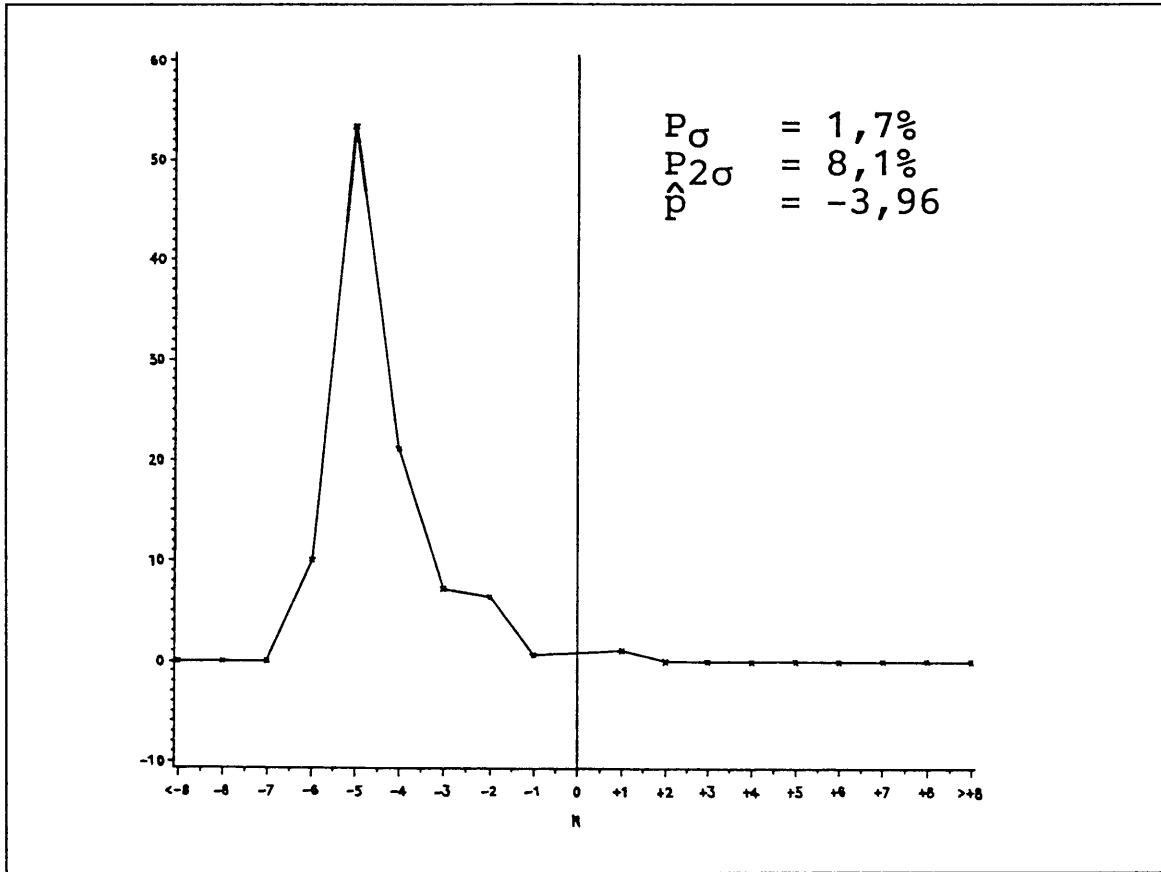


FIGUUR 44 : VERGELYKING VAN GEMIDDELDE GEDISKRETISEERDE VRUGPROFIELVORM VAN KENSINGTON AS STANDAARDPROFIEL, MET DIÉ VAN PEACH AS TOETS-PROFIEL.

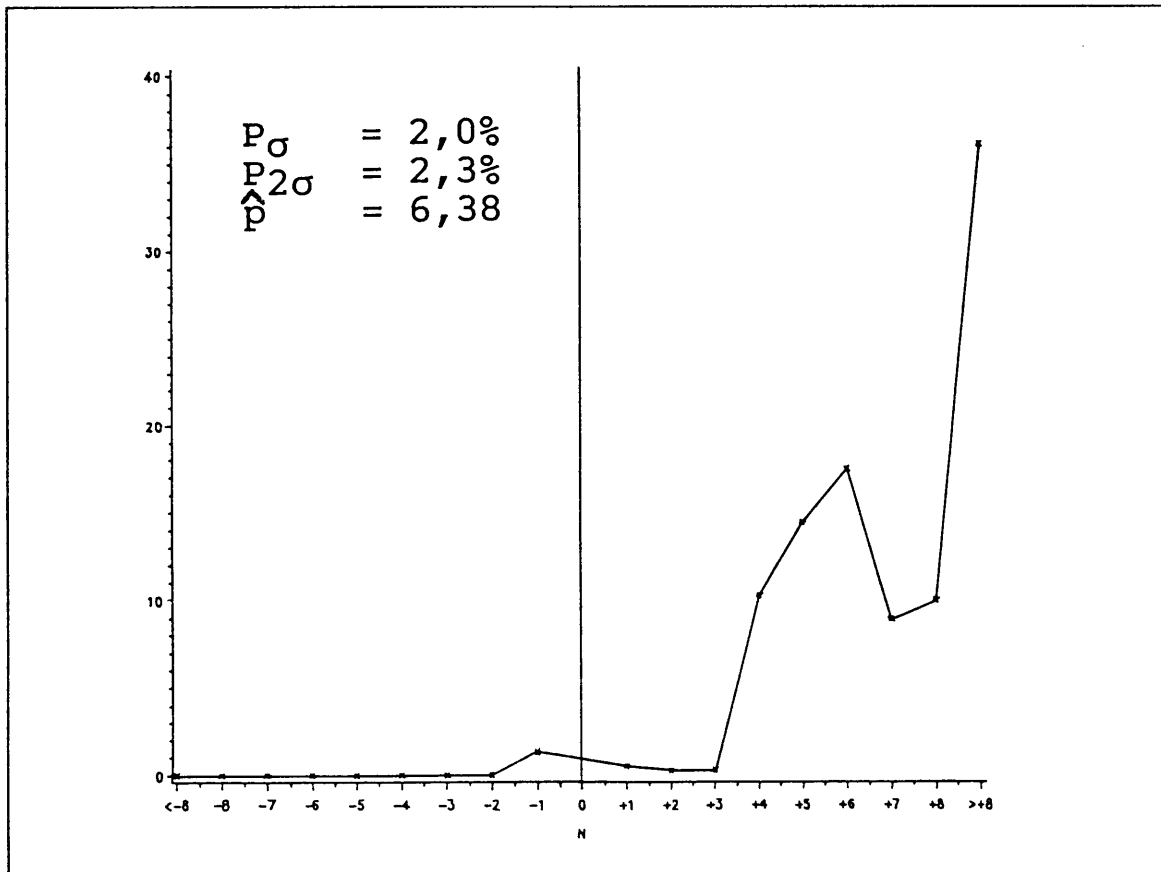


FIGUUR 45 : VERGELYKING VAN GEMIDDELDE GEDISKRETISEERDE VRUGPROFIELVORM VAN NIMROD AS STANDAARDPROFIEL, MET DIÉ VAN EXTREMA AS TOETS-PROFIEL.

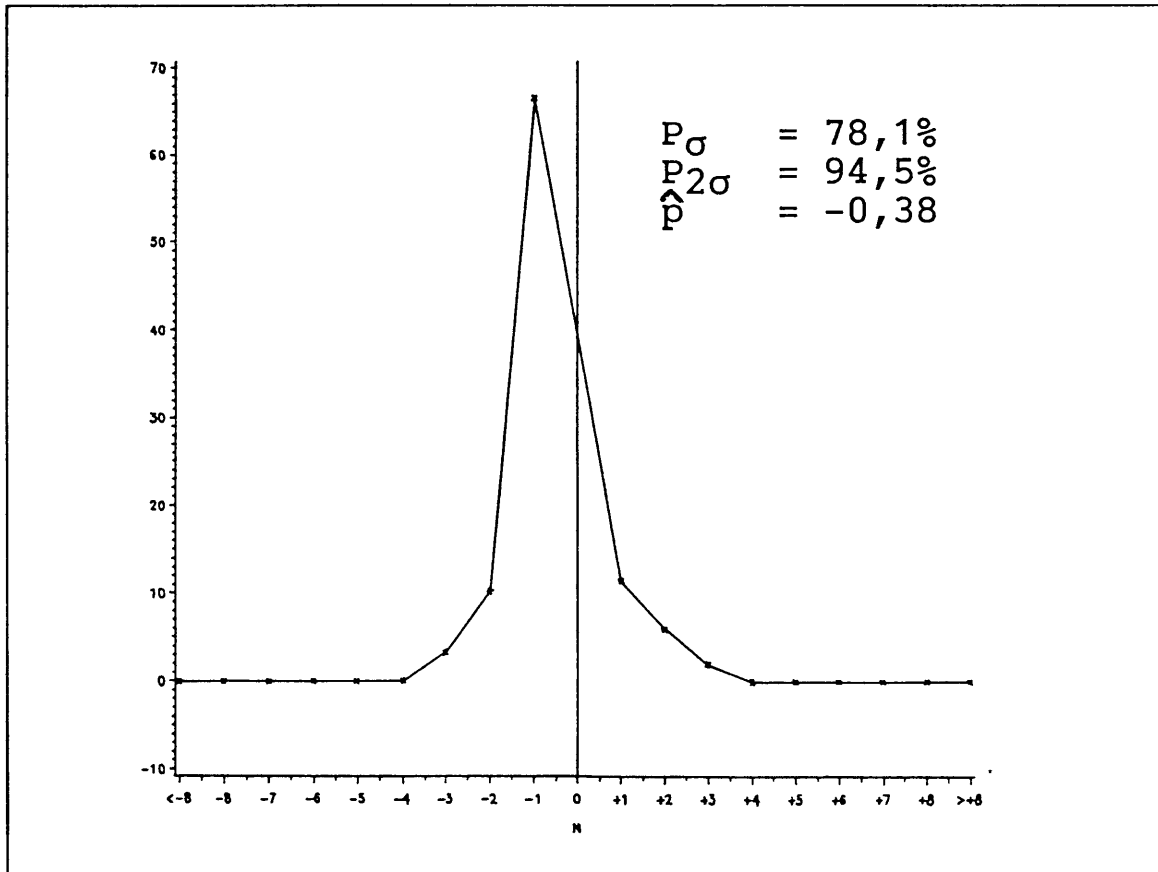




FIGUUR 46 : VERGELYKING VAN GEMIDDELDE GEDISKRETISEERDE VRUGPROFIELVORM VAN NIMROD AS STANDAARDPROFIEL, MET DIÉ VAN PEACH AS TOETSPROFIEL.

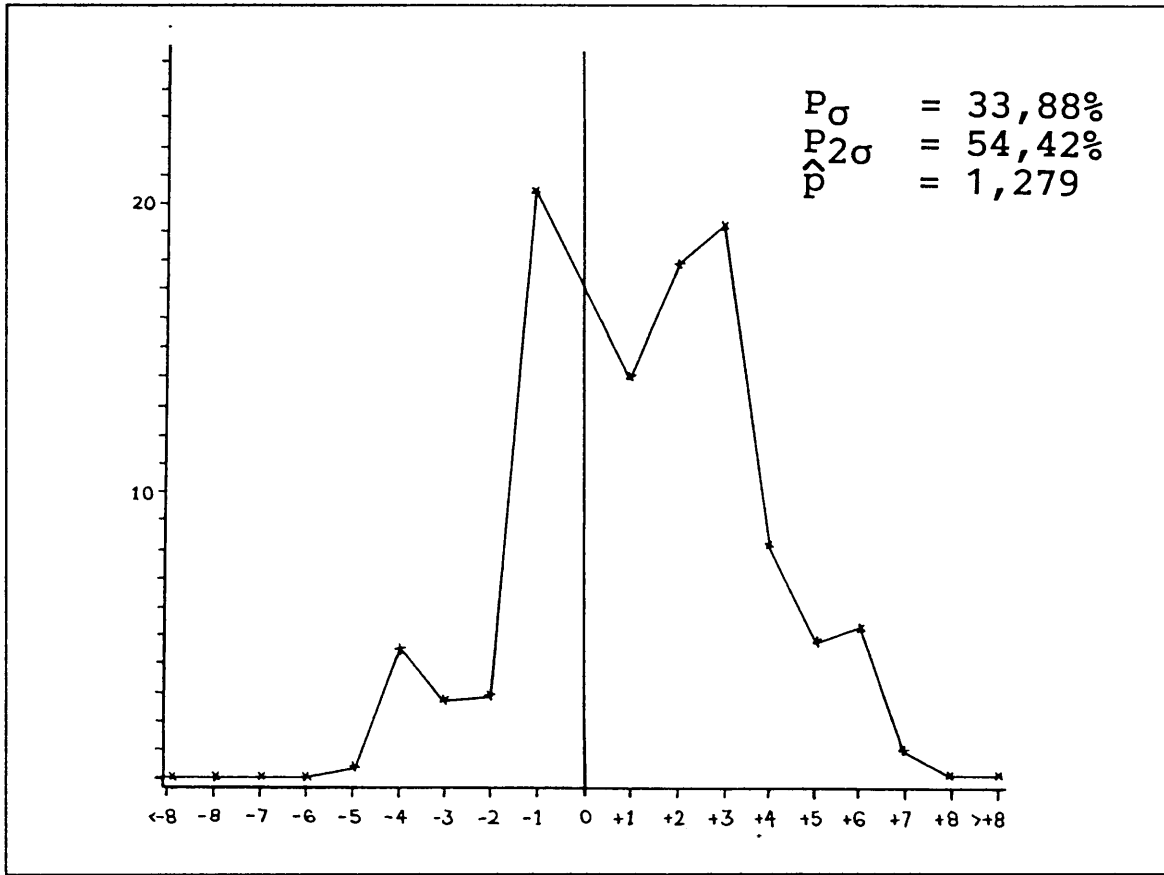


FIGUUR 47 : VERGELYKING VAN GEMIDDELDE GEDISKRETISEERDE VRUGPROFIELVORM VAN SENSATION AS STANDAARDPROFIEL, MET DIÉ VAN NIMROD AS TOETS-PROFIEL.

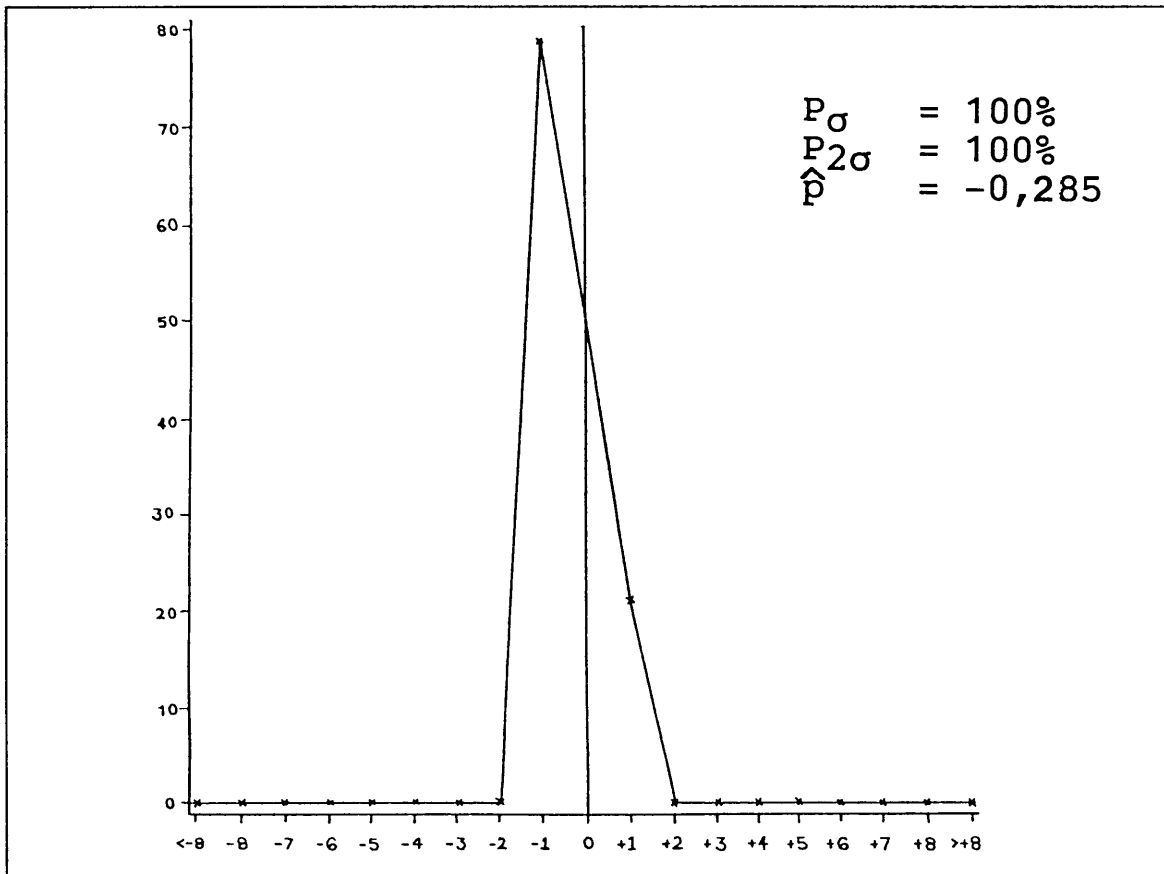


FIGUUR 48 : VERGELYKING VAN GEMIDDELDE GEDISKRETISEERDE VRUGPROFIELVORM VAN SENSATION AS STANDAARDPROFIEL, MET DIÉ VAN PEACH AS TOETSPROFIEL.

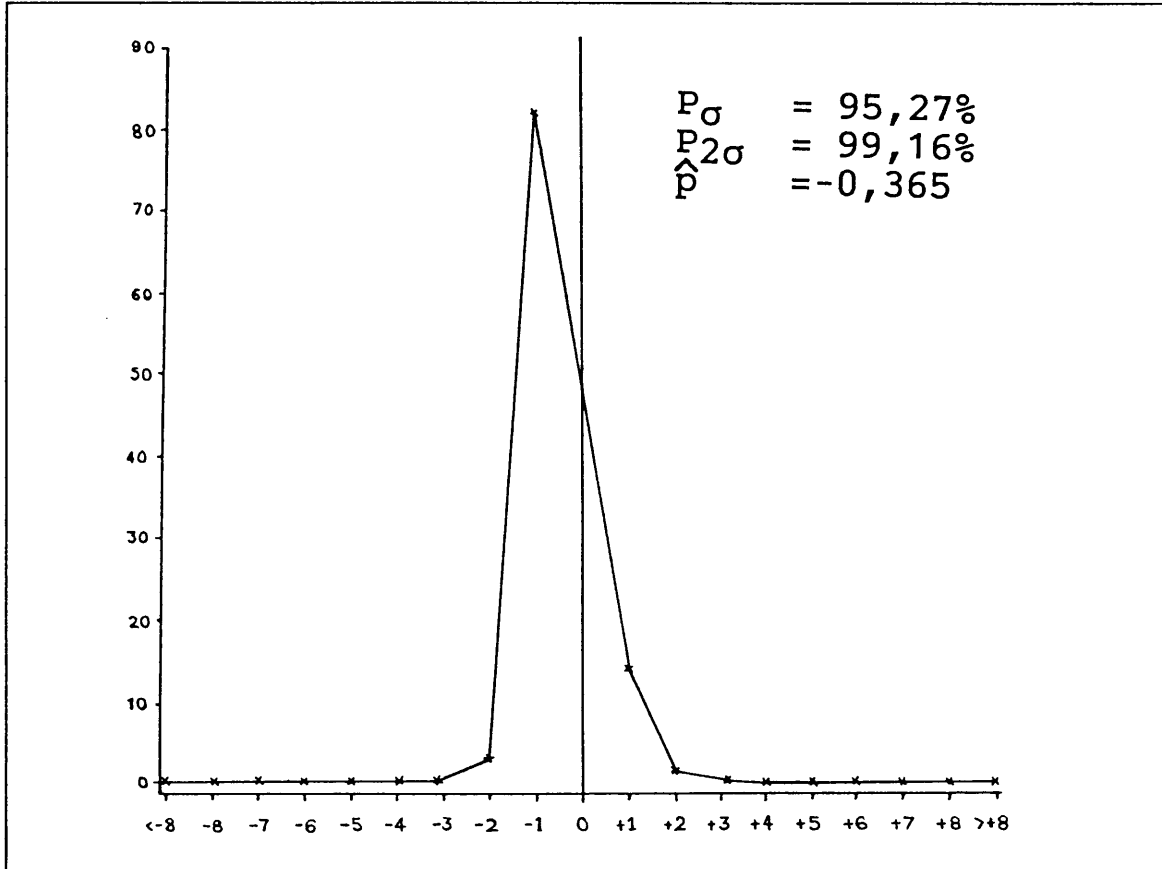
Afgesien van die vergelyking van gemiddelde gediskretiseerde vrugprofielvorms is daar ook in sommige gevalle 'n enkele gediskretiseerde vrugprofiel as toetsprofiel geneem. 'n Voorbeeld hiervan is 'n vergelyking tussen die gemiddelde Sensation-vrugprofiel as standaard en 'n enkele Florigon-vrugprofiel as die toetsprofiel, soos aangetoon op die histogram in Figuur 49. Ook is hierdie enkele vrugprofiel van Florigon as toetsprofiel met die gemiddelde Florigon-vrugprofiel as standaardprofiel vergelyk, soos aangedui in Figuur 50. Die bewyse is oortuigend dat hierdie toetsprofiel wel aan 'n Florigon-vrug behoort en nie aan 'n Sensation nie. Daar is ook 'n perfekte passing tussen 'n enkele Sensation-toetsprofiel en die gemiddelde Sensation-standaardprofiel (Figuur 51).



FIGUUR 49 : VERGELYKING VAN GEMIDDELDE GEDISKRETISEERDE VRUGPROFIEL VAN SENSATION AS STANDAARDPROFIEL, MET 'N ENKELE GEDISKRETISEERDE VRUGPROFIEL VAN FLORIGON AS TOETSPROFIEL.



FIGUUR 50 : VERGELYKING VAN GEMIDDELDE GEDISKRETISEERDE VRUGPROFIEL VAN FLORIGON AS STANDAARDPROFIEL, MET 'N ENKELE GEDISKRETISEERDE VRUGPROFIEL VAN FLORIGON AS TOETSPROFIEL.



FIGUUR 51 : VERGELYKING VAN GEMIDDELDE GEDISKRETISEERDE VRUGPROFIEL VAN SENSATION AS STANDAARDPROFIEL, MET 'N ENKELE GEDISKRETISEERDE VRUGPROFIEL VAN SENSATION AS TOETSPROFIEL.

## HOOFSTUK 5

# Toepassing van die konstruksieprosedure op mangoblaarprofile

### 5.1 VERSAMELING EN VOORBEREIDING VAN MATERIAAL

Vier-en-twintig mangocultivars is in dieselfe boord geselekteer waar die vrugte vir hierdie projek versamel is.

'n Monster van 20 onbeskadigde blare per cultivar is gedurende een dag versamel, van die totale aantal bome wat vir elke cultivar beskikbaar was. Die blare is aan al die kante van die bome gepluk, op 'n hoogte van een tot twee meter. Hulle is ewekansig by die middelste gedeelte van die voorlaaste groeistuwing versamel en was dus reeds volgroeid en verstewig. Die blare is gepers en gedroog.

### 5.2 BEPALING VAN ORIËNTASIEVEKTOR

Vir die vergelyking van mangoblaarvorms was die toepassing van die beginsel soos in Hoofstuk 2 uiteengesit, relatief eenvoudig. Twee geskikte landmerke was voor die hand liggend, naamlik eerstens die verbindingspunt tussen die lamina en die blaarsteel en tweedens die blaarpunt (punte A en B onderskeidelik, in Figure 52 en 53). 'n Oriëntasievektor  $\vec{AB}$  kon dus geïdentifiseer word wat min of meer op die hoofaar lê. Die middelpunt van  $\vec{AB}$  is vir ooreenstemmende punte O gekies (soos onder 2.5 beskryf), waarvandaan die lengtes van spesifieke radiale vektore gemeet word.

### 5.3 BESKRYWING EN VERGELYKING VAN BLAARVORMS

Elke blaar is op die sirkelpatroon (soos beskryf onder 3.2) geplaas, met  $\vec{AB}$  op die y-as van die sirkelpatroon. Dit is maklik om te verseker dat gekose punt O op die blaar direk op die middelpunt van die sirkelpatroon lê, deur te sorg dat die lengtelesings op die y-as van die sirkelpatroon vir  $\vec{OA}$  en  $\vec{OB}$  presies dieselfde is. Met gebruik van die sirkelpatroon is dit dus nie nodig om vooraf die oriëntasievektor te konstrueer of punt O te bepaal nie.

In gevalle waar die hoofaar krom is, mag dit tussen A en B links of regs van die y-as lê maar die invloed hiervan is uitgeskakel deurdat ooreenstemmende straallengtes aan beide linker- en regterkante van die blare gemeet is. By elke paar ooreenstemmende hoeke is die gemiddeld van die linker- en regterkant bereken.

Dit sou moontlik wees om die blaarvorms by enige hoek te beskryf en te vergelyk maar daar is na visuele observasie besluit dat tien hoeke voldoende sal wees om die belangrikste vormverskille aan te toon. Die  $45^\circ$  ( $315^\circ$ )-,  $90^\circ$  ( $270^\circ$ )- en  $135^\circ$  ( $225^\circ$ )-hoeke is gekies om verskille in die algemene vorm van die blare te bepaal en die  $2,5^\circ$  ( $357,5^\circ$ )-,  $5^\circ$  ( $355^\circ$ )-,  $10^\circ$  ( $350^\circ$ )- en  $15^\circ$  ( $345^\circ$ )-hoeke is gekies om fyner verskille by die blaarpunt uit te wys. Die  $165^\circ$  ( $195^\circ$ )-,  $175^\circ$  ( $185^\circ$ )- en  $177,5^\circ$  ( $182,5^\circ$ )-hoeke is gekies vir die identifisering van verskille by die blaarbasis.

Die lengtes van bogenoemde radiale vektore, soos afgelees op die sirkelpatroon, is vir elke blaar genormaliseer tot persentasies van die halflengte van die oriëntasievektor, naamlik  $\vec{OB}$  (soos onder 2.3 verduidelik).

#### 5.4 RESULTATE

Tabel 5 toon vir elk van die 24 mangocultivars wat in die ondersoek gebruik is, die gemiddelde lengtes van die tien gekose radiale vektore, genormaliseer tot persentasies van die halflengtes van die ooreenstemmende oriëntasievektore. Die gemiddeldes is uit 20 blaarprofiel per cultivar bereken. Soos reeds genoem, verteenwoordig elke hoek die gemiddelde lengte vir die linker- en regterkant van die blaar.

Die gemiddelde genormaliseerde blaarprofiel van die twee cultivars wat die meeste by die blaarpunt en in die middelste gedeelte van mekaar verskil, word in Figuur 52 voorgestel, soos uitgebeeld by die 10 hoeke wat ondersoek is. Die cultivars is Florigon, met 'n smal blaar, en Keitt, met 'n aansienlik breër blaar. Figuur 53 toon soortgelyk die blaarprofiel van Sabre en Smith, die twee cultivars wat by die blaarbasis die verste van mekaar verskil.

Vir elk van die tien hoeke wat in die blaarvormvergelyking gebruik is, is 'n eenrigting variansie-analise uitgevoer (Bylae 3) om te bepaal of die verskille wat waargeneem is, wel betekenisvol is. Hoogs betekenisvolle verskille is by 'n toetspeil van 1% gevind.

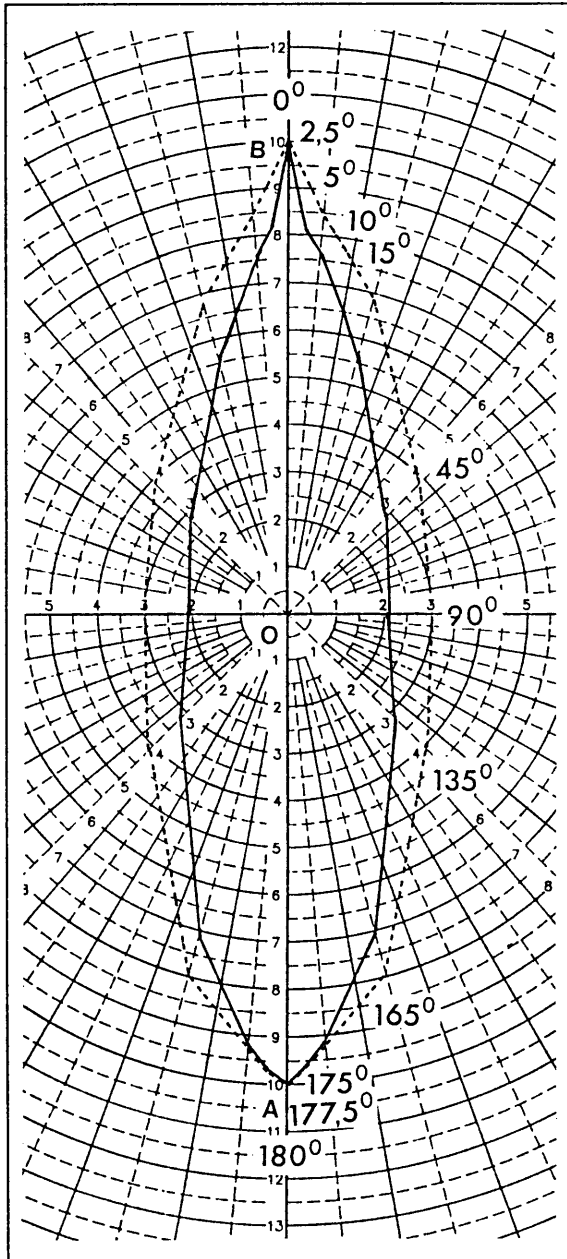
**TABEL 5**  
**GEMIDDELDE LENGTES VAN TIEN RADIALE VEKTORE VAN**  
**MANGOBLAARPROFIELE GENORMALISEER TOT PERSENTASIES**  
**VAN DIE OOREENSTEMMENE ORIËNTASIEVEKTORE**

(Twintig blaarprofiel per cultivar, 24 cultivars)

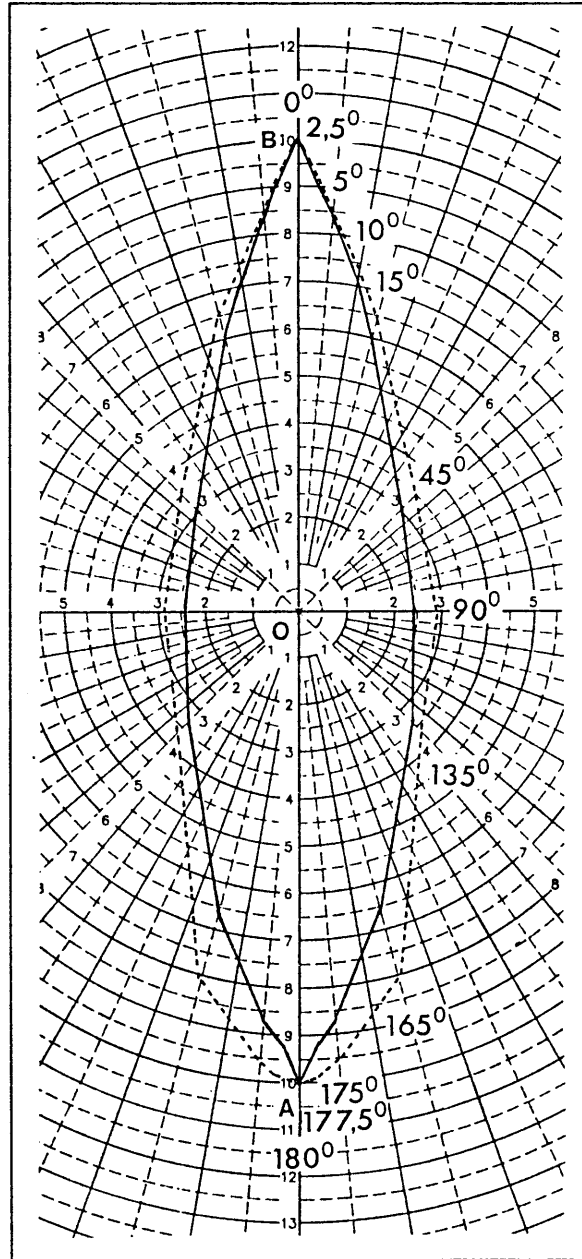
CULTIVAR	2,5°	5°	10°	15°	45°	90°	135°	165°	175°	177,5°
ADA	86,2	78,3	65,8	55,7	29,7	23,1	33,2	72,4	92,4	96,5
AND	91,3	83,8	71,5	60,9	31,9	24,6	35,8	72,6	90,6	94,4
CAR	90,6	82,8	72,4	63,4	36,1	28,8	39,9	79,8	93,2	95,6
EAR	85,9	78,2	66,6	57,3	31,1	24,4	36,3	73,0	90,5	94,7
EXT	88,6	82,4	71,6	60,7	31,7	23,6	33,3	67,5	88,4	93,6
FAS	89,1	83,2	72,6	62,6	34,5	27,3	39,7	78,8	95,1	97,6
FLO	82,9	75,5	65,1	56,0	28,4	21,5	32,4	70,7	91,3	95,9
GOU	87,3	81,3	70,4	60,5	30,5	23,1	33,1	67,9	88,9	94,3
HAD	87,0	79,5	68,2	58,7	30,0	23,7	34,2	71,8	89,2	94,8
HOO	90,1	83,4	72,9	61,5	30,7	23,4	33,9	74,9	92,6	95,7
IRW	86,3	80,2	68,0	58,6	30,8	24,4	35,7	71,7	91,6	95,6
KEI	91,5	85,2	76,0	67,7	38,6	29,9	41,8	78,6	92,3	96,3
KNS	89,5	83,1	71,0	60,3	30,5	23,3	33,0	69,5	91,0	95,3
KNT	90,1	83,6	72,9	62,4	33,5	25,9	37,2	77,9	94,6	97,2
NIM	85,8	77,6	67,9	59,8	33,1	25,4	36,5	73,5	91,7	95,9
PEA	86,7	79,4	67,2	56,7	28,7	21,8	31,6	66,0	88,5	94,0
RUB	87,3	81,0	70,1	59,3	31,3	24,5	35,3	72,5	91,1	95,3
SAB	90,6	84,0	71,3	60,6	30,9	24,1	33,1	66,5	86,8	93,0
SAN	91,2	84,8	73,5	62,1	33,4	26,3	37,9	74,3	92,2	96,2
SEN	90,4	82,9	71,5	60,6	32,1	24,2	34,6	70,4	90,5	95,3
SHE	88,8	81,5	69,6	58,3	29,9	22,9	32,5	68,9	90,5	95,2
SMI	91,3	84,2	73,8	64,5	35,4	27,6	36,6	81,5	96,0	97,9
TOM	89,1	83,7	72,7	63,0	35,3	27,3	39,2	75,0	91,7	95,2
ZIL	85,8	77,2	64,8	56,0	29,9	23,2	33,9	69,9	90,7	95,2

**Afkortings van cultivarname:**

ADA : Adams	HAD : Haden	RUB : Ruby
ADN : Anderson	HOO : Hood	SAB : Sabre
CAR : Carrie	IRW : Irwin	SAN : Sandersha
EAR : Early Gold	KEI : Keitt	SEN : Sensation
EXT : Extrema	KNS : Kensington	SHE : Sheil
FAS : Fascell	KNT : Kent	SMI : Smith
FLO : Florigon	NIM : Nimrod	TOM : Tommy Atkins
GOU : Gouvcia	PEA : Peach	ZIL : Zill



**FIGUUR 52 :**  
Gemiddelde genormaliseerde blaarprofiel van Florigon (—) by tien hoeke, vergelyk met dié van Keitt (-----).



**FIGUUR 53**  
Gemiddelde genormaliseerde blaarprofiel van Sabre (—) by tien hoeke, vergelyk met dié van Smith (-----).

Tabel 6 toon die K.V.-waardes, in %, van die gemiddelde genormaliseerde straallengte van elke cultivar by elk van die tien hoeke, asook die gemiddelde K.V.-waardes van al tien hoeke tesame.



**TABEL 6**  
**KOËFFISIËNTE VAN VARIASIE (IN %) VAN GEMIDDELDEE**  
**GENORMALISEERDE RADIALE VEKTORE SOOS AANGEDEE IN**  
**TABEL 5 ASOOK GEMIDDELDE K.V. PER CULTIVAR**

(Twintig blaarprofiële per cultivar, 24 cultivars)

CULTIVAR	2,5°	5°	10°	15°	45°	90°	135°	165°	175°	177,5°	Gemiddel- de K.V.
ADA	4,1	5,0	6,9	8,2	9,6	10,0	11,7	4,9	3,8	1,9	5,7
AND	2,6	2,6	3,7	4,5	7,7	8,2	8,2	3,7	1,6	2,3	4,5
CAR	2,6	3,2	5,1	6,0	10,9	11,8	11,5	5,8	2,5	4,2	5,4
EAR	4,7	5,9	7,5	7,9	12,9	10,0	10,9	4,9	2,6	2,0	6,9
EXT	2,3	3,5	5,3	4,8	8,0	10,1	10,9	6,0	2,4	2,4	5,6
FAS	2,2	3,4	5,9	3,8	7,2	7,1	6,6	3,1	1,5	0,9	4,2
FLO	5,8	8,2	9,2	10,5	9,0	10,4	10,6	6,1	3,1	2,4	7,5
GOU	2,3	3,0	4,3	4,7	5,8	5,6	5,9	2,5	1,4	1,3	3,7
HAD	2,6	3,8	6,4	6,7	10,1	11,7	11,0	5,3	4,2	1,9	6,4
HOO	1,4	2,0	4,9	5,1	6,4	8,9	8,6	7,1	1,5	2,9	4,9
IRW	3,7	5,0	6,4	10,0	12,7	13,4	11,9	8,5	2,2	1,7	7,6
KEI	2,4	3,1	4,6	5,7	8,8	7,4	6,8	3,5	3,4	1,1	4,7
KNS	1,9	2,4	3,5	4,8	8,6	9,4	7,8	3,4	1,7	1,0	4,5
KNT	2,5	4,1	6,0	8,2	13,1	13,3	12,5	5,8	2,1	1,3	6,9
NIM	3,8	4,9	6,0	6,4	8,0	9,1	8,1	5,3	2,3	1,5	5,5
PEA	2,1	2,6	3,8	5,7	7,4	9,5	9,5	6,1	1,8	1,2	5,0
RUB	2,4	2,3	5,3	8,0	13,3	13,6	14,0	7,9	2,9	1,9	7,2
SAB	2,5	2,8	5,0	6,8	9,8	10,8	8,2	6,1	3,1	2,0	5,7
SAN	2,8	3,8	5,1	7,2	7,8	6,6	5,9	2,9	1,6	1,4	4,5
SEN	2,7	4,4	6,1	7,5	10,2	10,4	11,5	5,8	2,8	2,2	6,4
SHE	2,4	4,2	5,9	5,8	8,2	8,1	7,4	4,9	1,7	1,2	5,0
SMI	1,2	1,6	2,1	2,8	4,4	5,4	5,8	2,8	1,7	1,6	2,9
TOM	3,2	4,4	6,4	8,7	11,1	12,3	10,2	6,0	2,5	1,7	6,7
ZIL	2,8	4,8	6,1	7,4	10,1	13,1	11,9	7,2	2,3	1,6	6,7

Vir volledige cultivarname sien Tabel 5.

Soos in die geval van die vrugprofile, is die kleinste K.V.-waardes naby die twee landmerke gevind, soos verwag kan word, naamlik by  $2,5^\circ$  en  $177,5^\circ$ , waarvandaan dit geleidelik toeneem.

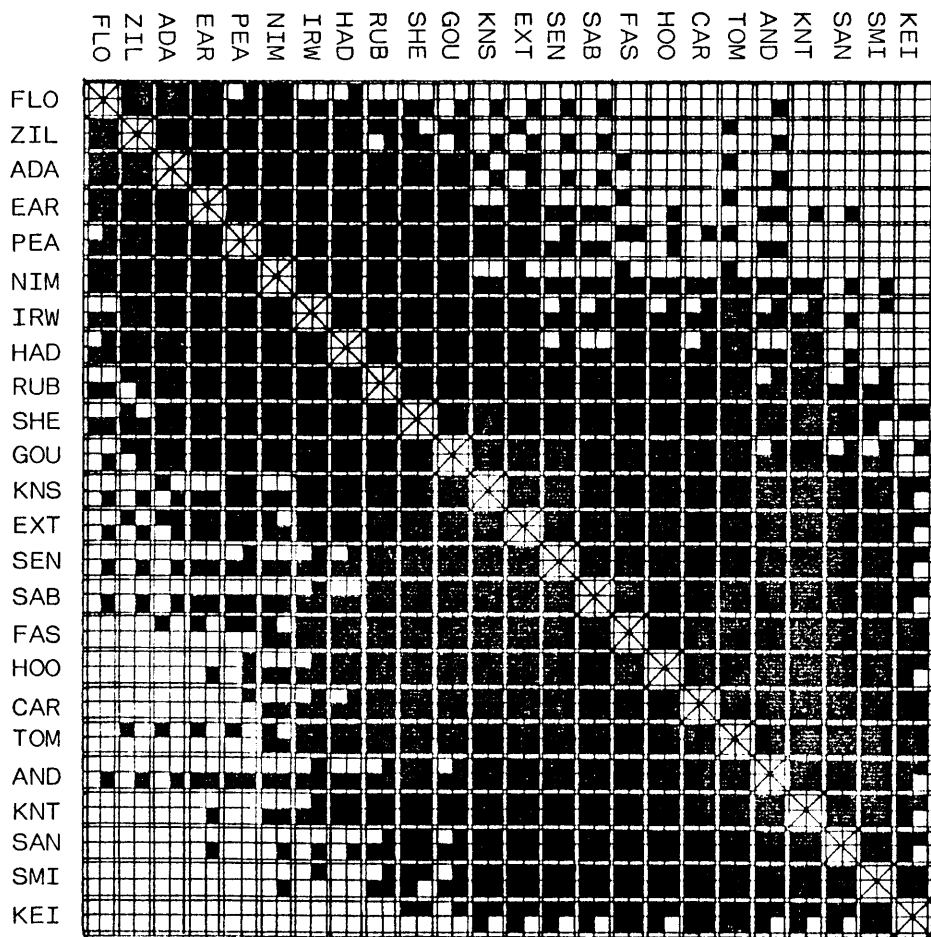
'n Gemiddelde K.V. van  $\leq 10\%$  vir al tien hoeke tesame is as arbitrêre standaard vir 'n karakteristieke blaarvorm geneem. Hiervolgens kan gesê word dat al 24 cultivars wel 'n karakteristieke blaarvorm het.

Tukey se meervoudige vergelykingstoets is vervolgens by 'n 1% toetspeil uitgevoer om te bepaal watter verskille daar by elk van die tien hoeke tussen die cultivars bestaan (Bylae 4).

Die resultate van Tukey se toets word grafies voorgestel in Figure 54, 55 en 56 om betekenisvolle verskille in die omgewing van die blaarpunt, die middelste gedeelte en die blaarbasis onderskeidelik te illustreer. In elke geval is die cultivars in stygende volgorde van gemiddelde straallengte vir die totale aantal hoeke tesame (4,3 en 3) gerangskik. Ooreenstemmend met Figuur 52, byvoorbeeld, is Florigon eerste en Keitt laaste op die lys vir beide Figure 54 en 55 geplaas.

Figuur 57 is 'n samevatting van Figure 54, 55 en 56, en toon aan watter cultivars by een of meer van die hoeke wat ondersoek is, van mekaar onderskei kan word. Die blaarvorm van Keitt, byvoorbeeld, kan van dié van al die ander cultivars uitgeken word, behalwe slegs van Carrie en Tommy Atkins. Smith verskil van almal behalwe Carrie, Fascell en Kent.

Aangesien die verskille in blaarvorm nie so uiteenlopend as by die vrugprofile is nie, is daar heelwat meer cultivars wat nie volgens blaarvorm onderskei kan word nie. Nogtans is dit duidelik dat die groot aantal betekenisvolle verskille wat wel gevind is, tog van groot waarde kan wees soos byvoorbeeld vir die identifisering van jong mangoplante wat slegs op grond van vegetatiewe kenmerke onderskei kan word.



2,5°	5°
10°	15°

BETEKENISVOLLE VERSKIL

JA

NEE

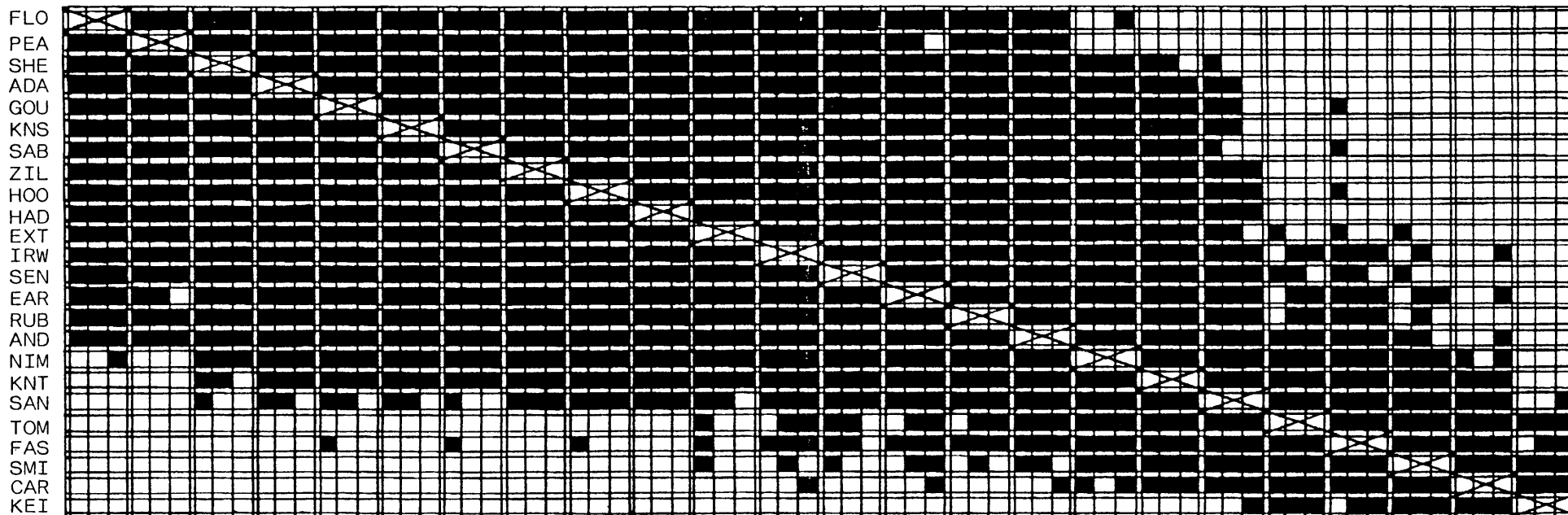
KLEINSTE BETEKENISVOLLE VERSKIL  
(K.B.V.-WAARDE)

2,5°	5°	10°	15°
3,4	4,2	5,1	5,3

Cultivars in stygende volgorde gerangskik volgens gemiddelde lengtes vir al vier hoeke tesame.  
Vir volledige cultivarnamme sien Tabel 5.

**FIGUUR 54: VERGELYKING TUSSEN GEMIDDELDE GENORMALISEERDE BLAARPROFIELE VAN 24 MANGO-CULTIVARS BY 2,5°, 5°, 10° EN 15° (BLAARPUNT), VOLGENS TUKEY SE MEERVOUDIGE VERGELYKINGSTOETS BY 'N TOETSPEIL VAN 1%.**

FLO PEA SHE ADA GOU KNS SAB ZIL HOO HAD EXT IRW SEN EAR RUB AND NIM KNT SAN TOM FAS SMI CAR KEI



45°	90°	135°
-----	-----	------

BETEKENISVOLLE VERSKIL

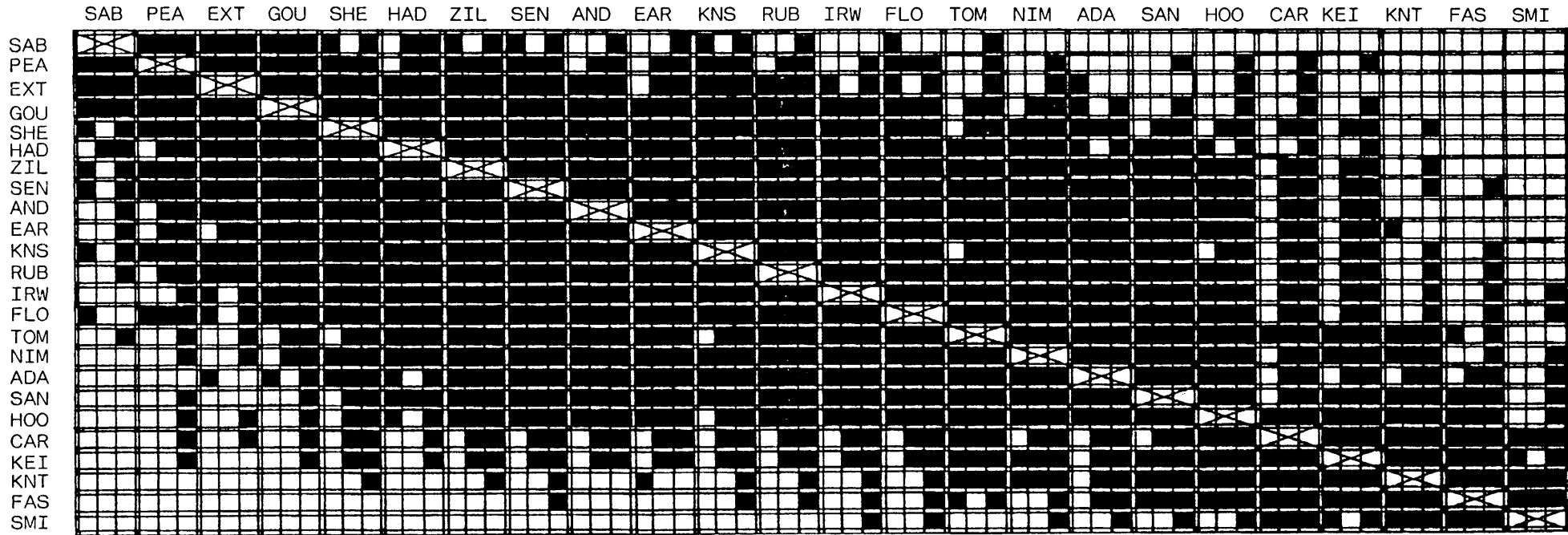
JA	NEE
----	-----

KLEINSTE BETEKENISVOLLE VERSKIL (K. B. V. -WAARDE)

45°	90°	135°
4,0	3,3	4,5

Cultivars in stygende volgorde gerangskik volgens gemiddelde lengtes vir al drie hoeke tesame.  
Vir volledige cultivarname sien Tabel 5.

**FIGUUR 55:** VERGELYKING TUSSEN GEMIDDELDE GENORMALISEERDE BLAARPROFIELE VAN 24 MANGO-CULTIVARS BY 45°, 90° EN 135° (MIDDELSTE GEDEELTE VAN BLAAR), VOLGENS TUKEY SE MEERVOUDIGE VERGELYKINGSTOETS BY 'N TOETSPEIL VAN 1%.



165°	175°	177,5°
------	------	--------

BETEKENISVOLLE VERSKIL

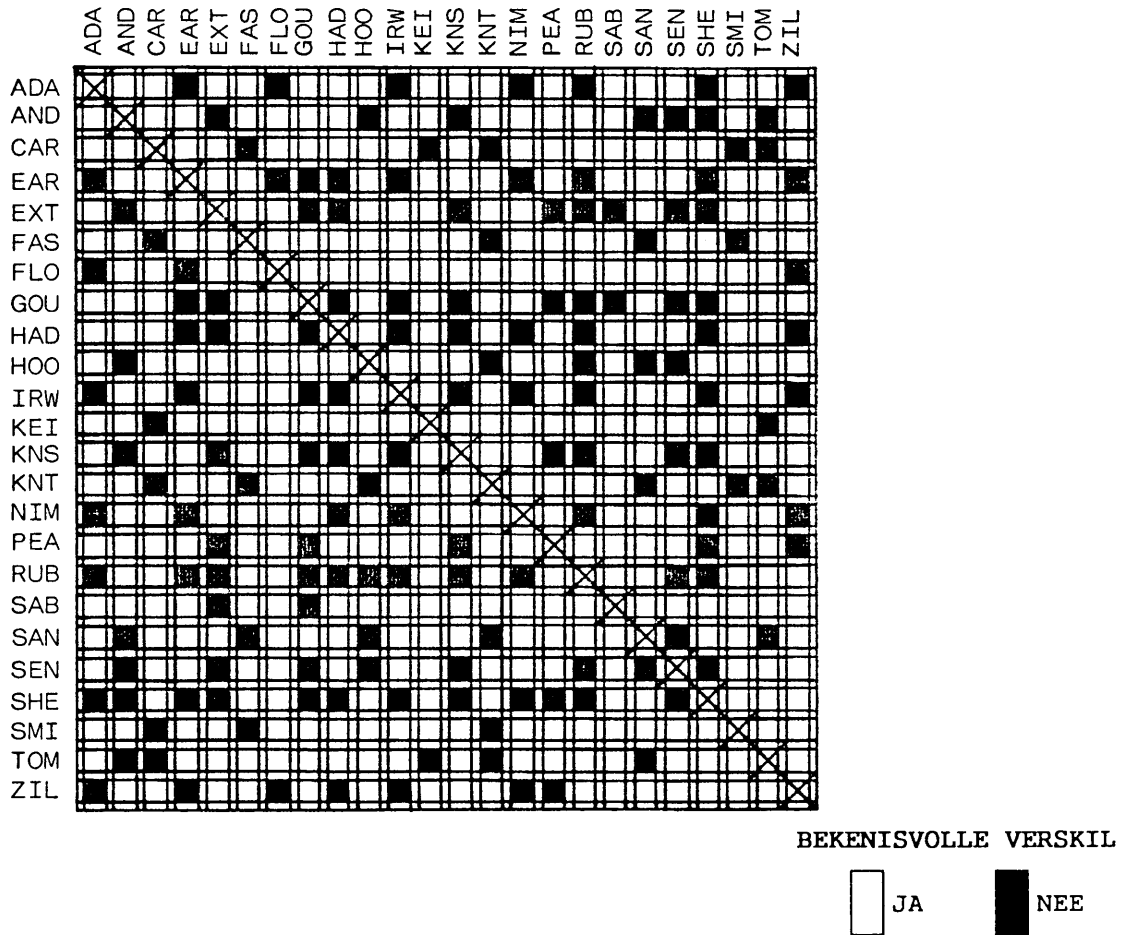
<input type="checkbox"/>	JA	<input checked="" type="checkbox"/>	NEE
--------------------------	----	-------------------------------------	-----

KLEINSTE BETEKENISVOLLE VERSKIL (K.B.V.-WAARDE)

165°	175°	177,5°
5,1	2,9	2,4

Cultivars in stygende volgorde gerangskik volgens gemiddelde lengtes vir al drie hoeke tesame.  
Vir volledige cultivarname sien Tabel 5.

**FIGUUR 56:** VERGELYKING TUSSEN GEMIDDELDE GENORMALISEERDE BLAARPROFIELE VAN 24 MANGO-CULTIVARS BY 165°, 175° EN 177,5° (BLAARBASIS), VOLGENS TUKEY SE MEERVOUDIGE VERGELYKINGSTOETS BY 'N TOETSPEIL VAN 1%.

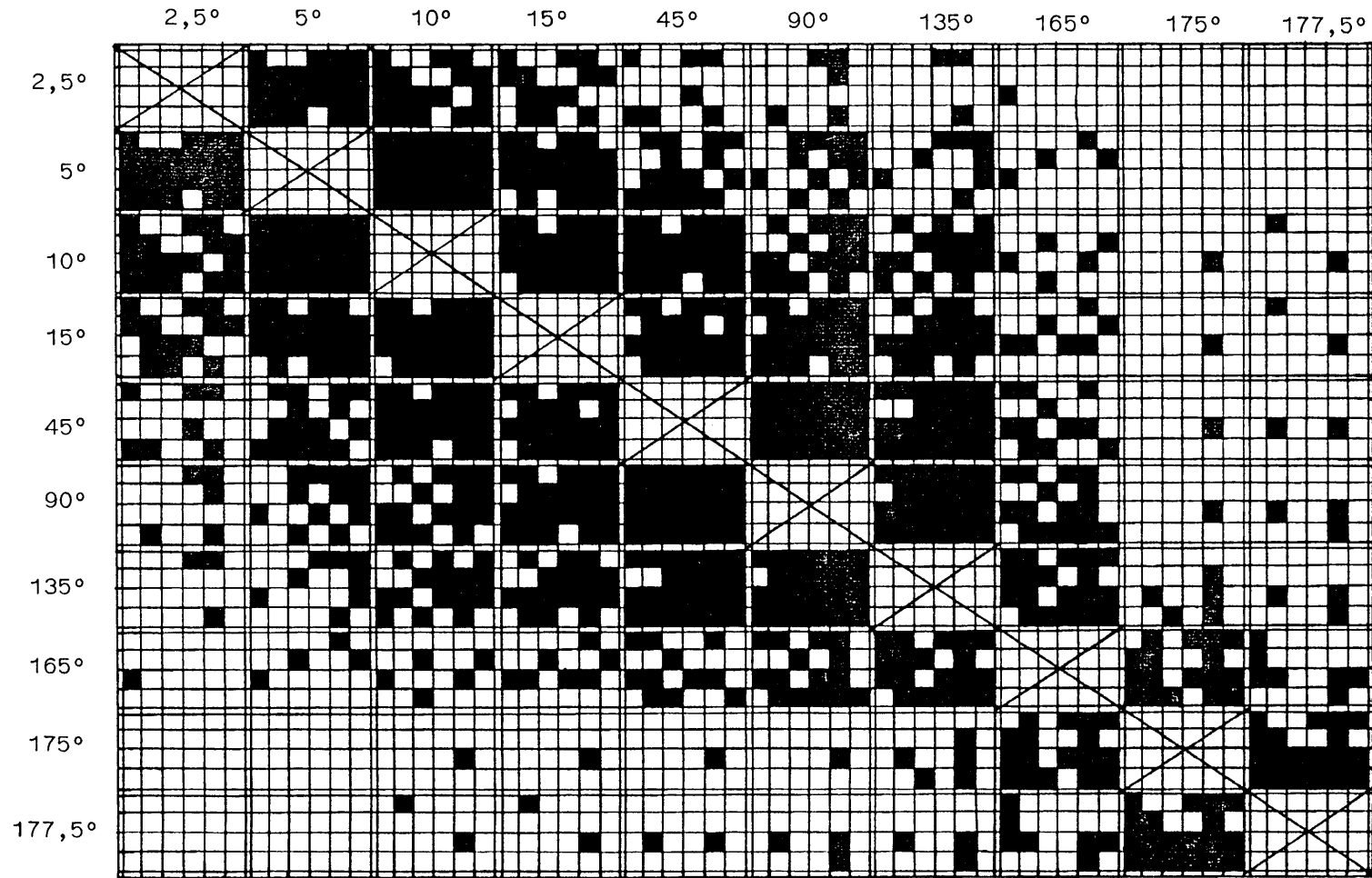


Vir volledige cultivarname sien Tabel 5.

**FIGUUR 57:** CULTIVARS WAARVAN DIE BLAARVORM BY EEN OF MEER VAN DIE TIEN HOEKE WAT ONDERSOEK IS, VAN MEKAAR VERSKIL, VOLGENS TUKEY SE MEERVOUDIGE VERGELYKINGSTOETS BY 'N TOETSPEIL VAN 1% (Samevatting van Figure 54- 56).

Soos in die geval van die vrugprofiel (vergeelyk 3.6), is die K.B.V.-waardes as persentasie-verskille uitgedruk en kan derhalwe vir elke hoek direk met die gemiddelde straallengte van elke cultivar in verband gebring word. Die verskille tussen die gemiddelde genormaliseerde blaarprofiel soos aangegee in Tabel 5, kan dus direk met die K.B.V.-waarde by elke hoek in verband gebring word. Keitt en Florigon verskil byvoorbeeld by  $2,5^\circ$  met  $(91,5\% - 82,9\%) = 8,6\%$ , wat meer as die K.B.V. van  $3,4\%$  is en die verskil is dus betekenisvol.

'n Korrelasie-analise is by 'n toetspeil van 1% uitgevoer om te bepaal of dit werklik nodig is om al tien die hoeke te meet vir doeltreffende onderskeiding tussen die blaarvorms van die verskillende mangocultivars. Figuur 58 toon die korrelasie vir elke cultivar tussen die verskillende hoeke. Die hoogste korrelasie is in die algemeen gevind by die hoeke wat die naaste aan mekaar lê en die enigste hoeke waartussen 'n 100% korrelasie gevind is, is  $5^\circ$  en  $10^\circ$  asook  $45^\circ$  en  $90^\circ$ .



ADA	AND	CAR	EAR	EXT	FAS
FLO	GOU	HAD	HOO	IRW	KEI
KNS	KNT	NIM	PEA	RUB	SAB
SAN	SEN	SHE	SMI	TOM	ZIL

KORRELASIE AANWESIG

■ JA    □ NEE

Vir volledige cultivarname sien Tabel 5.

**FIGUUR 58: MANGOBLAARVORM - CULTIVARS WAARBY 'N KORRELASIE BY 'N TOETSPEIL VAN 1% BY TIEN HOEKE VOORKOM.**

## HOOFSTUK 6

### Algemene bespreking

Dit is vandag nog algemene praktyk om biologiese vorms in die subjektiewe taal van die tradisionele terminologie te beskryf, of om slegs 'n paar metings uit te voer en onderlinge verhoudings te bepaal. Die behoefte aan noukeurige vormvergelyking word egter steeds groter en metodes wat gebruik word, moet voorsiening kan maak vir fyn onderskeiding tussen naverwante vorms. Die literatuur oor hantering van vormkenmerke is omvangryk en 'n kort bespreking is in Bylae 5 saamgevat.

Melville (1937) verdien spesiale vermelding aangesien die metode wat hy ontwikkel het, baie met die konstruksieprosedure van hierdie werkstuk ooreenstem. Hy het blaarprofiel fotografies tot dieselfde lengte vergroot (Melville 1937; 1951; 1960) en dan volgens 'n reghoekige roosterpatroon ooreenstemmend ingedeel. Vir vergelyking van die blaarvorms is die blaarbreedte op verskillende persentasies van die lengte gemeet. Hy het ook voorgestel (Melville 1951) dat 'n sirkelvormige roosterpatroon veral vir handvormige blare as alternatief kan dien.

Die konstruksieprosedure in hierdie werkstuk beskryf, werk op dieselfde prinsiep as die metode van Melville, maar is eenvoudiger. Werklike vormaanpassings is onnodig aangesien normalisering plaasvind wanneer die verskillende straallengtes tot persentasies van die oriëntasievektor verwerk word.

Alhoewel Melville se metode suiwer kwantitatief is en ook voorsiening maak vir 'n vergelyking van vormkenmerke enige plek op die omtrek van 'n plat figuur, is dit nogtans nie algemeen aanvaar nie. Die groot aantal metings wat met die hand gedoen moes word, kon 'n belangrike beperkende faktor gewees het.

Spesiale aandag kan ook gegee word aan 'n tegniek wat in 1822 deur Fourier (Spiegel 1963; Moellering & Rayner 1981) ontwikkel is om sikliese funksies wiskundig te beskryf. 'n Plat figuur, soos gedefinieer in Hoofstuk 1, waarvan 'n mangovrugprofiel 'n voorbeeld is, kan na 'n sikliese funksie getransformeer word en Fourier se metode kan dus toegepas word vir beskrywing en vergelyking van die vorms van plat figure. Dit word dikwels hiervoor gebruik, soos byvoorbeeld deur Bennett & Mac Donald (1975) en deur Ferson, Rohlf & Koehn



(1985). Ook word die moontlikhede tans ondersoek om van Fourier-reekse in beeldanalise gebruik te maak (Keefe & Draper 1988). Volgens hulle verg die gebruik van die Fourier-benadering uit die oogpunt van masjienvisie en rekenaartoepassing egter duurder programmatuur en meer rekenaartyd as eenvoudiger metodes.

'n Sikliese funksie deur transformasie verkry kan aan die hand van Fourier se metode as 'n reeks sinus- en cosinus-gebaseerde funksies voorgestel word (Persoon & Fu 1977).

Die transformasie van 'n plat figuur na 'n sikliese funksie kan op verskillende maniere geskied. Die twee mees algemene metodes wat hiervoor gebruik word, is die radiale vektormetode (Hirsinger 1976) en die raaklynhoekmetode (Zahn & Roskies 1972; Bookstein 1978; Lohmann 1983). Rohlf & Archie (1984) gee 'n Fourier-analise waarin die twee metodes, op die vorms van muskietvlerke toegepas, met mekaar vergelyk is.

In die eerste metode word radiale vektore gemeet en die lengtes word teenoor die korresponderende rigtings aangeteken. In die tweede metode word die raaklynhoeke teenoor die korresponderende booglengtes aangeteken. Die sikliese aard van die funksies lê daarin dat dit transformasies van geslote figure is.

Die raaklynhoekmetode het die voordeel dat dit selfs vir ingewikkelde figure gebruik kan word aangesien die resultaat van die transformasie altyd 'n funksie sal wees, dit wil sê met slegs een raaklynhoekwaarde vir elke booglengte waarde. By die radiale vektormetode, wanneer die figuur diep inhamme maak wat veroorsaak dat sekere radiale vektore die buitelyne op meer as een plek sny, is die resultaat van die transformasie nie 'n funksie nie en kan dit nie in 'n Fourier-uitbreiding gebruik word nie.

Enige sikliese funksie kan deur middel van 'n Fourier-reeksuitbreiding benader word. Die benadering kan akkurater gemaak word deur slegs meer terme in die reeks by te voeg. Die Fourier-voorstelling van so 'n sikliese funksie is gewoonlik baie lomp, wat beteken dat 'n lang reeks terme en gevolglik baie Fourier-koëffisiënte benodig word selfs om 'n eenvoudige funksie voor te stel. 'n Voorbeeld hiervan verskyn in Bylae 6.

Vir vergelyking van verskillende funksies is ingewikkelde statistiese metodes soos trosanalise nodig om die koëffisiënte van die verskillende funksies met mekaar te vergelyk. Hierdeur kan nie spesifieke verskilpunte uitgewys word nie maar slegs groeperings gemaak word van funksies wat met mekaar ooreenstem.

Die toepassing van Fourier-reekse op byvoorbeeld mangovrugprofiele sal nie maklik inligting kan verskaf oor die karakteristieke waarde van 'n spesifieke gemiddelde profiel nie en daar sal nie vasgestel kan word in watter opsigte die een vorm van 'n ander verskil nie, tensy spesifieke waardes in die uitbreiding vervang word en daar weer teruggewerk word na die oorspronklike funksie. Dit blyk dus, ten minste in hierdie geval, 'n onnodige 'ompad van data-reduksie te wees waardeur spesifieke eienskappe verlore gaan.

Die metode in hierdie werkstuk beskryf is 'n direkte metode waardeur byna geen inligting verlore gaan nie en die oorspronklike vorm op alle stadiums gevisualiseer kan word. Spesifieke vormeienskappe kan enige plek op die omtrek onderskei word. Die metode is baie eenvoudiger as die Fourier-metode. Verder word die vormvergelings gebaseer op die werklike afmetings op die figuur en nie op benaderings nie.

Die hoogs betekenisvolle resultate wat met toepassing van die oriëntasievektormetode van hierdie werkstuk verkry is, is oortuigende bewys daarvan dat dit 'n bruikbare en sensitiewe metode vir objektiewe beskrywing en vergelyking van die vorms van eenvoudige plat figure is. Selfs in die geval van die blare, wat tradisioneel as onbruikbare organe vir diagnostiese doeleindes beskou is, kon betekenisvolle verskille uitgewys word.

Dit is sover bekend die eerste keer dat 'n kwantitatiewe onderskeidingsmetode op vrugvorms toegepas word in fynere besonderhede as bloot die bepaling van enkele verhoudings.

Daar is fasette wat met hierdie studie na vore gekom het wat verdere ondersoek regverdig en daar is reeds met werksaamhede in die verband begin.

## OPSOMMING

'N ORIËNTASIEVEKTOR-MEETMETODE OM DIE VORMS VAN PLAT FIGURE TE BESKRYF EN TE VERGELYK, SOOS TOEGEPAS OP VRUG- EN BLAARPROFIELE VAN 'N AANTAL MANGOCULTIVARS

deur

**ELISE BUITENDAG**

Studieleier: Prof. dr. P.J. ROBBERTSE  
Mede-studieleier: Prof. dr. J.A. SNYMAN

DEPARTEMENT VAN PLANTKUNDE  
UNIVERSITEIT VAN PRETORIA

MAGISTER SCIENTIAE

'n Metode is uiteengesit vir die beskrywing en vergelyking van die vorms van plat figure tot in die fynste besonderhede, en daar is gerapporteer oor die suksesvolle toepassing daarvan op die vrug- en blaarprofiele van 'n aantal mangocultivars. Die doel hiervan is die kwantifisering van vormkenmerke wat vir cultivaronderskeiding in planttelersregtetoetse gebruik word.

Die metode is gebaseer op die vasstelling van 'n ooreenstemmende oriëntasievektor, deur identifisering van twee landmerke vir elke figuur. Radiale vektore word óf vanaf 'n gekonstrueerde middelpunt (konstruksieprosedure) óf vanaf die sentroïde (wiskundige prosedure) gemeet. Vir die konstruksieprosedure is minimumverskille tussen cultivars statisties bereken. Vir die wiskundige prosedure is 'n skerpheidsindeks geformuleer om te bepaal of elke gemiddelde profiel 'n karakteristieke vorm het en 'n standaard vir bepaling van minimumverskille is ontwikkel.

Sover vasgestel kon word, is hierdie studie die eerste vrugvormvergeelyking wat in fyn besonderhede kwantitatief uitgevoer is.

## SUMMARY

AN ORIENTATION-VECTOR MEASURING METHOD FOR DESCRIBING AND  
COMPARING THE SHAPES OF PLANE FIGURES, AS APPLIED TO FRUIT AND  
LEAF PROFILES OF A NUMBER OF MANGO CULTIVARS

by

ELISE BUITENDAG

Supervisor: Prof. Dr. P.J. ROBBERTSE

Co-supervisor: Prof. Dr. J.A. SNYMAN

DEPARTMENT OF BOTANY  
UNIVERSITY OF PRETORIA

MAGISTER SCIENTIAE

This study reports on a method for detailed description and comparison of the shapes of plane figures, and its successful application to fruit and leaf profiles of a number of mango cultivars. The purpose is the quantification of shape characteristics in distinction tests for plant breeders' rights.

The method is based on the determination of a corresponding orientation vector, by identification of two landmarks for each figure. Radial vectors are measured either from a constructed central point (construction procedure) or from the centroid (mathematical procedure). For the construction procedure, minimum differences between cultivars were calculated statistically. For the mathematical procedure, a sharpness index was formulated to determine whether each mean profile has a characteristic shape, and a standard was developed for determining minimum differences.

As far as could be ascertained, this study is the first detailed quantitative comparison of fruit shapes.

## Dankbetuigings

Verskeie persone en instansies was betrokke by die afhandeling van hierdie studieprojek. Ek bedank graag die volgende persone vir hulle bydraes:

- *Prof. P.J. Robbertse*, Departement van Plantkunde, U.P., studieleier. Baie dankie dat u altyd beskikbaar was met u bekwame leiding en u onderskraging.
- *Prof J.A. Snyman*, Departement van Wiskunde en Toegepaste Wiskunde, U.P., medestudieleier. Dankie vir u besondere belangstelling in die projek en vir die ontwikkeling van die wiskundige prosedure.
- *Dr. M.J. van der Linde*, Buro vir Rekenaardienste, U.P. Dankie vir u insette met betrekking tot die rekenaarprogrammering en vir die hulp van mev. Pamela Esterhuysen.
- *Mnr D.C. Lourens*, Direkteur: Direktoraat Plant- en Drankbeheer. Dankie vir die geleentheid wat my gebied is om hierdie studieprojek te onderneem.
- *Dr J.H. Terblanche*, Direkteur: NISSV. Dankie vir die beskikbaarstelling van fasiliteite by die Instituut.
- *Estia Joubert*, Bibliotekaresse, NISSV. Dankie vir jou hulp met verkryging van literatuur.
- *Tish Stander*, Laboratorium-assistent. Dankie vir die tik en nagaan van data.
- *Adriaan Toerien*, datametrikus, NISSV. Dankie vir jou hulp met die statistiese verwerking van data.
- *Tinus van Rensburg*, my broer. Dankie vir konstruksie van die sirkelpatroon.

Die volgende vier persone het elkeen 'n besondere opoffering gemaak om my te help. Ek waardeer julle hulp en weet nie wat ek daarsonder sou gemaak het nie.

- *Hannes Breedt* het te midde van sy eie oorvol program die finale statistiese verwerking gedoen (Bylaes 1-4).
- *Ester Cilliers* het die rekenarisering gedoen gedurende elke stadium van ontwikkeling van die rekenaarprogramme. Sy het maande van haar tyd hiervoor opgeoffer.
- *Elna van Rensburg*, my skoonsus. Tikwerk is in haar professionele hande 'n skepping want sy is ook taalkundige, kunstenaar en perfeksionis.
- *Francois van der Merwe* het 'n helder begrip van die wiskunde en 'n liefde daarvoor, wat hy in 'n reeks wiskundelesse met my gedeel het. Hy het ook Bylae 6 opgestel.

Opsommende statistiese gegewens van mangovrugmetings  
 Eenrigting variansie-analise

Cultivar	Metings- hoek (°)	Foutsom van kwadrate	Gemiddeld som van kwadrate	Koëffisiënt van variasie
Adams	10	110.440	3.808	2.049
	45	501.644	17.298	4.811
	90	384.456	13.257	4.736
	135	218.822	7.546	3.146
	225	674.972	23.275	5.720
	270	656.662	22.644	5.773
	315	518.730	17.887	4.043
	335	420.518	14.501	3.612
Anderson	10	5091.161	175.557	19.003
	45	3192.801	110.097	25.966
	90	2285.837	78.822	22.799
	135	1703.476	58.741	11.836
	225	2257.921	77.859	20.329
	270	3105.220	107.077	26.436
	315	5784.440	199.463	24.985
	335	7396.881	255.065	21.499
Carrie	10	608.345	20.977	4.959
	45	915.867	31.582	7.905
	90	749.867	25.857	8.116
	135	706.503	24.362	6.181
	225	933.444	32.188	7.009
	270	1308.058	45.105	8.261
	315	1153.572	39.778	6.648
	335	881.027	30.380	5.421
Early Gold	10	492.061	16.968	4.279
	45	1790.529	61.742	10.255
	90	1080.510	37.259	9.348
	135	712.090	24.555	6.197
	225	847.691	29.231	7.542
	270	2041.723	70.404	11.021
	315	1633.042	56.312	7.681
	335	991.918	34.204	5.621
Extrema	10	276.519	9.535	3.038
	45	675.122	23.280	4.173
	90	717.775	24.751	4.680
	135	244.755	8.440	2.896
	225	908.039	31.312	5.390
	270	5834.127	201.177	9.896
	315	11363.288	391.838	12.373
	335	8361.130	288.315	11.971
Fascell	10	183.238	6.319	2.549
	45	807.875	27.858	5.343
	90	882.465	30.430	5.877
	135	318.017	10.966	3.419
	225	1141.832	39.374	6.859
	270	2298.352	79.254	8.787
	315	2548.773	87.889	7.897
	335	1315.860	45.374	5.939
Florigon	10	846.895	29.203	5.334
	45	1852.430	63.877	9.025
	90	1138.034	39.243	7.879
	135	531.536	18.329	4.741
	225	352.293	12.148	4.587
	270	923.705	31.852	6.397
	315	842.770	29.061	5.164
	335	473.019	16.311	3.807
Gouveia	10	316.951	10.929	3.364
	45	1426.617	49.194	7.946
	90	924.425	31.877	7.057
	135	445.901	15.376	4.370
	225	1705.966	58.826	12.757
	270	1254.126	43.246	12.005
	315	1157.966	39.930	7.927
	335	623.193	21.489	4.791

BYLAE 1 (Volg) Bladsy 2 van 3  
 Opsommende statistiese gegewens van mangovrugmetings  
 Eenrigting variansie-analise

Cultivar	Metings- hoek (°)	Foutsom van kwadrate	Gemiddeld som van kwadrate	Koëffisiënt van variasie
Haden	10	98.796	3.407	1.858
	45	571.989	19.724	4.842
	90	402.764	13.888	4.520
	135	160.571	5.537	2.588
	225	347.769	11.992	4.047
	270	698.884	24.099	5.181
	315	1044.170	36.006	5.204
	335	825.635	28.470	4.452
Hood	10	102.893	3.811	1.958
	45	882.301	32.678	6.297
	90	878.337	32.531	6.406
	135	407.407	15.089	3.985
	225	347.447	12.868	4.035
	270	646.967	23.962	4.860
	315	598.200	22.156	4.122
	335	582.869	21.588	4.132
Irwin	10	290.277	10.010	3.049
	45	821.813	28.338	6.228
	90	669.750	23.095	6.675
	135	384.423	13.256	4.235
	225	446.166	15.385	5.171
	270	847.433	29.222	6.744
	315	1031.357	35.564	5.708
	335	700.644	24.160	4.421
Keitt	10	197.110	6.797	2.737
	45	834.485	28.775	6.831
	90	565.664	19.506	6.103
	135	245.696	8.472	3.477
	225	778.687	26.851	6.327
	270	1874.010	64.621	9.461
	315	1534.378	52.910	7.283
	335	557.114	19.211	4.296
Kensington	10	229.926	7.928	2.881
	45	662.629	22.849	5.294
	90	788.807	27.200	5.976
	135	333.894	11.514	3.627
	225	1537.841	53.029	9.558
	270	1147.093	39.555	8.215
	315	1094.395	37.738	6.164
	335	502.880	17.341	3.920
Nimrod	10	321.535	11.087	3.194
	45	1051.903	36.273	6.061
	90	1001.974	34.551	6.616
	135	391.359	13.495	3.915
	225	918.187	31.662	5.984
	270	1763.683	60.817	6.713
	315	1840.250	63.457	5.644
	335	1836.730	63.336	5.771
Peach	10	83.834	2.891	1.764
	45	650.759	22.440	5.493
	90	288.924	9.963	4.014
	135	207.271	7.147	2.969
	225	426.625	14.711	4.748
	270	580.091	20.003	5.129
	315	488.138	16.832	4.110
	335	253.328	8.735	2.901
Ruby	10	453.455	15.636	4.496
	45	609.349	21.012	7.127
	90	467.128	16.108	7.031
	135	323.786	11.165	4.401
	225	621.703	21.438	6.617
	270	634.906	21.893	7.324
	315	785.240	27.077	6.807
	335	489.055	16.864	4.698

Opsommende statistiese gegewens van mangovrugmetings  
 Eenrigting variansie-analise

Cultivar	Metings- hoek (°)	Foutsom van kwadrate	Gemiddeld som van kwadrate	Koëffisiënt van variasie
Sabre	10	465.284	16.044	4.418
	45	1609.750	55.509	11.957
	90	1077.192	37.145	10.445
	135	511.890	17.651	5.447
	225	714.620	24.642	10.360
	270	1103.765	38.061	13.038
	315	1405.881	48.479	10.542
	335	556.008	19.173	5.159
Sensation	10	83.502	2.879	1.725
	45	546.998	18.862	4.966
	90	461.840	15.926	4.907
	135	244.341	8.426	3.146
	225	1046.634	36.091	6.649
	270	1026.380	35.392	6.591
	315	2382.276	82.147	9.004
	335	493.738	17.025	4.056
Sheil	10	173.375	5.978	2.477
	45	1043.234	35.974	6.336
	90	1288.432	44.429	7.756
	135	630.714	21.749	5.013
	225	814.470	28.085	5.475
	270	1107.452	38.188	5.525
	315	1347.615	46.469	5.450
	335	886.955	30.585	4.598
Smith	10	148.872	5.134	2.446
	45	816.501	28.155	7.385
	90	862.868	29.754	8.713
	135	364.455	12.567	4.557
	225	1049.794	36.200	8.423
	270	1489.726	51.370	9.654
	315	1220.701	42.093	7.079
	335	920.593	31.745	5.853
Zill	10	254.284	8.768	2.980
	45	908.176	31.316	6.214
	90	675.169	23.282	5.713
	135	448.199	15.455	4.244
	225	634.593	21.883	5.650
	270	761.568	26.261	6.400
	315	1159.206	39.973	6.230
	335	817.964	28.206	4.827



BYLAE 2

VARIANSIE-ANALISE : VRUGDATA, MANGO

Analysis of Variance Procedure  
Class Level Information

Class	Levels	Values
BEH	21	ADAMS ANDER CARRIE EARLY EXTREM FASC FLORI GOUV HADEN HOOD IRWIN KEIT KENS NIMR PEACH RUBY SABRE SENS SHEIL SMITH ZILL

Number of observations in data set = 628

Analysis of Variance Procedure

Dependent Variable: G10

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	20	31838.76330	1591.93816	89.24	0.0001
Error	607	10828.75151	17.83979		
Corrected Total	627	42667.51481			
	R-Square	C.V.	Root MSE	G10 Mean	
	0.746206	4.396794	4.223717	96.0635669	
Source	DF	Anova SS	Mean Square	F Value	Pr > F
BEH	20	31838.76330	1591.93816	89.24	0.0001

Dependent Variable: G45

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	20	148983.7832	7449.1892	203.93	0.0001
Error	607	22172.7714	36.5285		
Corrected Total	627	171156.5547			
	R-Square	C.V.	Root MSE	G45 Mean	
	0.870453	7.218040	6.043877	83.7329459	
Source	DF	Anova SS	Mean Square	F Value	Pr > F
BEH	20	148983.7832	7449.1892	203.93	0.0001

Dependent Variable: G90

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	20	135201.7672	6760.0884	233.25	0.0001
Error	607	17592.2192	28.9822		
Corrected Total	627	152793.9864			
	R-Square	C.V.	Root MSE	G90 Mean	
	0.884863	7.052872	5.383516	76.3308280	
Source	DF	Anova SS	Mean Square	F Value	Pr > F
BEH	20	135201.7672	6760.0884	233.25	0.0001

Dependent Variable: G135

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	20	45488.38683	2274.41934	144.79	0.0001
Error	607	9535.10618	15.70858		
Corrected Total	627	55023.49301			
	R-Square	C.V.	Root MSE	G135 Mean	
	0.826708	4.541387	3.963405	87.2730096	
Source	DF	Anova SS	Mean Square	F Value	Pr > F
BEH	20	45488.38683	2274.41934	144.79	0.0001

Dependent Variable: G225

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	20	133306.4443	6665.3222	218.62	0.0001
Error	607	18506.6922	30.4888		
Corrected Total	627	151813.1365			
	R-Square	C.V.	Root MSE	G225 Mean	
	0.878096	7.012296	5.521665	78.7426115	
Source	DF	Anova SS	Mean Square	F Value	Pr > F
BEH	20	133306.4443	6665.3222	218.62	0.0001

Dependent Variable: G270

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	20	328171.6264	16408.5813	320.22	0.0001
Error	607	31103.9289	51.2421		
Corrected Total	627	359275.5553			
	R-Square	C.V.	Root MSE		G270 Mean
	0.913426	8.475215	7.158356		84.4622293
Source	DF	Anova SS	Mean Square	F Value	Pr > F
BEH	20	328171.6264	16408.5813	320.22	0.0001

Dependent Variable: G315

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	20	322175.4632	16108.7732	238.87	0.0001
Error	607	40934.3867	67.4372		
Corrected Total	627	363109.8499			
	R-Square	C.V.	Root MSE		G315 Mean
	0.887267	8.015352	8.212016		102.453599
Source	DF	Anova SS	Mean Square	F Value	Pr > F
BEH	20	322175.4632	16108.7732	238.87	0.0001

Dependent Variable: G335

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	20	146491.9677	7324.5984	148.76	0.0001
Error	607	29887.0561	49.2373		
Corrected Total	627	176379.0237			
	R-Square	C.V.	Root MSE		G335 Mean
	0.830552	6.592309	7.016931		106.441178
Source	DF	Anova SS	Mean Square	F Value	Pr > F
BEH	20	146491.9677	7324.5984	148.76	0.0001

Analysis of Variance Procedure  
 Tukey's Studentized Range (HSD) Test for variable: G10  
 NOTE: This test controls the type I experimentwise error rate, but generally has a higher type II error rate than REGWQ.

Alpha= 0.01 df= 607 MSE= 17.83979  
 Critical Value of Studentized Range= 5.714  
 Minimum Significant Difference= 4.4135  
 WARNING: Cell sizes are not equal.  
 Harmonic Mean of cell sizes= 29.89831

Means with the same letter are not significantly different.

Tukey Grouping	Mean	N	BEH
A	104.250	30	NIMR
B A	103.776	30	IRWIN
B A C	101.627	30	EXTREM
B A C	101.316	30	FLORI
B D C	99.725	28	HOOD
B E D C	99.362	30	ZILL
E D C	99.347	30	HADEN
E D C	98.713	30	SHEIL
E D C	98.599	30	FASC
E D C	98.363	30	SENS
E D C	98.265	30	GOUV
E D C	97.738	30	KENS
F E D	96.394	30	PEACH
F E D	96.270	30	EARLY
F E	95.260	30	ADAMS
F E	95.241	30	KEIT
F G	92.616	30	SMITH
F G	92.367	30	CARRIE
H G	90.672	30	SABRE
H	87.953	30	RUBY
I	69.723	30	ANDER

Analysis of Variance Procedure  
Tukey's Studentized Range (HSD) Test for variable: G45

NOTE: This test controls the type I experimentwise error rate, but generally has a higher type II error rate than REGWQ.

Alpha= 0.01 df= 607 MSE= 36.52845  
Critical Value of Studentized Range= 5.714  
Minimum Significant Difference= 6.3155  
WARNING: Cell sizes are not equal.  
Harmonic Mean of cell sizes= 29.89831

Means with the same letter are not significantly different.

Tukey Grouping	Mean	N	BEH
A	115.617	30	EXTREM
B	99.370	30	NIMR
B	98.784	30	FASC
B	94.657	30	SHEIL
C	91.721	30	HADEN
C	90.782	28	HOOD
C	90.293	30	KENS
C	90.058	30	ZILL
C	88.555	30	FLORI
C	88.264	30	GOUV
C	87.459	30	SENS
C	86.453	30	ADAMS
C	86.245	30	PEACH
C	85.479	30	IRWIN
E	78.524	30	KEIT
F	76.623	30	EARLY
F	71.846	30	SMITH
F	71.092	30	CARRIE
G	64.319	30	RUBY
G	62.312	30	SABRE
H	40.409	30	ANDER

Analysis of Variance Procedure  
 Tukey's Studentized Range (HSD) Test for variable: G90

NOTE: This test controls the type I experimentwise error rate, but generally has a higher type II error rate than REGWQ.

Alpha= 0.01 df= 607 MSE= 28.98224  
 Critical Value of Studentized Range= 5.714  
 Minimum Significant Difference= 5.6255  
 WARNING: Cell sizes are not equal.  
 Harmonic Mean of cell sizes= 29.89831

Means with the same letter are not significantly different.

Tukey Grouping	Mean	N	BEH
A	106.313	30	EXTREM
B	93.859	30	FASC
B			
C B	89.029	28	HOOD
C B			
C B	88.843	30	NIMR
C			
C D	87.275	30	KENS
C D			
C D E	85.940	30	SHEIL
C D E			
C F D E	84.452	30	ZILL
C F D E			
G F D E	82.450	30	HADEN
G F E			
G F E	81.327	30	SENS
G F			
G F	80.003	30	GOUV
G F			
G F	79.511	30	FLORI
G			
G	78.626	30	PEACH
G			
G H	76.888	30	ADAMS
H			
H	72.362	30	KEIT
H			
H	71.991	30	IRWIN
I			
I	65.298	30	EARLY
J I	62.655	30	CARRIE
J I			
J I	62.602	30	SMITH
J			
J	58.349	30	SABRE
J			
J	57.078	30	RUBY
K	38.941	30	ANDER

Analysis of Variance Procedure  
Tukey's Studentized Range (HSD) Test for variable: G135

NOTE: This test controls the type I experimentwise error rate, but generally has a higher type II error rate than REGWQ.

Alpha= 0.01 df= 607 MSE= 15.70858  
Critical Value of Studentized Range= 5.714  
Minimum Significant Difference= 4.1415  
WARNING: Cell sizes are not equal.  
Harmonic Mean of cell sizes= 29.89831

Means with the same letter are not significantly different.

Tukey Grouping	Mean	N	BEH
A	100.313	30	EXTREM
A			
B A	97.489	28	HOOD
B A			
B A C	96.856	30	FASC
B C			
B D C	93.827	30	NIMR
B D C			
B D C	93.558	30	KENS
D C			
D C	93.023	30	SHEIL
D			
D	92.628	30	ZILL
D			
D	92.273	30	SENS
D			
E D	90.927	30	HADEN
E D			
E D	90.303	30	FLORI
E D			
E D F	90.045	30	PEACH
E D F			
E D F	89.731	30	GOUV
E D F			
E G F	87.330	30	ADAMS
G F			
G F	85.976	30	IRWIN
G			
H G	83.724	30	KEIT
H			
H I	79.962	30	EARLY
H I			
H I	79.857	30	CARRIE
I			
I	77.787	30	SMITH
I			
I	77.131	30	SABRE
I			
I	75.918	30	RUBY
J	64.756	30	ANDER

Analysis of Variance Procedure  
 Tukey's Studentized Range (HSD) Test for variable: G225  
 NOTE: This test controls the type I experimentwise error rate, but generally has a higher type II error rate than REGNO.

Alpha= 0.01 df= 607 MSE= 30.48878  
 Critical Value of Studentized Range= 5.714  
 Minimum Significant Difference= 5.7698  
 WARNING: Cell sizes are not equal.  
 Harmonic Mean of cell sizes= 29.89831

Means with the same letter are not significantly different.

Tukey Grouping	Mean	N	BEH
A	103.807	30	EXTREM
B	96.803	30	SHEIL
B			
C	94.033	30	NIMR
C			
C	91.482	30	FASC
C			
C	90.349	30	SENS
C			
C	88.911	28	HOOD
F	85.570	30	HADEN
F			
F	84.347	30	ADAMS
F			
F	82.795	30	ZILL
F			
F	81.897	30	KEIT
F			
F	80.948	30	CARRIE
F			
F	80.774	30	PEACH
F			
I	76.186	30	KENS
I			
I	75.990	30	FLORI
I			
I	75.847	30	IRWIN
I			
I	71.687	30	EARLY
I			
I	71.434	30	SMITH
	69.971	30	RUBY
	60.124	30	GOUV
	47.914	30	SABRE
	43.405	30	ANDER

Analysis of Variance Procedure  
 Tukey's Studentized Range (HSD) Test for variable: G270  
 NOTE: This test controls the type I experimentwise error rate, but generally has a higher type II error rate than REGWQ.

Alpha= 0.01 df= 607 MSE= 51.24206  
 Critical Value of Studentized Range= 5.714  
 Minimum Significant Difference= 7.4801  
 WARNING: Cell sizes are not equal.  
 Harmonic Mean of cell sizes= 29.89831

Means with the same letter are not significantly different.

Tukey Grouping	Mean	N	BEH
A	143.333	30	EXTREM
B	116.170	30	NIMR
B	111.840	30	SHEIL
C	101.313	30	FASC
C	100.721	28	HOOD
C	94.753	30	HADEN
D	90.257	30	SENS
D	88.224	30	FLORI
D	87.203	30	PEACH
D	84.963	30	KEIT
D	82.430	30	ADAMS
D	81.300	30	CARRIE
D	80.150	30	IRWIN
D	80.072	30	ZILL
D	76.559	30	KENS
D	76.132	30	EARLY
D	74.242	30	SMITH
J	63.886	30	RUBY
K	54.780	30	GOUV
K	47.318	30	SABRE
L	39.143	30	ANDER



Analysis of Variance Procedure

Tukey's Studentized Range (HSD) Test for variable: G315

NOTE: This test controls the type I experimentwise error rate, but generally has a higher type II error rate than REGWQ.

Alpha= 0.01 df= 607 MSE= 67.43721

Critical Value of Studentized Range= 5.714

Minimum Significant Difference= 8.5811

WARNING: Cell sizes are not equal.

Harmonic Mean of cell sizes= 29.89831

Means with the same letter are not significantly different.

Tukey Grouping	Mean	N	BEH
A	159.980	30	EXTREM
B	141.137	30	NIMR
C	125.087	30	SHEIL
C			
D C	118.708	30	FASC
D			
D			
D	115.304	30	HADEN
D			
D	114.200	28	HOOD
E	104.601	30	ADAMS
E			
E	104.468	30	IRWIN
E			
E	104.387	30	FLORI
E			
F E	101.476	30	ZILL
F			
F			
F E	100.663	30	SENS
F			
F E G	99.880	30	KEIT
F			
F E G	99.812	30	PEACH
F			
F E G	99.656	30	KENS
F			
F E G	97.692	30	EARLY
F			
F			
F G	94.877	30	CARRIE
F			
G	91.645	30	SMITH
H	79.717	30	GOUV
H			
H	76.448	30	RUBY
I	66.044	30	SABRE
J	56.526	30	ANDER

**Analysis of Variance Procedure**

Tukey's Studentized Range (HSD) Test for variable: G335

NOTE: This test controls the type I experimentwise error rate, but generally has a higher type II error rate than REGWQ.

Alpha= 0.01 df= 607 MSE= 49.23732

Critical Value of Studentized Range= 5.714

Minimum Significant Difference= 7.3323

WARNING: Cell sizes are not equal.

Harmonic Mean of cell sizes= 29.89831

Means with the same letter are not significantly different.

Tukey Grouping	Mean	N	BEH
A	141.837	30	EXTREM
A			
A	137.903	30	NIMR
B	120.287	30	SHEIL
B			
B	119.863	30	HADEN
B			
C	113.428	30	FASC
C			
C	112.457	28	HOOD
C			
C	111.179	30	IRWIN
C			
C	110.014	30	ZILL
C			
C	106.238	30	KENS
C			
F	106.073	30	FLORI
F			
F	105.428	30	ADAMS
F			
F	104.046	30	EARLY
F			
H	102.018	30	KEIT
H			
H	101.889	30	PEACH
H			
H	101.740	30	SENS
H			
H	101.684	30	CARRIE
H			
H	96.756	30	GOUV
H			
H	96.258	30	SMITH
I	87.404	30	RUBY
I			
I	84.878	30	SABRE
J	74.288	30	ANDER

Opsommende statistiese gegewens van mangoblaarmetings  
 Eenrigting variansie-analise

Cultivar	Metings- hoek (°)	Foutsom van kwadrate	Gemiddeld som van kwadrate	Koëffisiënt van variasie
Adams	2,5	.02359	.00124	4.090
	5	.02905	.00153	4.995
	10	.03959	.00208	6.938
	15	.03950	.00208	8.189
	45	.01547	.00081	9.619
	90	.01019	.00054	10.027
	135	.02866	.00151	11.709
	165	.02381	.00125	4.891
	175	.02395	.00126	3.843
	177,5	.00650	.00034	1.918
Anderson	2,5	.01036	.00055	2.559
	5	.00868	.00046	2.551
	10	.01344	.00071	3.720
	15	.01412	.00075	4.476
	45	.01142	.00060	7.691
	90	.00779	.00041	8.219
	135	.01617	.00085	8.159
	165	.01333	.00070	3.650
	175	.00397	.00021	1.595
	177,5	.00895	.00047	2.299
Carrie	2,5	.01049	.00055	2.593
	5	.01356	.00071	3.226
	10	.02609	.00137	5.119
	15	.02702	.00142	5.946
	45	.02934	.00154	10.885
	90	.02208	.00116	11.833
	135	.03996	.00210	11.486
	165	.04009	.00211	5.756
	175	.01055	.00056	2.530
	177,5	.03066	.00161	4.204
Early Gold	2,5	.03127	.00165	4.724
	5	.04066	.00214	5.918
	10	.04791	.00252	7.537
	15	.03936	.00207	7.942
	45	.03042	.00160	12.847
	90	.01127	.00059	9.994
	135	.02979	.00157	10.906
	165	.02374	.00125	4.846
	175	.01082	.00057	2.636
	177,5	.00694	.00037	2.018
Extrema	2,5	.00808	.00043	2.329
	5	.01588	.00084	3.509
	10	.02715	.00143	5.282
	15	.01618	.00085	4.805
	45	.01212	.00063	7.973
	90	.01087	.00057	10.118
	135	.02485	.00131	10.870
	165	.03152	.00166	6.038
	175	.00858	.00045	2.404
	177,5	.00935	.00049	2.370
Fascell	2,5	.00706	.00037	2.163
	5	.01536	.00081	3.417
	10	.03444	.00181	5.861
	15	.01046	.00055	3.747
	45	.01182	.00062	7.240
	90	.00723	.00038	7.142
	135	.01302	.00069	6.593
	165	.01122	.00059	3.086
	175	.00363	.00019	1.454
	177,5	.00142	.00007	.886
Florigon	2,5	.04353	.00229	5.777
	5	.07257	.00382	8.184
	10	.06775	.00357	9.172
	15	.06590	.00347	10.514
	45	.01236	.00065	8.994
	90	.00948	.00050	10.389
	135	.02248	.00118	10.610
	165	.03525	.00186	6.096
	175	.01491	.00078	3.067
	177,5	.00973	.00051	2.360

## BYLAE 3

Bladsy 2 van 4

 Opsommende statistiese gegewens van mangoblaarmetings  
 Eenrigting variansie-analise

Cultivar	Metings- hoek (°)	Foutsom van kwadrate	Gemiddeld som van kwadrate	Koëffisiënt van variasie
Gouveia	2,5	.00790	.00042	2.334
	5	.01136	.00060	3.007
	10	.01738	.00091	4.294
	15	.01516	.00080	4.672
	45	.00595	.00031	5.802
	90	.00317	.00017	5.585
	135	.00730	.00038	5.926
	165	.00555	.00029	2.517
	175	.00284	.00015	1.374
177,5	.00284	.00015	1.295	
Haden	2,5	.00937	.00049	2.553
	5	.01741	.00092	3.808
	10	.03622	.00191	6.402
	15	.02963	.00156	6.733
	45	.01740	.00092	10.094
	90	.01450	.00076	11.656
	135	.02674	.00141	10.986
	165	.02771	.00146	5.323
	175	.02702	.00142	4.226
177,5	.00608	.00032	1.888	
Hood	2,5	.00300	.00016	1.395
	5	.00501	.00026	1.947
	10	.02399	.00126	4.877
	15	.01888	.00099	5.127
	45	.00724	.00038	6.363
	90	.00816	.00043	8.868
	135	.01622	.00085	8.627
	165	.05374	.00283	7.105
	175	.00358	.00019	1.482
177,5	.01451	.00076	2.886	
Irwin	2,5	.01891	.00100	3.657
	5	.03001	.00158	4.958
	10	.03599	.00189	6.400
	15	.06511	.00343	10.000
	45	.02897	.00153	12.660
	90	.02017	.00106	13.368
	135	.03424	.00180	11.905
	165	.06984	.00368	8.455
	175	.00739	.00039	2.155
177,5	.00473	.00025	1.650	
Keitt	2,5	.00887	.00047	2.363
	5	.01336	.00070	3.116
	10	.02333	.00123	4.608
	15	.02830	.00149	5.698
	45	.02215	.00117	8.836
	90	.00928	.00049	7.395
	135	.01534	.00081	6.798
	165	.01462	.00077	3.526
	175	.01901	.00100	3.428
177,5	.00202	.00011	1.069	
Kensington	2,5	.00563	.00030	1.923
	5	.00738	.00039	2.372
	10	.01203	.00063	3.542
	15	.01559	.00082	4.749
	45	.01318	.00069	8.643
	90	.00910	.00048	9.376
	135	.01268	.00067	7.825
	165	.01063	.00056	3.402
	175	.00440	.00023	1.673
177,5	.00167	.00009	.985	
Kent	2,5	.00925	.00049	2.451
	5	.02206	.00116	4.074
	10	.03508	.00185	5.896
	15	.04950	.00261	8.182
	45	.03649	.00192	13.101
	90	.02239	.00118	13.245
	135	.04128	.00217	12.539
	165	.03916	.00206	5.825
	175	.00751	.00040	2.101
177,5	.00283	.00015	1.256	

## BYLAE 3

Bladsy 3 van 4

 Opsommende statistiese gegewens van mangoblaarmetings  
 Eenrigting variansie-analise

Cultivar	Metings- hoek (°)	Foutsom van kwadrate	Gemiddeld som van kwadrate	Koëffisiënt van variasie
Nimrod	2,5	.02018	.00106	3.798
	5	.02780	.00146	4.932
	10	.03092	.00163	5.945
	15	.02781	.00146	6.397
	45	.01324	.00070	7.984
	90	.01017	.00054	9.116
	135	.01642	.00086	8.051
	165	.02840	.00149	5.261
	175	.00824	.00043	2.270
	177,5	.00385	.00020	1.485
Peach	2,5	.00639	.00034	2.117
	5	.00794	.00042	2.576
	10	.01231	.00065	3.788
	15	.02001	.00105	5.725
	45	.00864	.00045	7.432
	90	.00817	.00043	9.500
	135	.01707	.00090	9.488
	165	.03128	.00165	6.144
	175	.00481	.00025	1.799
	177,5	.00243	.00013	1.202
Ruby	2,5	.00827	.00044	2.390
	5	.00638	.00034	2.263
	10	.02610	.00138	5.288
	15	.04240	.00223	7.969
	45	.03259	.00172	13.248
	90	.02100	.00111	13.555
	135	.04602	.00242	13.954
	165	.06169	.00324	7.855
	175	.01307	.00069	2.880
	177,5	.00613	.00032	1.885
Sabre	2,5	.00964	.00051	2.486
	5	.01067	.00056	2.822
	10	.02380	.00125	4.966
	15	.03192	.00168	6.767
	45	.01744	.00092	9.813
	90	.01163	.00061	10.745
	135	.01398	.00074	8.189
	165	.03117	.00164	6.087
	175	.01356	.00071	3.076
	177,5	.00623	.00033	1.946
Sandersha	2,5	.01207	.00064	2.764
	5	.01916	.00101	3.746
	10	.02640	.00139	5.073
	15	.03784	.00199	7.185
	45	.01305	.00069	7.837
	90	.00566	.00030	6.560
	135	.00946	.00050	5.893
	165	.00899	.00047	2.929
	175	.00421	.00022	1.616
	177,5	.00342	.00018	1.395
Sensation	2,5	.01100	.00058	2.661
	5	.02559	.00135	4.427
	10	.03599	.00189	6.085
	15	.03884	.00204	7.461
	45	.02018	.00106	10.157
	90	.01212	.00064	10.424
	135	.03009	.00158	11.498
	165	.03167	.00167	5.797
	175	.01170	.00062	2.743
	177,5	.00813	.00043	2.171
Sheil	2,5	.00837	.00044	2.364
	5	.02260	.00119	4.230
	10	.03201	.00169	5.894
	15	.02150	.00113	5.766
	45	.01148	.00060	8.213
	90	.00655	.00034	8.109
	135	.01109	.00058	7.444
	165	.02173	.00114	4.908
	175	.00424	.00022	1.652
	177,5	.00245	.00013	1.193

Opsommende statistiese gegewens van mangoblaarmetings  
 Eenrigting variansie-analise

Cultivar	Metings- hoek (°)	Foutsom van kwadrate	Gemiddeld som van kwadrate	Koëffisiënt van variasie
Smith	2,5	.00238	.00013	1.226
	5	.00328	.00017	1.560
	10	.00444	.00023	2.072
	15	.00624	.00033	2.809
	45	.00456	.00024	4.370
	90	.00414	.00022	5.350
	135	.01031	.00054	5.770
	165	.01002	.00053	2.819
	175	.00497	.00026	1.685
	177,5	.00467	.00025	1.602
Tommy Atkins	2,5	.01574	.00083	3.232
	5	.02548	.00134	4.376
	10	.04109	.00216	6.399
	15	.05751	.00303	8.731
	45	.02894	.00152	11.068
	90	.02130	.00112	12.277
	135	.03024	.00159	10.166
	165	.03799	.00200	5.960
	175	.00976	.00051	2.472
	177,5	.00501	.00026	1.706
Zill	2,5	.01060	.00056	2.753
	5	.02576	.00136	4.771
	10	.02917	.00154	6.047
	15	.03255	.00171	7.388
	45	.01719	.00090	10.053
	90	.01763	.00093	13.127
	135	.03117	.00164	11.933
	165	.04792	.00252	7.180
	175	.00831	.00044	2.302
	177,5	.00457	.00024	1.630

## BYLAE 4

## VARIANSIE-ANALISE : BLAARDATA, MANGO

 Analysis of Variance Procedure  
 Class Level Information

Class	Levels	Values
BEH	24	ADAMS ANDERS CARRIE EGOLD EXTREMA FASCEL FLOR GOUV HADEN HOOD IRWIN KEIT KENS KENT NIM PEACH RUBY SABRE SAN SENA SHEIL SMITH TOMMY ZILL

Number of observations in data set = 480

Dependent Variable: G2,5

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	23	0.24597118	0.01069440	16.15	0.0001
Error	456	0.30195565	0.00066218		
Corrected Total	479	0.54792683			

R-Square	C.V.	Root MSE	G3 Mean
0.448912	2.909052	0.025733	0.88458125

Source	DF	Anova SS	Mean Square	F Value	Pr > F
BEH	23	0.24597118	0.01069440	16.15	0.0001

Dependent Variable: G5

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	23	0.33587465	0.01460325	13.96	0.0001
Error	456	0.47702975	0.00104612		
Corrected Total	479	0.81290440			

R-Square	C.V.	Root MSE	G5 Mean
0.413179	3.967108	0.032344	0.81529792

Source	DF	Anova SS	Mean Square	F Value	Pr > F
BEH	23	0.33587465	0.01460325	13.96	0.0001

Dependent Variable: G10

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	23	0.41349740	0.01797815	11.67	0.0001
Error	456	0.70262875	0.00154085		
Corrected Total	479	1.11612615			

R-Square	C.V.	Root MSE	G10 Mean
0.370476	5.583128	0.039254	0.70307708

Source	DF	Anova SS	Mean Square	F Value	Pr > F
BEH	23	0.41349740	0.01797815	11.67	0.0001

Dependent Variable: G15

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	23	0.39262830	0.01707080	10.36	0.0001
Error	456	0.75138265	0.00164777		
Corrected Total	479	1.14401095			

R-Square	C.V.	Root MSE	G15 Mean
0.343203	6.731678	0.040593	0.60301042

Source	DF	Anova SS	Mean Square	F Value	Pr > F
BEH	23	0.39262830	0.01707080	10.36	0.0001

Dependent Variable: G45

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	23	0.29473878	0.01281473	13.86	0.0001
Error	456	0.42165395	0.00092468		
Corrected Total	479	0.71639273			

R-Square	C.V.	Root MSE	G45 Mean
0.411421	9.504713	0.030409	0.31993125

Source	DF	Anova SS	Mean Square	F Value	Pr > F
BEH	23	0.29473878	0.01281473	13.86	0.0001

Dependent Variable: G90

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	23	0.21626510	0.00940283	15.09	0.0001
Error	456	0.28406235	0.00062294		
Corrected Total	479	0.50032745			
		<u>R-Square</u>	<u>C.V.</u>	<u>Root MSE</u>	<u>G90 Mean</u>
		0.432247	10.09500	0.024959	0.24723958

Source	DF	Anova SS	Mean Square	F Value	Pr > F
BEH	23	0.21626510	0.00940283	15.09	0.0001

Dependent Variable: G135

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	23	0.38918840	0.01692123	14.17	0.0001
Error	456	0.54458240	0.00119426		
Corrected Total	479	0.93377080			
		<u>R-Square</u>	<u>C.V.</u>	<u>Root MSE</u>	<u>G135 Mean</u>
		0.416792	9.708684	0.034558	0.35595000

Source	DF	Anova SS	Mean Square	F Value	Pr > F
BEH	23	0.38918840	0.01692123	14.17	0.0001

Dependent Variable: G165

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	23	0.83209090	0.03617787	23.20	0.0001
Error	456	0.71100480	0.00155922		
Corrected Total	479	1.54309570			
		<u>R-Square</u>	<u>C.V.</u>	<u>Root MSE</u>	<u>G165 Mean</u>
		0.539235	5.429442	0.039487	0.72727500

Source	DF	Anova SS	Mean Square	F Value	Pr > F
BEH	23	0.83209090	0.03617787	23.20	0.0001

Dependent Variable: G175

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	23	0.21020003	0.00913913	18.04	0.0001
Error	456	0.23104630	0.00050668		
Corrected Total	479	0.44124633			
		<u>R-Square</u>	<u>C.V.</u>	<u>Root MSE</u>	<u>G175 Mean</u>
		0.476378	2.465214	0.022510	0.91308750

Source	DF	Anova SS	Mean Square	F Value	Pr > F
BEH	23	0.21020003	0.00913913	18.04	0.0001

Dependent Variable: G177.5

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	23	0.06261767	0.00272251	8.00	0.0001
Error	456	0.15513630	0.00034021		
Corrected Total	479	0.21775397			
		<u>R-Square</u>	<u>C.V.</u>	<u>Root MSE</u>	<u>G178 Mean</u>
		0.287562	1.932389	0.018445	0.95450833

Source	DF	Anova SS	Mean Square	F Value	Pr > F
BEH	23	0.06261767	0.00272251	8.00	0.0001



## Analysis of Variance Procedure

Tukey's Studentized Range (HSD) Test for variable: G2.5  
 NOTE: This test controls the type I experimentwise error rate, but generally has a higher type II error rate than REGWQ.  
 Alpha= 0.01 df= 456 MSE= 0.000662  
 Critical Value of Studentized Range= 5.817  
 Minimum Significant Difference= 0.0335  
 Means with the same letter are not significantly different.

Tukey Grouping	Mean	N	BEH
	0.91460	20	KEIT
A			
A	0.91275	20	ANDERS
A			
A	0.91260	20	SMITH
A			
A	0.91195	20	SAN
A			
B	0.90620	20	SABRE
B			
B	0.90590	20	CARRIE
B			
B	0.90415	20	SENSA
B			
B	0.90105	20	HOOD
B			
B	0.90055	20	KENT
B			
B	0.89485	20	KENS
B			
B	0.89135	20	FASCEL
B			
B	0.89070	20	TOMMY
B			
B	0.88760	20	SHEIL
B			
B	0.88565	20	EXTREMA
B			
B	0.87335	20	GOUV
B			
B	0.87275	20	RUBY
B			
B	0.86990	20	HADEN
B			
B	0.86665	20	PEACH
B			
B	0.86260	20	IRWIN
B			
B	0.86160	20	ADAMS
B			
B	0.85885	20	EGOLD
B			
B	0.85795	20	NIM
B			
B	0.85785	20	ZILL
B			
B	0.82855	20	FLOR

## Analysis of Variance Procedure

Tukey's Studentized Range (HSD) Test for variable: G5  
 NOTE: This test controls the type I experimentwise error rate, but generally has a higher type II error rate than REGWQ.  
 Alpha= 0.01 df= 456 MSE= 0.001046  
 Critical Value of Studentized Range= 5.817  
 Minimum Significant Difference= 0.0421  
 Means with the same letter are not significantly different.

Tukey Grouping	Mean	N	BEH
A	0.8523	20	KEIT
A			
B A	0.8478	20	SAN
B A			
B A C	0.8419	20	SMITH
B A C			
B A C	0.8399	20	SABRE
B A C			
B A C	0.8375	20	ANDERS
B A C			
B D A C	0.8369	20	TOMMY
B D A C			
B D A C	0.8364	20	KENT
B D A C			
E B D A C	0.8342	20	HOOD
E B D A C			
E B D A C	0.8321	20	FASCEL
E B D A C			
E B D A C	0.8310	20	KENS
E B D A C			
E B D A C	0.8290	20	SENSA
E B D A C			
E B D A C	0.8280	20	CARRIE
E B D A C			
E B D A C F	0.8238	20	EXTREMA
E B D A C F			
E B D A G C F	0.8154	20	SHEIL
E B D A G C F			
E B D H A G C F	0.8131	20	GOUV
E B D H G C F			
E B D H G C F	0.8099	20	RUBY
E D H G C F			
E D H G C F	0.8017	20	IRWIN
E D H G F			
E D H I G F	0.7949	20	HADEN
E H I G F			
E H I G F	0.7939	20	PEACH
H I G F			
H I G F	0.7830	20	ADAMS
H I G F			
H I G F	0.7818	20	EGOLD
H I G			
H I G	0.7757	20	NIM
H I			
H I	0.7719	20	ZILL
I			
I	0.7551	20	FLOR

Analysis of Variance Procedure

Tukey's Studentized Range (HSD) Test for variable: G10  
 NOTE: This test controls the type I experimentwise error rate, but generally has a higher type II error rate than REGWQ.  
 Alpha= 0.01 df= 456 MSE= 0.001541  
 Critical Value of Studentized Range= 5.817  
 Minimum Significant Difference= 0.0511  
 Means with the same letter are not significantly different.

Tukey Grouping	Mean	N	BEH
	0.7604	20	KEIT
	0.7380	20	SMITH
	0.7348	20	SAN
	0.7288	20	KENT
	0.7286	20	HOOD
	0.7267	20	TOMMY
	0.7264	20	FASCEL
	0.7238	20	CARRIE
	0.7157	20	EXTREMA
	0.7153	20	SENSA
	0.7151	20	ANDERS
	0.7127	20	SABRE
	0.7102	20	KENS
	0.7044	20	GOUV
	0.7008	20	RUBY
	0.6965	20	SHEIL
	0.6820	20	HADEN
	0.6801	20	IRWIN
	0.6786	20	NIM
	0.6719	20	PEACH
	0.6663	20	EGOLD
	0.6580	20	ADAMS
	0.6511	20	FLOR
	0.6480	20	ZILL

## Analysis of Variance Procedure

Tukey's Studentized Range (HSD) Test for variable: G15  
 NOTE: This test controls the type I experimentwise error rate, but generally has a higher type II error rate than REGWQ.  
 Alpha= 0.01 df= 456 MSE= 0.001648  
 Critical Value of Studentized Range= 5.817  
 Minimum Significant Difference= 0.0528  
 Means with the same letter are not significantly different.

Tukey Grouping	Mean	N	BEH
	0.6773	20	KEIT
	0.6453	20	SMITH
	0.6342	20	CARRIE
	0.6301	20	TOMMY
	0.6262	20	FASCEL
	0.6238	20	KENT
	0.6211	20	SAN
	0.6148	20	HOOD
	0.6091	20	ANDERS
	0.6073	20	EXTREMA
	0.6060	20	SENSA
	0.6057	20	SABRE
	0.6045	20	GOUV
	0.6031	20	KENS
	0.5981	20	NIM
	0.5928	20	RUBY
	0.5866	20	HADEN
	0.5855	20	IRWIN
	0.5834	20	SHEIL
	0.5731	20	EGOLD
	0.5668	20	PEACH
	0.5602	20	FLOR
	0.5602	20	ZILL
	0.5568	20	ADAMS

Analysis of Variance Procedure

Tukey's Studentized Range (HSD) Test for variable: G45  
 NOTE: This test controls the type I experimentwise error rate, but generally has a higher type II error rate than REGWQ.  
 Alpha= 0.01 df= 456 MSE= 0.000925  
 Critical Value of Studentized Range= 5.817  
 Minimum Significant Difference= 0.0396  
 Means with the same letter are not significantly different.

Tukey Grouping	Mean	N	BEH
A	0.38640	20	KEIT
A			
B A	0.36100	20	CARRIE
B A			
B A C	0.35440	20	SMITH
B A C			
B A C	0.35260	20	TOMMY
B C			
B D C	0.34450	20	FASCEL
B D C			
B E D C	0.33450	20	KENT
B E D C			
B E D C	0.33445	20	SAN
B E D C			
B E D C	0.33070	20	NIM
E D C			
F E D C	0.32090	20	SENSA
F E D C			
F E D C	0.31880	20	ANDERS
F E D C			
F E D C	0.31685	20	EXTREMA
F E D			
F E D	0.31265	20	RUBY
F E D			
F E D	0.31145	20	EGOLD
F E D			
F E D	0.30870	20	SABRE
F E D			
F E D	0.30845	20	IRWIN
F E D			
F E D	0.30680	20	HOOD
F E D			
F E D	0.30505	20	GOUV
F E			
F E	0.30470	20	KENS
F E			
F E	0.29980	20	HADEN
F E			
F E	0.29925	20	ZILL
F E			
F E	0.29925	20	SHEIL
F E			
F E	0.29665	20	ADAMS
F			
F	0.28690	20	PEACH
F			
F	0.28360	20	FLOR

Analysis of Variance Procedure

Tukey's Studentized Range (HSD) Test for variable: G90  
 NOTE: This test controls the type I experimentwise error rate, but generally has a higher type II error rate than REGWQ.  
 Alpha= 0.01 df= 456 MSE= 0.000623  
 Critical Value of Studentized Range= 5.817  
 Minimum Significant Difference= 0.0325  
 Means with the same letter are not significantly different.

Tukey Grouping	Mean	N	BEH
A	0.29895	20	KEIT
B A	0.28810	20	CARRIE
B A C	0.27600	20	SMITH
B D A C	0.27310	20	FASCEL
B D A C	0.27270	20	TOMMY
B D E C	0.26305	20	SAN
F B D E C	0.25915	20	KENT
F D E C	0.25380	20	NIM
F G D E C	0.24640	20	ANDERS
F G D E C	0.24525	20	RUBY
F G D E C	0.24375	20	IRWIN
F G D E C	0.24370	20	EGOLD
F G D E	0.24225	20	SENSA
F G E	0.23705	20	HADEN
F G E	0.23635	20	EXTREMA
F G E	0.23370	20	HOOD
F G E	0.23340	20	KENS
F G E	0.23205	20	ZILL
F G E	0.23135	20	GOUV
F G E	0.23100	20	ADAMS
F G	0.23030	20	SABRE
F G	0.22895	20	SHEIL
G	0.21835	20	PEACH
G	0.21505	20	FLOR

Analysis of Variance Procedure

Tukey's Studentized Range (HSD) Test for variable: G135  
 NOTE: This test controls the type I experimentwise error rate, but generally has a higher type II error rate than REGWQ.  
 Alpha= 0.01 df= 456 MSE= 0.001194  
 Critical Value of Studentized Range= 5.817  
 Minimum Significant Difference= 0.0449  
 Means with the same letter are not significantly different.

Tukey Grouping	Mean	N	BEH
	0.4180	20	KEIT
	0.4037	20	SMITH
	0.3992	20	CARRIE
	0.3971	20	FASCEL
	0.3924	20	TOMMY
	0.3787	20	SAN
	0.3717	20	KENT
	0.3651	20	NIM
	0.3631	20	EGOLD
	0.3576	20	ANDERS
	0.3566	20	IRWIN
	0.3527	20	RUBY
	0.3461	20	SENSA
	0.3415	20	HADEN
	0.3394	20	ZILL
	0.3387	20	HOOD
	0.3327	20	EXTREMA
	0.3317	20	ADAMS
	0.3312	20	SABRE
	0.3307	20	GOUV
	0.3302	20	KENS
	0.3246	20	SHEIL
	0.3242	20	FLOR
	0.3159	20	PEACH

## Analysis of Variance Procedure

Tukey's Studentized Range (HSD) Test for variable: G165  
 NOTE: This test controls the type I experimentwise error rate, but generally has a higher type II error rate than REGWQ.  
 Alpha= 0.01 df= 456 MSE= 0.001559  
 Critical Value of Studentized Range= 5.817  
 Minimum Significant Difference= 0.0514  
 Means with the same letter are not significantly different.

Tukey Grouping	Mean	N	BEH
A	0.8147	20	SMITH
B	0.7981	20	CARRIE
B	0.7876	20	FASCEL
B	0.7862	20	KEIT
B	0.7793	20	KENT
E	0.7502	20	TOMMY
E	0.7485	20	HOOD
E	0.7425	20	SAN
E	0.7350	20	NIM
E	0.7295	20	EGOLD
J	0.7258	20	ANDERS
J	0.7250	20	RUBY
J	0.7239	20	ADAMS
J	0.7175	20	HADEN
J	0.7170	20	IRWIN
J	0.7066	20	FLOR
J	0.7043	20	SENSA
J	0.6994	20	ZILL
J	0.6954	20	KENS
J	0.6890	20	SHEIL
J	0.6788	20	GOUV
J	0.6746	20	EXTREMA
J	0.6654	20	SABRE
J	0.6604	20	PEACH



## Analysis of Variance Procedure

Tukey's Studentized Range (HSD) Test for variable: G175

NOTE: This test controls the type I experimentwise error rate, but generally has a higher type II error rate than REGWQ.

Alpha= 0.01 df= 456 MSE= 0.000507

Critical Value of Studentized Range= 5.817

Minimum Significant Difference= 0.0293

Means with the same letter are not significantly different.

Tukey Grouping	Mean	N	BEH
A	0.96045	20	SMITH
A			
B A	0.95070	20	FASCEL
B A			
B A C	0.94600	20	KENT
B A C			
B D A C	0.93150	20	CARRIE
B D C			
B D C	0.92585	20	HOOD
B D C			
B D C	0.92385	20	ADAMS
B D C			
B D C	0.92260	20	KEIT
B D C			
B D E C	0.92155	20	SAN
D E C			
F D E C	0.91720	20	NIM
F D E C			
F D E C	0.91685	20	TOMMY
F D E			
F D E	0.91565	20	IRWIN
F D E			
F D E G	0.91330	20	FLOR
F D E G			
H F D E G	0.91080	20	RUBY
H F D E G			
H F D E G	0.91015	20	KENS
H F D E G			
H F D E G	0.90865	20	ZILL
H F D E G			
H F D E G	0.90590	20	ANDERS
H F D E G			
H F D E G	0.90530	20	EGOLD
H F D E G			
H F D E G	0.90470	20	SENSA
H F D E G			
H F D E G	0.90460	20	SHEIL
H F E G			
H F I E G	0.89240	20	HADEN
H F I G			
H F I G	0.88925	20	GOUV
H I G			
H I G	0.88485	20	PEACH
H I			
H I	0.88370	20	EXTREMA
H I			
I	0.86830	20	SABRE

## Analysis of Variance Procedure

Tukey's Studentized Range (HSD) Test for variable: G177,5  
 NOTE: This test controls the type I experimentwise error rate, but generally has a higher type II error rate than REGWQ.  
 Alpha= 0.01 df= 456 MSE= 0.00034  
 Critical Value of Studentized Range= 5.817  
 Minimum Significant Difference= 0.024  
 Means with the same letter are not significantly different.

Tukey Grouping	Mean	N	BEH
	0.97875	20	SMITH
	0.97610	20	FASCEL
	0.97215	20	KENT
	0.96450	20	ADAMS
	0.96345	20	KEIT
	0.96205	20	SAN
	0.95905	20	FLOR
	0.95905	20	NIM
	0.95745	20	HOOD
	0.95585	20	IRWIN
	0.95550	20	CARRIE
	0.95340	20	RUBY
	0.95325	20	KENS
	0.95265	20	SENSA
	0.95225	20	TOMMY
	0.95175	20	ZILL
	0.95150	20	SHEIL
	0.94780	20	HADEN
	0.94740	20	EGOLD
	0.94435	20	ANDERS
	0.94310	20	GOUV
	0.94030	20	PEACH
	0.93610	20	EXTREMA
	0.93045	20	SABRE

## BYLAE 5

# Literatuurbespreking

## 1. INLEIDING

Die omvangryke literatuur wat reeds verskyn het, getuig daarvan dat bioloë eeue reeds besig is met die beskrywing en vergelyking van biologiese vorms (Travis & Draper 1985). Die probleem om vorms noukeurig te onderskei, sluit ook verskeie ander studieveld in, soos byvoorbeeld die uitkenning van vorms van vliegtaie, masjienonderdele, satelliete (Persoon & Fu 1977) en sterrekonstellasies (Thonnat 1985).

Tot vandag toe speel die onderskeiding van vorms 'n verneme rol in die identifisering van plantcultivars vir die doel van planttelersregte, waarby hierdie studieprojek betrokke is. Vormkenmerke is nou nog 'n belangrike komponent van feitlik al die UPOV-riglyne en Keefe & Draper (1988) is van mening dat die kenmerke selfs in die toekoms onontbeerlik sal wees. Die nuwere biochemiese onderskeidingsmetodes, soos elektroforese, is waardevolle addisionele middels vir onderskeiding tussen cultivars maar die tradisionele morfologiese kenmerke soos vorm sal altyd onmisbaar wees, veral vir vinnige voorlopige uitkenning in die veld.

Die literatuur word gekenmerk deur twee gedagterigtings wat deur die geskiedenis gevolg kan word. Aan die een kant is daar die groeiende behoefte van bioloë om ten minste die eenvoudiger vorms ondubbelsinnig en objektief te kan beskryf. Oplossings is gesoek in die standardisering van die beskrywende terminologie. Hoewel 'n mate van kwantifisering daarin bestaan, soos byvoorbeeld die vasstelling van sekere lengte/breedteverhoudings, word die saak wesentlik kwalitatief benader, waardeur geen voorsiening vir tussenvorme gemaak word nie. Aan die ander kant vind 'n mens brawe pogings van individue om die uitdagende en dikwels tempterende probleem van vormbeskrywing vanuit 'n wiskundige oogpunt te benader. Dit gee 'n kwantitatiewe betekenis daaraan, waardeur 'n kontinue oorgang van een vorm na 'n ander in ag geneem word. Verskeie voorstelle het die lig gesien maar dit is opmerklik hoe min byval die voorstelle by bioloë in die algemeen gevind het.

Plantvorms word deesdae nog op grond van visuele skatting in die taal van die beskrywende terminologie onderskei, selfs wanneer noukeurige vergelykings tussen naverwante vorms op

cultivarvlak gedoen moet word, soos byvoorbeeld in die UPOV-riglyne en die IBPGR "Descriptors" ("International Board for Plant Genetic Resources"). Daar is nou eers, in die laaste twee jaar, tekens dat UPOV op 'n beperkte skaal 'n mate van kwantifisering van vormkenmerke aanvaar.

'n Vinniger wending kan verwag word, nou dat koste-effektiewe rekenaarsstelsels vir beeldprosessering en analise ontwikkel is. Die moontlikheid dat moeisame, tydrawende metings met die hand deur 'n blitsvinnige outomatiese proses vervang kan word, sal na verwagting die deure vir kwantifisering van vormkenmerke wyd oopmaak. Die tegnologie ontwikkel steeds teen 'n snelle tempo en dit is duidelik dat die mens nog nie eers al die voordele van masjienvisie besef nie (Keefe & Draper 1988).

Vanweë die omvang van die literatuur is hierdie bespreking beperk tot 'n kort verwysing na die twee genoemde gedagterigtings.

## **2. ONTWIKKELING VAN BESKRYWENDE TERMINOLOGIE EN POGINGS TOT STANDARDISERING DAARVAN**

Hoewel beskrywende biologiese terme duisende jare terug dateer, stam die moderne terminologie hoofsaaklik uit die werke van Carl Linnaeus (Rickett 1954), vernaamlik sy *Philosophia botanica* van 1751. Daarvandaan het outeurs steeds meer en meer terme bygevoeg om aan die groeiende behoefte aan meer presiese beskrywings te voldoen (Stearn 1983).

Deur die jare is mettertyd verskillende betekenisse aan die terme gekoppel, sodat 'n groot mate van dubbelsinnigheid en verwarring tussen outeurs en veral tussen verskillende lande en tale ontstaan het (Rickett 1954; Systematics Association Committee for Descriptive Biological Terminology 1960). Reeds vroeg in die vorige eeu het Lindley (in Stearn 1983) hom hieroor uitgespreek en daarna het andere gevolg, soos byvoorbeeld Heslop Harrison (1952) en Davis & Heywood (1967). 'n Lofwaardige poging om orde in die chaos te begin kry, is deur Rickett (1954) aangewend toe hy "slegs" 25 definisies sedert 1751, van elk van 'n aantal belangrike terme ondersoek het as 'n beginpunt om 'n spesifieke betekenis aan elk te gee.

Teen 1960 is daar 'n verdere stap gevorder toe die "Systematics Association" 'n komitee vir beskrywende terminologie aangestel het met die oog op standardisering van die gebruiklike beskrywende terme (Mellville 1976). Met die hulp van 'n groot aantal persone in verskeie

lande is 'n bibliografie van invloedryke werke oor die onderwerp gepubliseer (Systematics Association Committee for Descriptive Biological Terminology 1960). Daarna, in 1962, het dieselfde komitee 'n kaart aangebied wat gedien het as voorstel vir standardisering van eenvoudige simmetriese plat biologiese vorms, met die doel om data ordelik te tabelleer. Dit was 'n aansienlike verbetering op die tradisionele terme aangesien dit presies gedefinieerde kategorieë vasgestel het, gebaseer op lengte/breedteverhouding en breedste posisie. Die komitee het aanvanklik gepoog om elke kategorie van 'n beskrywende term te voorsien maar daar was nie genoeg algemeen aanvaarbare terme beskikbaar nie (Systematics Association Committee for Descriptive Biological Terminology 1962).

Die sisteem is gebaseer op 'n skema wat in ongeveer 1925 deur W.B. Turrill ontwikkel is en wat algemeen op Kew gebruik is maar eers later in 1948 deur A.T. Lee gepubliseer is (Hickey 1973). Variasies hiervan is deur verskeie persone gepubliseer, soos byvoorbeeld Exell & Wild (1960), Hickey (1973), Dilcher (1974), Radford, Dickison, Massey & Bell (1974) en Montgomery (1978) en die sisteem is sedertdien in die een of ander vorm vir verskeie doeleindes angewend (Travis & Draper 1985).

Intussen het plantbeskrywings toegeneem en die data het aangegroei totdat dit later onhanteerbaar begin raak het. Veral paleobotanici is oorweldig deur 'n menigte van fossielblare, meesal onafhanklik van enige voortplantingsorgane, waarvan 'n hoë persentasie reeds verkeerd geïdentifiseer was. Verskeie outeurs, soos byvoorbeeld Mädler & Straus (1971), Hickey (1973), Dilcher (1974) en Mädler (1975) het probeer orde skep deur die kodering van onderskeidende kenmerke, wat kategorisering met die koms van die rekenaar vergemaklik het (Dolph 1976).

Dit is opvallend dat Mädler (1975), byvoorbeeld, nog geen definiëring aan die tradisionele vormterminologie gegee het nie. Hickey (1973) en Dilcher (1974) het wel van die indelings op die gepubliseerde vormkaart gebruik gemaak maar het hulle uitgespreek oor die dubbelsinnigheid en subjektiwiteit wat nogtans ten opsigte van vormkenmerke bestaan het. Dolph (1976) het verder die groot hoeveelheid verkeerde identifikasies asook die onvergelykbaarheid van verskillende beskrywings aan die ontoereikendheid van die beskrywende terminologie toegeskryf. Tot vandag toe kla verskillende outeurs oor die subjektiwiteit wat nog in die hantering van vormkenmerke bestaan, ten spyte van die beskikbare vormkaart. Probleme word veral ondervind wanneer naverwante vorms vergelyk moet word, soos dikwels tussen cultivars die geval is (Travis & Draper 1985; Keefe & Draper 1988; UPOV 1988; Draper & Keefe 1989).

Verskeie probleme kan geïdentifiseer word ten opsigte van die kategorisering van selfs die eenvoudigste simmetriese plat biologiese vorms volgens 'n sisteem soos die genoemde vormkaart. 'n Groot beswaar is dat dit nie voorsiening maak vir die aaneenlopende variasie wat dikwels van een vorm na 'n ander gevind word nie (Dolph 1975). Arbitrêre keuses is onvermydelik (Hickey 1973) maar dit lei tot subjektiwiteit. Afgesien van die oneindige aantal tussenvorme wat mag voorkom, bestaan daar ook verskillende kombinasies van vorms. 'n Strydvraag waarom nou nog geredeneer word, is byvoorbeeld of die kategorie vir ovaal vorms slegs dié met ronde punte insluit en of die skerppuntiges ook hierby ingesluit mag word. By vorms wat baie naverwant aan mekaar is, word verder probleme ondervind deurdat die vorms noodwendig soms in 'n enkele kategorie geplaas moet word, hoewel hulle volgens UPOV-standaarde vir minimumverskille tog betekenisvol mag verskil. Ook is die bepaling van minimumverskille baie moeilik, behalwe in gevalle van eendimensionele variasie soos byvoorbeeld slegs 'n verandering in lengte/breedteverhouding of 'n verskuiwing van die breedste posisie. 'n Mens kan byvoorbeeld nie volgens die sisteem sê hoe ver 'n reghoek van 'n ovaalvorm verskil nie, omdat die verandering van die een na die ander gelyktydig in verskillende rigtings plaasvind.

Ten spyte van die tekortkominge van die vormkaart was dit tog 'n internasionale stap in die rigting van kwantifisering van vormkenmerke, al was die kwantifisering dan beperk tot lengte/breedteverhoudings.

### **3. KWANTIFISERING VAN VORMKENMERKE**

#### **3.1 Die behoefte aan kwantifisering**

Die essensie van 'n kwantitatiewe benadering van vormkenmerke lê in die erkenning van kontinuïteit in die verandering van een vorm na 'n ander. Daar word dus voorsiening gemaak vir enige tussenvorm. Betekenisvolle minimumverskille kan gevolglik statisties bereken word en is nie afhanklik van arbitrêre klasse nie.

Verskeie outeurs, soos byvoorbeeld Heslop Harrison (1952), Sokal & Sneath (1963), Waterman (in Waterman & Morowitz 1965), Dolph (1975; 1976) en Hill (1980), het hulle deur die jare uitgespreek oor 'n behoefte aan kwantitatiewe hantering van die tradisionele morfologiese kenmerke. Sokal & Sneath (1963) het sover gegaan om te sê dat kwantifisering 'n stap is wat noodwendig mettertyd by enige wetenskaplike oefening bykom en dat dit die aangewese benadering vir bereiking van objektiwiteit en herhaalbaarheid is.

### 3.2 Struikelblokke in die weg van kwantifisering

Kwantifisering van vormkenmerke het nie in dieselfde mate onder bioloë posgevat as wat die behoefte daaraan toegeneem het nie. Hierdie ongewenste situasie kan aan die hand van 'n paar voorbeelde geïllustreer word.

Soos onder 1 genoem, is dit vandag nog gebruiklik om die vorms van plantdele op grond van visuele skatting in beskrywende terme te onderskei, selfs wanneer naverwante vorms op cultivarvlak vergelyk word (Travis & Draper 1985; Keefe & Draper 1988; Draper & Keefe 1989; UPOV-riglyne en IBPGR "Descriptors"). Vroeër het onder andere Melville (1951) en Blackith (in Waterman & Morowitz 1965) gemeld dat taksonome huiwerig is om wiskundige metodes toe te pas. Sokal & Sneath (1963) het gepraat van die massa materiaal wat bioloë versamel het, sonder enige verbetering van hulle vermoë om dit te verteer. Taksonome is daarvan beskuldig dat hulle nie presies sê wat hulle wil meet nie (Sneath 1976) en dat min outeurs noukeurige definisies vir vorms gee (Felsentein 1983).

Oxnard (1978) het waarskynlik die beste opsomming vir die toedrag van sake gegee. Volgens hom het Karl Pearson aan die begin van die eeu voorspel dat kwantitatiewe hantering van biologiese vorms binne 20 jaar 'n deel van die bioloog se toerusting sou wees. Morfometriese metodes sou dan nie meer nodig hê om hulself teenoor 'n nie-wiskundige wêreld te regverdig nie. Ongeveer 70 jaar later was die tyd egter nog steeds nie ryp om enigsins 'n oorsig te gee van die bydraes van morfometriese metodes tot biologiese denkrigtings nie.

Die situasie kan aan verskeie moontlike oorsake toegeskryf word. Baie bioloë, soos byvoorbeeld Rickett (1954), het eenvoudig geglo dat vormkenmerke inherent onkwantifiseerbaar is. Sokal & Sneath (1963) het hiervan melding gemaak en in antwoord daarop 'n onomwonde verklaring afgelê dat wetenskaplike prosesse nie deeglik geformuleer of verstaan kan word voordat hulle gekwantifiseer is nie. Ook andere, in hul eie aanbiedinge van moontlike kwantitatiewe oplossings vir die probleem, het hulle uitgespreek oor die kompleksiteit van vormhantering (Medawar 1947; Davis & Heywood 1967), asook die feit dat sekere vormkenmerke presiese definiëring ontwyk en nie analities bestudeer of kwantitatief uitgedruk kan word nie (Meltzer, Searle & Brown, 1967).

'n Verdere probleem was volgens Oxnard (1978) dat baie van die morfometriese ondersoeke wat gedoen is, weinig meer verrig het as om die probleme uit te wys wat met die toepassing

van voorgestelde metodes ondervind is. Daar is meesal slegs geteoretiseer en min praktiese toepassings het daaruit gevloei.

Bioloë wat wel kwantitatiewe metodes aangedurf het vir hantering van vormkenmerke, het telkens voor een groot struikelblok te staan gekom, naamlik die tydrowende proses van metings wat uitgevoer moes word (Heslop Harrison 1952; Dolph 1975; Keefe & Draper 1988 en vele ander). Hierdie probleem het verhoed dat 'n groot aantal verskillende metings gedoen kon word of dat groot populasies in die ondersoeke ingesluit kon word. 'n Deurbraak is moontlik gemaak met die elektroniese revolusie, toe rekenaarfasiliteite die moeisame taak van meting kon oorneem (Dolph 1975; Keefe & Draper 1988).

Volgens Sokal & Sneath (1963) het baie bioloë gevrees dat die rekenaar uiteindelik heeltemal die rol van die deskundige sal oorneem. Hierdie saak word nog steeds onder UPOV-geledere gedebatteer.

### 3.3 Pogings tot kwantifisering

#### 3.3.1 Die bydrae van Thompson

Thompson se werk *On Growth and Form* (1917, volgens Bonner 1966) word algemeen beskou as die beginpunt vir die moderne wiskundige benadering van biologiese vorms. Thompson het sy metode van kartesiese transformasies bekendgestel waardeur 'n eweredige reghoekige roosterpatroon op die beeld van een organisme geprojekteer, deur 'n proses van wiskundige transformasie die gedeformeerde roosterpatroon van 'n verwante vorm kan oplewer. Die roosterpatroon op 'n figuur van 'n aapskedel is byvoorbeeld na dié van 'n mens getransformeer deur strekking en uitbulting in die breinkasgedeelte en krimpings in die kakebeengedeelte (Gould 1966; Sprent 1972). Die fynheid van die roosterpatroon is afhanklik van die aantal homoloë punte wat geïdentifiseer kan word. In enkele gevalle, soos byvoorbeeld by *Begonia*-blare, is van 'n sirkelvormige roosterpatroon gebruik gemaak.

Thompson se gedagterigting is sterk beïnvloed deur dié van Pythagoras, wat vyf eeue v.C. reeds vorms kwantitatief benader het (Blackith in Waterman & Morowitz 1965), asook Aristoteles, wat naverwante biologiese vorms bloot as 'n saak van onderlinge oorfloed en gebrek gesien het. Ook Descartes, wat die metode van koördinate uitgedink het (Thompson 1917, volgens Bonner 1966), het 'n invloed gehad en Thompson het genoem dat kunstenaars soos Albrecht Dürer reeds 'n paar eeue gelede die prinsiep van koördinate in hulle studie van die menslike vorm toegepas het.



Thompson is wyd en syd geloof vir sy merkwaardige, helder uiteengesette insigte maar dit is ironies dat hierdie wiskundige benadering juis geblyk het dat dit analities onbruikbaar sou wees (Medawar 1947). In die woorde van Bookstein (1978) het Thompson se metode ses dekades na publikasie nog steeds, behalwe in uitsonderlike gevalle, enige kwantifisering weerstaan. Dit bly 'n uitlokkende uitdaging, oneindig suggetief en stimulerend, maar moeiliker as wat oorspronklik gedink is. Hoewel grootliks onbruikbaar, is die metode nogtans 'n bydrae van die hoogste gehalte tot wetenskaplike vooruitgang (Bookstein 1978).

Thompson se metode het tog in een opsig resultate ten opsigte van praktiese toepassing opgelewer, deur te lei na die eenvoudiger metode van allometriese ondersoek wat in algemene gebruik gekom het (Richards & Kavanagh 1943; Bonner 1966; Felsenstein 1983). Allometrie is 'n gespesialiseerde vertakking wat kortliks as die studie van die verhouding tussen vorm en grootte gedefinieer kan word (Gould 1966; Mosimann 1970; Sprent 1972).

### **3.3.2 . Bepaling van verhoudings tussen 'n beperkte aantal gekose veranderlikes**

'n Eenvoudige benadering om 'n mate van kwantitatiewe betekenis aan vorms te gee, is die meting van sekere gekose afstande en bepaling van spesifieke verhoudings. Die eenvoudigste toepassing hiervan is te vinde in die lengte/breedteverhoudings van die gestandaardiseerde vormkaart, soos onder 2 genoem. Aan die ander kant is dit ook moontlik om 'n meer komplekse stel metings uit te voer, soos byvoorbeeld te sien is in die intensiewe werkstuk van West & Noble (1984).

Die grootste beperkende faktor was nog altyd die tyd en moeite wat dit geverg het om die metings te doen. In hierdie verband het die ontwikkeling van rekenaars dit moontlik gemaak dat tyd nie meer 'n probleem hoef te wees nie. Persone soos Oxnard (1978), Dale, Groves, Hull & O'Callaghan (1971) en Dolph (1975) het reeds in die sewentigerjare van die ontwikkelende rekenartegnologie gebruik gemaak en West & Noble (1984), byvoorbeeld, kon reeds die voordele van 'n versyferaar benut. 'n Vername deurbraak is gemaak met die koms van outomatiese masjienvisie waardeur die tydfaktor nou so te sê heeltemal uitgeskakel kan word.

'n Beperking van hierdie benadering vir hantering van vorms is dat daar nie voorsiening gemaak word vir enige afwykings wat tussen die waargenome posisies mag voorkom nie, tensy daar vir elke afwyking nog 'n stel metings bygevoeg kan word. As byvoorbeeld slegs

die lengte/breedteverhouding en die breedste posisie bepaal word, dan weet 'n mens nog nie wat op ander plekke op die omtrek van 'n betrokke figuur plaasvind nie.

### 3.3.3 Bepaling van 'n vormfaktor

In 'n poging om 'n beter geheelbeeld van 'n vorm te kry, het outeurs dikwels vir die eenvoudiger vorms 'n sogenaamde vormfaktor uitgewerk, ook soms 'n dunheidsfaktor, rondheidsfaktor of vormindeks genoem (Anderson & Whitaker 1934; Hill 1980; West & Noble 1984; Travis & Draper 1985; Keefe & Draper 1988; Draper & Keefe 1989).

Met betrekking tot hierdie studieprojek kan Hill (1980) spesiaal vermeld word vir die blaarvormindeks wat hy uitgewerk het, aangesien hy van 'n sirkelvormige roosterpatroon gebruik gemaak het. Die roosterpatroon is op elke blaar geplaas, met die middelpunt op die hoofaar, in lyn met die breedste posisie van die blaar. Vir spesifieke gelyke hoekintervalle is die loodregte afstand vanaf die hoofaar na die buitelyn van die blaar gemeet. Die gemiddeld van hierdie afstande, uitgedruk as 'n persentasie van maksimumbreedte, is as die blaarvormindeks geneem.

Die feit dat Hill die middel van die breedste posisie op die blaar as middelpunt geneem het, mag nadelig wees in die opsig dat blare dikwels oor 'n lang afstand ewe breed is en hierdie punt dus nie altyd met volle sekerheid vasgepen kan word nie. In sy geval het Hill egter nie 'n ander keuse gehad nie, aangesien hy met fossielblare gewerk het waarvan die punt en basis dikwels afwesig was. In elk geval is die blaarbasis by sommige plantsoorte ook nie 'n duidelik herkenbare punt nie en vir studies waar die volledige blaar altyd beskikbaar is, sou die sentroïde dan as meer geskikte middelpunt kon dien.

Die benaming dunheidsfaktor of rondheidsfaktor sal na mening verkieslik wees bo vormfaktor, aangesien dit niks meer sê as hoeveel persent van 'n sekere spasie deur die vorm gevul word nie. Dit is nogtans 'n nuttige addisionele kenmerk.

### 3.3.4 Die werk van Melville

Melville het reeds in 1937 die beperkinge van selfs 'n gestandaardiseerde terminologie vir vormkenmerke ingesien. Hy het toé al opgemerk dat dit nie voorsiening maak vir die oneindige variasie in intermediêre vorms wat voorkom nie en het 'n suiwer kwantitatiewe metode as oplossing aangebied.

Melville se metode vir vergelyking van blaarvorms stem baie ooreen met die metode van hierdie studieprojek. Hy het meesal van reghoekige koördinate gebruik gemaak en dan die blaarbreedte op verskillende persentasies van die genormaliseerde blaarlengte gemeet (Melville 1937; 1951; 1960). In spesifieke gevalle, waar handvormige blare vergelyk is, het hy polêre koördinate gebruik en die straallengtes gemeet, soos wat in hierdie studieprojek gedoen is. Hy het egter die middelpunt van die sirkel op die steelaanhegtingspunt van die lamina geplaas.

Davis & Heywood (1967) gee krediet aan Melville deur te sê dat sy metode 'n akkurate vergelyking van eenvoudige blaarvorms bied en dat fyner besonderhede vergelyk kan word bloot deur die aantal metings te vermeerder. Melville se metode het egter weinig trefkrag gehad, waarskynlik vanweë die tydrowende proses om die groot aantal metings uit te voer. Slegs enkele verwysings na die metode kon opgespoor word en selfs Hill (1980), wat vir bepaling van sy blaarvormindeks op soortgelyke wyse te werk gegaan het (sien 3.3.3), was blykbaar onbewus van hierdie vroeëre bydrae.

### **3.2.5 Die bydrae van masjienvisie**

Rekenaarstelsels ontwikkel steeds teen 'n geweldige tempo en word al goedkoper. Dit het gevolglik nou lonend geword vir instansies wat byvoorbeeld cultivartoetse of saadsuiwerheidstoetse uitvoer, om masjienvisietoestelle vir outomatiese vormonderskeiding aan te skaf. Hierdie werk word tans nog op grond van visuele skatting, of eenvoudige metings met die hand, gedoen en bevat dus nog 'n groot element van subjektiwiteit (Draper & Travis 1984; Travis & Draper 1985; Keefe & Draper 1986; UPOV 1988; Draper & Keefe 1989; UPOV 1989).

Die moontlikhede van masjienvisie word reeds die afgelope ses jaar met sukses deur 'n span werkers by die Amptelike Saadtoetsstasie op Cambridge, Engeland, op verskillende plantorgane beproef. Die werk is gedoen op verskillende toetsfigure (Draper & Travis 1984), op sade van 'n aantal graan- en onkruidsoorte (Travis & Draper 1985), op geelwortelembrio's (Keefe & Draper 1986), op verskeie graansade, krisantblare en geelwortelembrio's (Keefe & Draper 1988) en op koringsade en uiebolle (Draper & Keefe 1989). As 'n resultaat van hierdie werk is 'n voorstel aan UPOV gerig dat die konvensionele kwalitatiewe vormkenmerke vir uiebolle deur beeldanalismetodes vervang word (UPOV 1989).

Masjienvisie is ook op 'n internasionale werksessie georganiseer deur UPOV, vir uitkenning van angelierecultivars oorweeg. Die werkgroep het vervolgens 'n volledig geïntegreerde, outomatiese masjienvisiesisteen voorgestel om die huidige onbevredigende, grootliks subjektiewe riglyne te vervang (UPOV 1988).

Die aanvaarding van masjienvisie deur die betrokke owerhede sal die tergende probleem van onderskeiding van biologiese vorms vir goed op 'n stewige kwantitatiewe basis kan vestig.

### **3.2.6 Die gebruik van Fourier-reekse**

Huidiglik word Fourier-reekse dikwels gebruik vir hantering van vormkenmerke vanweë die toepaslikheid van die benadering op sikliese funksies. Biologiese vorms soos die buitelyne van vrugte en blare is wesenlik geslote figure wat na sikliese funksies getransformeer kan word en waarop die Fourier-benadering dus direk toegepas kan word.

'n Meer omvattende beskrywing hiervan word in Hoofstuk 6 en Bylae 6 gegee.

## BYLAE 6

### FOURIER-UITBREIDING VAN 'N EENVOUDIGE PERIODIESE FUNKSIE

Enige periodiese funksie  $\phi(\theta)$  oor die interval  $[-\pi, \pi]$  kan voorgestel word deur die Fourier-reeks

$$\phi(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\theta + b_n \sin n\theta) \quad (1)$$

waar die koëffisiënte gegee word deur

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \phi(\theta) \cos n\theta d\theta, \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (2)$$

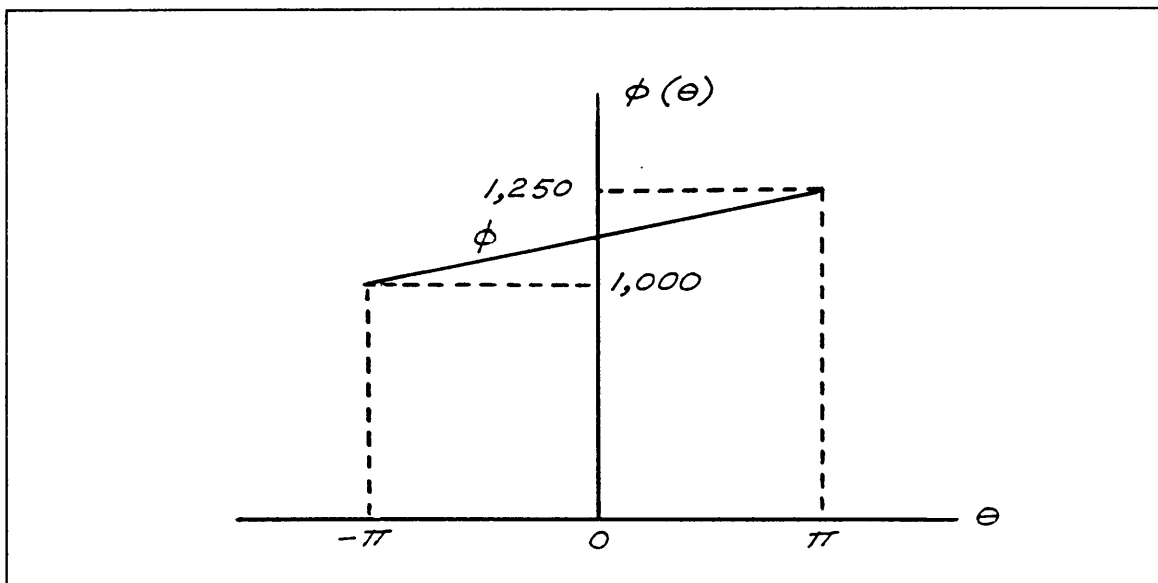
$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \phi(\theta) \sin n\theta d\theta, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (3)$$

Ons werk hier met die eenvoudige en gerieflike interval  $[-\pi, \pi]$  want in die praktyk kan ons enige interval  $x \in [-L, L]$  transformeer na  $\theta \in [-\pi, \pi]$  deur die transformasie  $\theta = \frac{x\pi}{L}$ .

Meer algemeen, selfs al is die funksie nie streng periodies nie, dit is  $\phi(-\pi) \neq \phi(\pi)$ , maar kontinuu binne die interval dan kan  $\phi$  steeds deur die Fourier-reeks (1) oor die interval  $[-\pi, \pi]$  voorgestel word.

Die oogmerk hier is om slegs 'n eenvoudige demonstrasie te gee van hoe die Fourier-reeks in die praktyk bereken word.

Beskou die eenvoudige funksie  $\phi$  soos voorgestel in Figuur 1.



FIGUUR 1

Die vergelyking van die reguitlyn funksie hierbo word gegee deur:

$$\phi(\theta) = m\theta + c \quad (4)$$

$$\text{waar } m = \frac{\phi(\theta_2) - \phi(\theta_1)}{\theta_2 - \theta_1} = \frac{1,250 - 1,000}{\pi - (-\pi)} = \frac{0,25}{2\pi} = 0,040$$

$$\text{en } c = 1,125$$

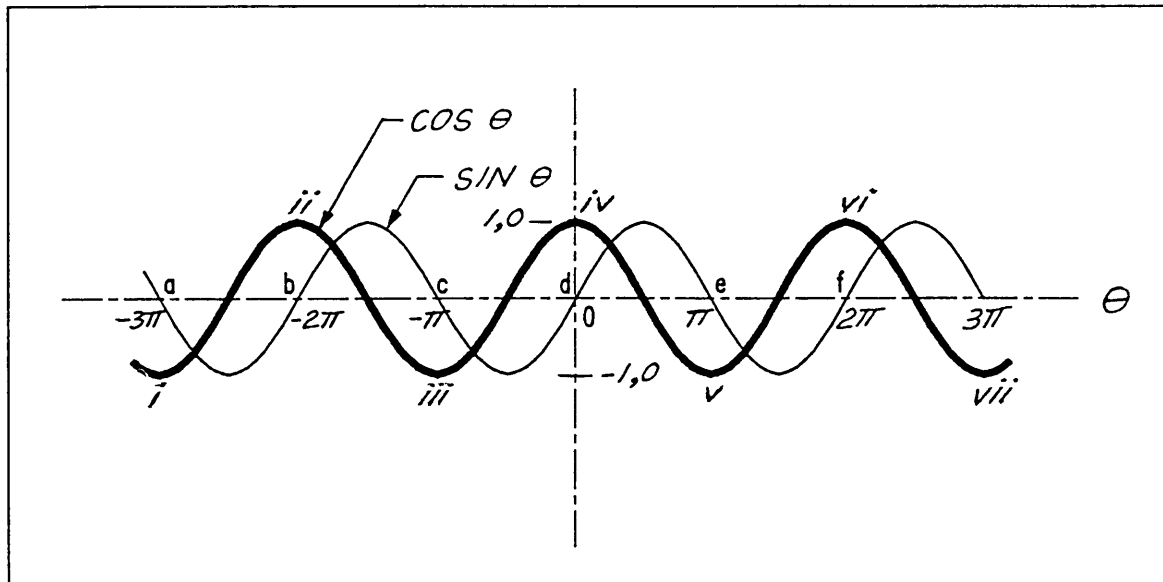
$$\therefore \phi(\theta) = 0,040 \theta + 1,125$$

Om hierdie funksie deur middel van 'n Fourier-reeks voor te stel, moet die Fourier-koëffisiënte  $a_n$  en  $b_n$  eers volgens (1) en (2) bereken word.

Deur die funksie  $\phi(\theta)$  voorgestel deur (4) in (2) en (3) te vervang kan die Fourier-koëffisiënte bepaal word.

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} (0,040 \cdot \theta + 1,125) \cdot \cos n\theta d\theta \\ &= \frac{1}{\pi} \left[ \int_{-\pi}^{\pi} 0,040 \cdot \theta \cdot \cos n\theta d\theta + \int_{-\pi}^{\pi} 1,125 \cdot \cos n\theta d\theta \right] \\ &= \frac{0,040}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \theta \cdot \cos n\theta d\theta + \frac{1,125}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \cos n\theta d\theta \\ &= \frac{0,040}{\pi} \left( \frac{1}{n^2} \cdot \cos n\theta + \frac{1}{n} \cdot \theta \cdot \sin n\theta \right) \Big|_{-\pi}^{\pi} + \frac{1,125}{\pi} \left( \frac{1}{n} \cdot \sin n\theta \right) \Big|_{-\pi}^{\pi} \\ &= \frac{0,040}{\pi} \left[ \frac{1}{n^2} \cdot \cos n\pi + \frac{1}{n} \cdot \pi \cdot \sin n\pi - \frac{1}{n^2} \cdot \cos (-n\pi) - \frac{1}{n} \cdot (-\pi) \cdot \sin (-n\pi) \right] \\ &\quad + \frac{1,125}{\pi} \left[ \frac{1}{n} \cdot \sin n\pi - \frac{1}{n} \cdot \sin (-n\pi) \right] \end{aligned}$$

Beskou die funksies  $\sin \theta$  en  $\cos \theta$  van naderby:



FIGUUR 2

Die punte a, b, c, d, e en f dui aan dat vir alle heeltallige waardes van n, sal

$$\sin n\pi = 0 = \sin(-n\pi)$$

Die punte i, ii, iii, iv, v, ensovoorts dui aan dat vir alle heeltallige waardes van n, sal

$$\cos n\pi = \cos(-n\pi)$$

$$\begin{aligned}
 \therefore a_n &= \frac{0,040}{\pi} \left[ \frac{1}{n^2} \cdot \cos n\pi + \frac{1}{n} \cdot \pi \cdot 0 - \frac{1}{n^2} \cdot \cos n\pi - \frac{1}{n} \cdot (-\pi) \cdot 0 \right] \\
 &\quad + \frac{1,125}{\pi} \left( \frac{1}{n} \cdot 0 - \frac{1}{n} \cdot 0 \right) \\
 &= \frac{0,040}{\pi} \left( \frac{1}{n^2} \cdot \cos n\pi - \frac{1}{n^2} \cos n\pi \right) \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

By  $n = 0$  word  $a_n$  weer geïntegreer om die waarde van  $a$  te vind:

$$a_n = \frac{0,040}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \theta \cdot \cos n\theta d\theta + \frac{1,125}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \cos n\theta d\theta$$

$$\therefore a_0 = \frac{0,040}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \theta \cdot \cos 0 d\theta + \frac{1,125}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \cos 0 d\theta$$

en  $\cos 0 = 1$  uit Figuur 2.

$$\begin{aligned} \therefore a_0 &= \frac{0,040}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \theta d\theta + \frac{1,125}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} d\theta \\ &= \frac{0,040}{\pi} \left[ \frac{\theta^2}{2} \right] \Big|_{-\pi}^{\pi} + \frac{1,125}{\pi} [\theta] \Big|_{-\pi}^{\pi} \\ &= \frac{0,040}{\pi} \left[ \frac{\pi^2}{2} - \frac{(-\pi)^2}{2} \right] + \frac{1,125}{\pi} (\pi - (-\pi)) \\ &= \frac{0,040}{\pi} \left[ \frac{\pi^2}{2} - \frac{\pi^2}{2} \right] + \frac{1,125}{\pi} (\pi + \pi) \\ &= \frac{1,125}{\pi} (2\pi) \\ &= 2,25 \end{aligned}$$

Verder is

$$\begin{aligned} b_n &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} (0,040\theta + 1,125) \sin n\theta d\theta \\ &= \frac{0,040}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \theta \cdot \sin n\theta d\theta + \frac{1,125}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \sin n\theta d\theta \\ &= \frac{0,040}{\pi} \left[ \frac{1}{n^2} \cdot \sin n\theta - \frac{1}{n} \cdot \theta \cdot \cos n\theta \right] \Big|_{-\pi}^{\pi} \\ &\quad + \frac{1,125}{\pi} \left( -\frac{1}{n} \cdot \cos n\theta \right) \Big|_{-\pi}^{\pi} \\ &= \frac{0,040}{\pi} \left[ \frac{1}{n^2} \cdot \sin n\pi - \frac{1}{n} \cdot \pi \cdot \cos n\pi - \frac{1}{n} \cdot \sin (-n\pi) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{n} \cdot (-\pi) \cdot \cos (-n\pi) \right] + \frac{1,125}{\pi} \left[ -\frac{1}{n} \cdot \cos n\pi + \frac{1}{n} \cdot \cos (-n\pi) \right] \end{aligned}$$

Uit figuur 2 volg dat:

$$\sin n\pi = \sin (-n\pi) = 0 \quad \text{en}$$

$$\cos n\pi = \cos (-n\pi)$$



$$\begin{aligned}
 \therefore b_n &= \frac{0,040}{\pi} \left( \frac{1}{2} \cdot 0 - \frac{\pi}{n} \cdot \cos n\pi - \frac{1}{n} \cdot 0 - \frac{\pi}{n} \cdot \cos n\pi \right) \\
 &\quad + \frac{1,125}{\pi} \left( -\frac{1}{n} \cdot \cos n\pi + \frac{1}{n} \cdot \cos n\pi \right) \\
 &= \frac{0,040}{\pi} \left( -\frac{2\pi}{n} \cdot \cos n\pi \right) \\
 \therefore b_n &= -\frac{0,080}{n} \cdot \cos n\pi
 \end{aligned}$$

Die Fourier-koëffisiënte is dus soos volg:

$$a_n = 0$$

$$a_0 = 2,25$$

$$b_n = -\frac{0,080}{n} \cdot \cos n\pi$$

Die voorstelling van die funksie  $\phi$  as 'n Fourier-reeks is dan soos volg:

$$\begin{aligned}
 \phi(\theta) &\approx \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cdot \cos n\theta + b_n \cdot \sin n\theta) \\
 &\approx \frac{2,25}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left( 0 - \frac{0,080}{n} \cdot \cos n\pi \cdot \sin n\theta \right) \\
 &\approx 1,125 - \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{0,080 \cdot \cos n\pi}{n} \cdot \sin n\theta \right)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{en } \phi(\theta) &\approx 1,125 - \frac{0,080 \cdot \cos \pi}{1} \cdot \sin \theta \\
 &\quad - \frac{0,080 \cdot \cos 2\pi}{2} \cdot \sin 2\theta \\
 &\quad - \frac{0,080 \cdot \cos 3\pi}{3} \cdot \sin 3\theta \\
 &\quad - \frac{0,080 \cdot \cos 4\pi}{4} \cdot \sin 4\theta \\
 &\quad - \frac{0,080 \cdot \cos 5\pi}{5} \cdot \sin 5\theta \\
 &\quad - \frac{0,080 \cdot \cos 6\pi}{6} \cdot \sin 6\theta \\
 &\quad - \dots
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \approx & 1,125 - \frac{0,080 (-1)}{1} \cdot \sin \theta - \frac{0,080 (1)}{2} \cdot \sin 2\theta \\ & - \frac{0,080 (-1)}{3} \cdot \sin 3\theta - \frac{0,080 (1)}{4} \cdot \sin 4\theta \\ & - \frac{0,080 (-1)}{5} \cdot \sin 5\theta - \frac{0,080 (1)}{6} \cdot \sin 6\theta \dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \phi(\theta) \approx & 1,125 + 0,080 \sin \theta - 0,040 \sin 2\theta \\ & + 0,027 \sin 3\theta - 0,020 \sin 4\theta \\ & + 0,016 \sin 5\theta - 0,013 \sin 6\theta \\ & + 0,011 \sin 7\theta - 0,010 \sin 8\theta \\ & + 0,009 \sin 9\theta - 0,008 \sin 10\theta + \dots \end{aligned}$$

Toets die akkuraatheid van die Fourier-reeks aan die hand van 'n voorbeeld.

Beskou die punt  $\theta = + 0.5\pi$

$$\text{Omdat } \phi(\theta) = 0,040 \cdot \theta + 1,125$$

$$\text{is } \phi(0,5\pi) = 0,040(0,5\pi) + 1,125$$

$$\therefore \phi(0,5\pi) = 1,188$$

Uit die Fourier-reeks volg:

$$\begin{aligned} \phi(\theta) \approx & 1,125 + 0,080 \sin(0,5\pi) - 0,040 \sin \pi \\ & + 0,027 \sin(1,5\pi) - 0,020 \sin 2\pi \\ & + 0,016 \sin(2,5\pi) - 0,013 \sin 3\pi \\ & + 0,011 \sin(3,5\pi) - 0,010 \sin 4\pi \\ & + 0,009 \sin(4,5\pi) - 0,008 \sin 5\pi + \dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \approx & 1,125 + 0,080 (1) - 0,040 (0) \\ & + 0,027 (-1) - 0,020 (0) \\ & + 0,016 (1) - 0,013 (0) \\ & + 0,011 (-1) - 0,011 (0) \\ & + 0,009 (1) - 0,008 (0) + \dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \phi(\theta) \approx & 1,125 + 0,080 - 0,027 + 0,016 - 0,011 + 0,009 - \dots \\ \approx & 1,192 \end{aligned}$$

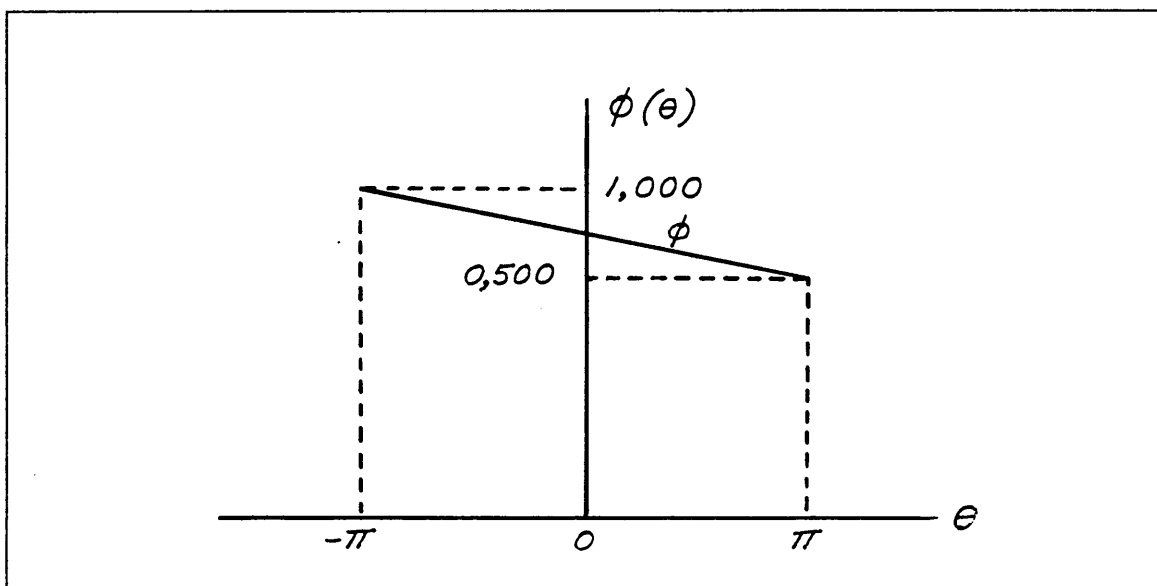
$$\begin{aligned}
 \text{Fout} &= \left| \frac{\text{werklike waarde} - \text{berekende waarde}}{\text{werklike waarde}} \right| \\
 &= \left| \frac{1,188 - 1,192}{1,188} \right| \\
 &= 0,003
 \end{aligned}$$

$$\therefore \% \text{ Fout} = 0,003 \cdot 100\% = 0,3\%$$

**Bespreking:**

Nadat die eerste tien (10) terme in die Fourier-reeks geneem is, laat dit nog 'n fout van 0,3%. Dit beteken dat die Fourier-reeks die oorspronklike funksie redelik stadig benader en dat nog meer terme gebruik sal moet word indien 'n akkurater voorstelling van die gegewe funksie deur middel van 'n Fourier-reeks verlang word.

Ter wille van 'n vergelykende oefening word bogenoemde prosedure herhaal vir 'n ander vergelyking van dieselfde eenvoudige aard, naamlik  $\phi$  in figuur 3.



FIGUUR 3

Die algemene vorm van die vergelyking is:

$$\phi(\theta) = m\theta + c$$

$$\text{met } m = \frac{\phi(\theta_2) - \phi(\theta_1)}{\theta_2 - \theta_1} = \frac{0,500 - 1,000}{\pi - (-\pi)} = \frac{-0,500}{2\pi} = -0,080$$

$$\text{en } c = 0,750$$

$$\therefore \phi(\theta) = -0,080\theta + 0,750$$

Net soos in die vorige voorbeeld moet die Fourier-koëffisiënte  $a_n$  en  $b_n$  gevind word deur integrasie oor die interval  $[-\pi, \pi]$ .

$$\therefore a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \phi(\theta) \cdot \cos n\theta d\theta$$

$$\text{en } b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \phi(\theta) \cdot \sin n\theta d\theta$$

$$\begin{aligned} \therefore a_n &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} (-0,080\theta + 0,750) \cdot \cos n\theta d\theta \\ &= \frac{1}{\pi} \left[ \int_{-\pi}^{\pi} (-0,080) \cdot \theta \cdot \cos n\theta d\theta + \int_{-\pi}^{\pi} 0,750 \cos n\theta d\theta \right] \\ &= \frac{1}{\pi} \left[ (-0,080) \cdot \left( \frac{1}{n^2} \cdot \cos n\theta + \frac{1}{n} \cdot \theta \cdot \sin n\theta \right) \Big|_{-\pi}^{\pi} \right. \\ &\quad \left. + 0,750 \left( \frac{1}{n} \cdot \sin n\theta \right) \Big|_{-\pi}^{\pi} \right] \\ &= \frac{1}{\pi} \left[ (-0,080) \cdot \left( \frac{1}{n^2} \cdot \cos n\pi + \frac{1}{n} \cdot \pi \cdot \sin n\pi - \frac{1}{n^2} \cdot \cos(-n\pi) \right) \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{n} \cdot (-\pi) \sin(-n\pi) + 0,750 \left( \frac{1}{n} \cdot \sin n\pi - \frac{1}{n} \cdot \sin(-n\pi) \right) \right] \end{aligned}$$

en uit figuur 2 kan afgelees word dat:

$$\cos n\pi = \cos(-n\pi)$$

$$\text{en } \sin n\pi = \sin(-n\pi) = 0$$

$$\therefore a_n = -\frac{0,080}{\pi} \left[ \frac{\cos n\pi}{n^2} - \frac{\cos n\pi}{n^2} + \frac{\pi}{n} \cdot 0 + \frac{\pi}{n} \cdot 0 \right]$$

$$+ \frac{0,750}{\pi} \left( \frac{1}{n} \cdot 0 - \frac{1}{n} \cdot 0 \right)$$

$$\therefore a_n = 0$$

$$\begin{aligned} \text{en } a_0 &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} (-0,080 \cdot \theta + 0,750) \cdot \cos n\theta d\theta \\ &= -\frac{0,080}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \theta \cdot \cos 0 d\theta + \frac{0,750}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \cos 0 d\theta \end{aligned}$$

$$\text{en } \cos 0 = 1$$

$$\therefore a_0 = -\frac{0,080}{\pi} \left[ \frac{\theta^2}{2} \right] \Big|_{-\pi}^{\pi} + \frac{0,750}{\pi} (\theta) \Big|_{-\pi}^{\pi}$$

$$= 1,500$$

$$\begin{aligned} \text{en } b_n &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} (-0,080 \theta + 0,750) \cdot \sin n\theta d\theta \\ &= -\frac{0,080}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \theta \cdot \sin n\theta d\theta + \frac{0,750}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \sin n\theta d\theta \\ &= -\frac{0,080}{\pi} \left( \frac{1}{n^2} \cdot \sin n\theta - \frac{1}{n} \cdot \theta \cdot \cos n\theta \right) \Big|_{-\pi}^{\pi} \\ &\quad + \frac{0,750}{\pi} \left( -\frac{1}{n} \cdot \cos n\theta \right) \Big|_{-\pi}^{\pi} \\ &= -\frac{0,080}{\pi} \left[ \frac{1}{n^2} \cdot \sin n\pi - \frac{\pi}{n} \cdot \cos n\pi - \frac{1}{n^2} \cdot \sin (-n\pi) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{n} \cdot (-\pi) \cdot \cos (-n\pi) \right] \\ &\quad + \frac{0,750}{\pi} \left[ -\frac{1}{n} \cdot \cos n\pi + \frac{1}{n} \cdot \cos (-n\pi) \right] \end{aligned}$$

en uit figuur 2 volg:

$$\cos n\pi = \cos (-n\pi) \text{ en } \sin n\pi = \sin (-n\pi) = 0$$

$$\begin{aligned} \therefore b_n &= -\frac{0,080}{\pi} \left( 0 - \frac{\pi}{n} \cdot \cos n\pi - 0 - \frac{\pi}{n} \cdot \cos n\pi \right) \\ &\quad + \frac{0,750}{\pi} \left( -\frac{1}{n} \cdot \cos n\pi + \frac{1}{n} \cdot \cos n\pi \right) \end{aligned}$$

$$\therefore b_n = \frac{0,160}{n} \cdot \cos n\pi$$

Fourier-koëffisiënte is dus:

$$a_n = 0 \text{ en } a_0 = 1,500 \text{ en } b_n = \frac{0,160}{n} \cdot \cos n\pi$$

Die Fourier-reeks is dan:

$$\begin{aligned} \phi(\theta) &\approx \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cdot \cos n\theta + b_n \cdot \sin n\theta) \\ &\approx 0,750 + \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{0,160}{n} \cdot \cos n\pi \cdot \sin n\theta \right) \\ &\approx 0,750 + 0,160 \cos \pi \cdot \sin \theta + \frac{0,160}{2} \cos 2\pi \cdot \sin 2\theta \\ &\quad + \frac{0,160}{3} \cos 3\pi \cdot \sin 3\theta + \frac{0,160}{4} \cos 4\pi \sin 4\theta \\ &\quad + \dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \phi(\theta) &\approx 0,750 + 0,160 (-1) \sin \theta + 0,080 (1) \sin 2\theta \\ &\quad + 0,053 (-1) \sin 3\theta + 0,040 (1) \sin 4\theta \\ &\quad + 0,032 (-1) \sin 5\theta + 0,027 (1) \sin 6\theta \\ &\quad + \dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \phi(\theta) &\approx 0,750 - 0,160 \sin \theta + 0,080 \sin 2\theta \\ &\quad - 0,053 \sin 3\theta + 0,040 \sin 4\theta \\ &\quad - 0,032 \sin 5\theta + 0,027 \sin 6\theta \\ &\quad - 0,023 \sin 7\theta + 0,020 \sin 8\theta \\ &\quad - 0,018 \sin 9\theta + 0,016 \sin 10\theta \\ &\quad - \dots \end{aligned}$$

Toets vir akkuraatheid:

$$\text{Beskou punt } \theta = -0,5\pi$$

$$\text{Omdat } \phi(\theta) = -0,080 \theta + 0,750$$

$$\begin{aligned} \text{is } \phi(-0,5\pi) &= -0,080(-0,5\pi) + 0,750 \\ &= 0,876 \end{aligned}$$

Uit die Fourier-reeks volg:

$$\begin{aligned} \phi(\theta) &\approx 0,750 - 0,160 \sin(-0,5\pi) + 0,080 \sin(-\pi) \\ &\quad - 0,053 \sin(-1,5\pi) + 0,040 \sin(-2\pi) \\ &\quad - 0,032 \sin(-2,5\pi) + 0,027 \sin(-3\pi) \\ &\quad - 0,023 \sin(-3,5\pi) + 0,020 \sin(-4\pi) \\ &\quad - 0,018 \sin(-4,5\pi) + 0,016 \sin(-5\pi) - \dots \\ &\approx 0,750 - 0,160(-1) + 0,080 \cdot 0 \\ &\quad - 0,053(1) + 0,040 \cdot 0 \\ &\quad - 0,032(-1) + 0,027 \cdot 0 \\ &\quad - 0,023(1) + 0,020 \cdot 0 \\ &\quad - 0,018(-1) + 0,016 \cdot 0 - \dots \\ &\approx 0,750 + 0,160 - 0,053 + 0,032 - 0,023 + 0,018 \dots \\ &\approx 0,884 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Fout} &= \left| \frac{\text{werklike waarde} - \text{berekende waarde}}{\text{werklike waarde}} \right| \\ &= \left| \frac{0,876 - 0,884}{0,876} \right| = 0,009 \end{aligned}$$

$$\therefore \% \text{ Fout} = 0,009 \cdot 100\% = 0,9\%$$

### Bespreking

Uit die voorgaande twee voorbeelde blyk die volgende:

- (a) Afhangende van die akkuraatheid van die voorstelling van 'n funksie wat verlang word, mag selfs meer as twintig (20) terme van die Fourier-reeks gebruik moet word.
- (b) Om die Fourier-reeks te bepaal, is 'n omslagtige berekening.
- (c) Die Fourier-reeks wat 'n funksie voorstel, is 'n lang uitdrukking, veral as twintig of meer terme beskou word.



## BYLAE 7

## Tukey se meervoudige vergelykingstoets

Die Kleinste Betekenisvolle Verskil (K.B.V.) word soos volg deur Tukey bepaal:

$$\text{K.B.V.} = q\alpha, k, n_2 \cdot S\bar{x} \text{ (Van Ark 1981)}$$

waar  $q\alpha, k, n_2$  = die "Studentized Range" - tabelwaarde vir die betrokke  $\alpha, k$  en  $n_2$  waardes

$\alpha$  = toetspeil vir die proef

$k$  = aantal behandelings

$n_2$  = aantal vryheidsgrade vir die fout

$S\bar{x}$  = standaardfout van die gemiddeld van die hele proef

$$\text{waarvoor } S\bar{x} = \sqrt{\frac{\sum_i (x_j - \bar{x})^2}{(N - k)}} \bigg/ \sqrt{\frac{N}{k}}$$

waar  $x_j$  = elke afsonderlike waarneming

$\bar{x}$  = gemiddelde waarde van 'n betrokke behandeling

$N$  = totale aantal waarnemings

$k$  = aantal behandelings

$\frac{N}{k}$  = aantal herhalings.

Vir die toepassing van Tukey se meervoudige vergelykingstoets is die SAS-rekenaarprogram (SAS Institute Inc. 1985) gebruik. Die berekening van alle waardes wat vir die verkryging van die K.B.V. benodig word, is as standaard in hierdie program ingebou.

Die berekening van die K.B.V. volgens Tukey se meervoudige vergelykingstoets kan aan die hand van die mangoblaardata van hierdie studieprojek geïllustreer word, met verwysing na die 10<sup>0</sup>-hoek as voorbeeld (sien Tabel wat volg).

Elke cultivar word telkens as 'n behandeling beskou en dus is  $k = 24$ . Elkeen van die 20 gemete genormaliseerde straallengtes per cultivar is 'n herhaling.

$$K.B.V. = q \alpha, k, n_2 \cdot \bar{S}_x$$

$$\text{met } \alpha = 0,01$$

$$k = 24$$

$$N_2 = 480 - 24 = 456$$

$$\text{dus is } q\alpha, k, n_2 = 5,8170$$

$$S^2_{\bar{x}} = \frac{\text{gemiddelde fout van die kwadrate} \quad \text{("mean square error - MSE")}}{\text{aantal herhalings}}$$

waar die gemiddelde fout van die kwadrate gegee word deur

$$\frac{\text{Fout Som van Vierkante (Fout S.V.)}}{\text{totale aantal waarnemings - aantal behandelings}}$$

$$\text{Dus } \bar{S}_x = \sqrt{\frac{\text{Fout S.V.}}{N - k}} \quad / \quad \sqrt{\frac{N}{k}}$$

$$\text{waar Fout S.V.} = \text{Totale S.V.} - \text{Behandelings S.V.}$$

("error sum of squares")

("corrected total sum of squares")

("model sum of squares")

(Sien Bylae 4 vir bogenoemde.)

$$\begin{aligned} \text{Dus } \bar{S}_x &= \sqrt{\frac{\text{Tot. S.V.} - \text{Beh.S.V.}}{N - k}} \quad / \quad \sqrt{\frac{N}{k}} \\ &= \sqrt{\frac{(1,11612615 - 0,41349740)}{480 - 24}} \quad / \quad \sqrt{\frac{480}{24}} \\ &= \sqrt{0,00154085} \quad / \quad \sqrt{20} \\ &= 0,03925366 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Dus K.B.V. by } 10^0 &= 5,817 \cdot 0,03925366 \\ &= 0,05105805 \end{aligned}$$

Die K.B.V.-waardes word deurgaans in die teks as persentasies aangegee (in hierdie geval dus 5,11).

TUKEY SE MEERVOUDIGE VERGELYKINGSTOETS OP MANGOBLAARDATA BY 10°

ADAMS	ANDERS	CARRIE	EGOLD	EXTREMA	FASCEL	FLOR	GOUV	HADEN	HOOD	IRWIN	KEIT	KENS	KENT	NIM	PEACH	RUBY	SABRE	SAN	SENSA	SHEIL	SMITH	TOMMY	ZILL
.696	.736	.696	.621	.686	.738	.665	.699	.664	.702	.704	.779	.720	.764	.673	.643	.702	.767	.838	.700	.718	.725	.727	.659
.743	.730	.747	.686	.703	.709	.650	.662	.765	.667	.819	.762	.716	.696	.693	.672	.753	.743	.742	.732	.723	.742	.710	.654
.705	.718	.833	.762	.726	.694	.729	.694	.696	.753	.679	.778	.759	.680	.778	.651	.750	.717	.711	.694	.730	.732	.837	.661
.652	.698	.726	.620	.759	.717	.694	.722	.615	.696	.693	.770	.714	.689	.667	.724	.726	.782	.715	.745	.723	.746	.726	.578
.712	.708	.719	.657	.717	.690	.600	.679	.680	.815	.688	.718	.711	.744	.704	.670	.704	.733	.757	.655	.704	.752	.664	.628
.684	.739	.747	.630	.771	.756	.529	.700	.659	.760	.688	.688	.715	.780	.727	.644	.698	.696	.717	.660	.639	.725	.670	.654
.642	.698	.720	.601	.808	.680	.750	.709	.719	.717	.688	.747	.694	.771	.649	.670	.695	.696	.733	.821	.670	.735	.680	.676
.578	.670	.705	.758	.731	.734	.682	.650	.680	.695	.613	.754	.716	.691	.727	.677	.652	.738	.692	.722	.633	.743	.720	.738
.582	.697	.719	.716	.689	.728	.691	.735	.662	.704	.665	.724	.716	.722	.668	.650	.667	.761	.761	.723	.662	.733	.725	.620
.665	.707	.711	.657	.748	.722	.643	.735	.667	.720	.662	.765	.700	.713	.702	.641	.726	.691	.727	.714	.750	.724	.765	.645
.730	.727	.695	.658	.722	.706	.571	.687	.685	.761	.717	.767	.670	.685	.677	.709	.750	.727	.692	.712	.801	.719	.743	.672
.593	.697	.682	.663	.682	.683	.688	.725	.720	.728	.612	.787	.718	.683	.670	.678	.751	.720	.719	.778	.663	.775	.764	.615
.636	.665	.700	.626	.700	.881	.685	.653	.636	.730	.669	.771	.696	.759	.649	.679	.636	.708	.720	.683	.721	.742	.714	.657
.662	.714	.716	.674	.655	.721	.515	.759	.652	.800	.690	.789	.709	.824	.704	.683	.734	.727	.714	.752	.709	.715	.797	.645
.625	.742	.792	.732	.724	.715	.667	.696	.688	.703	.631	.808	.720	.772	.653	.717	.674	.647	.766	.706	.700	.735	.722	.721
.638	.784	.689	.691	.711	.703	.681	.702	.652	.744	.685	.760	.635	.705	.704	.688	.651	.680	.721	.697	.688	.769	.701	.660
.650	.736	.737	.645	.667	.749	.618	.702	.674	.719	.678	.780	.745	.733	.608	.690	.670	.663	.698	.655	.639	.739	.779	.584
.677	.704	.750	.656	.736	.714	.657	.760	.689	.719	.688	.679	.723	.753	.654	.639	.711	.685	.809	.779	.694	.723	.718	.648
.659	.724	.709	.571	.665	.733	.655	.704	.801	.715	.638	.766	.712	.659	.654	.669	.661	.695	.715	.702	.691	.740	.732	.646
.630	.708	.684	.701	.713	.755	.652	.714	.636	.724	.695	.815	.716	.752	.610	.644	.706	.677	.749	.676	.671	.746	.640	.598
-----																							
.658	.715	.724	.666	.716	.726	.651	.704	.682	.729	.680	.760	.710	.729	.679	.672	.701	.713	.735	.715	.696	.738	.727	.648
13.16	14.30	14.48	13.33	14.31	14.53	13.02	14.09	13.64	14.57	13.60	15.21	14.21	14.58	13.57	13.44	14.02	14.25	14.70	14.31	13.93	14.76	14.53	12.96 337.48
8.66	10.23	10.48	8.88	10.24	10.55	8.48	9.92	9.30	10.62	9.25	11.56	10.09	10.62	9.21	9.03	9.82	10.16	10.80	10.23	9.70	10.89	10.56	8.40 237.69
																						N=	480

BEREKENINGS:

$KF = (GT)^2 / N$ , waar GT = somtotaal van alle waarnemings en N = totale aantal waarnemings.  
 = 237.272  
 $TOT\ S.V. = (Som\ kwadrate\ van\ alle\ waarnemings) - KF$   
 = 1.1161261  
 $BEH\ S.V. = (Kwadrate\ van\ behandelingstotale/aantal\ herhalings\ van\ behandelings) - KF$   
 = .4134974  
 $FOUT\ S.V. = TOT\ S.V. - BEH\ S.V.$   
 = .7026288

dus Gemiddelde Fout S.V. = FOUT S.V. / Vryheidsgrade  
 $Vg = 456$   
 $= 0.7026288 / 456$   
 $= 0.0015409$   
 $S\bar{x} = 0.03925366$   
 $Tabel\ 14 = 5.8170000$   
 $(vnr\ S\bar{x})$   
 $KBV = 0.05105805$

## Literatuurlys

- ANDERSON, E. & WHITAKER, T.W. 1934. Speciation in *Uvularia*. *J. Arnold Arbor.* 15: 28-42.
- BENNETT, J.R. & MAC DONALD, J.S. 1975. On the measurement of curvature in a quantized environment. *IEEE Trans. Comput. C-24*: 803-820.
- BLACKITH, R.E. 1965. Morphometrics. In: *Theoretical and Mathematical Biology*, eds Waterman, T.H. & Morowitz, H.J. Blaisdell Publishing Co., New York.
- BONDAD, M.D., RIVERA, F.N., AGCOPRA, D.B & AURIN, M.T. 1984. Philippine mangoes and their relationship to Southeast Asian cultivars. *Philipp. Geogr. J.* 28: 59-71.
- BONNER, J.T. (ed.) 1966. On growth and form. An abridged edition. The University Press, Cambridge.
- BOOKSTEIN, F.L. 1978. The measurement of biological shape and shape change. In: *Lecture notes in Biomathematics*, ed. Levin, S. Springer, Berlin.
- DALE, M.B., GROVES, R.H., HULL, V.J. & O'CALLAGHAN, J.F. 1971. A new method for describing leaf shape. *New Phytol.* 70: 437-442.
- DAVIS, P.H. & HEYWOOD, V.H. 1967. Principles of Angiosperm taxonomy. Oliver & Boyd, Edinburgh.
- DILCHER, D.L. 1974. Approaches to the identification of Angiosperm leaf remains. *Bot. Rev.* 40: 1-157.
- DOLPH, G.E. 1975. A statistical analysis of *Apocynophyllum mississippiensis*. *Palaeontogr. Abt. B* 151: 1-51.
- DOLPH, G.E. 1976. Taxometric partitioning of leaf collections. *Palaeontogr. Abt. B* 156: 65-86.
- DRAPER, S.R. & KEEFE, P.D. 1989. Machine vision for the characterization and identification of cultivars. *Plant Var. Seeds* 2: 53-62.
- DRAPER, S.R. & TRAVIS, A.J. 1984. Preliminary observations with a computer based system for analysis of the shape of seeds and vegetative structures. *J. natn. Inst. agric. Bot.* 16: 387-395.
- EXELL, A.W. & WILD, H. (eds) 1960. Provisional glossary of botanical terms. *Flora Zambesiaca* 1: 42-54.
- FELSENSTEIN, J. (ed.) 1983. Numerical taxonomy. *Springer, Berlin*.

- FERSON, S., ROHLF, F.J. & KOEHN, R.K. 1985. Measuring shape variation of two-dimensional outlines. *Syst. Zool.* 34: 59-68.
- GOULD, S.J. 1966. Allometry and size in ontogeny and phylogeny. *Biol. Rev.* 41: 587-640.
- HESLOP HARRISON, J. 1952. Statistical methods in plant taxonomy. *Taxon* 1: 53-59.
- HICKEY, L.J. 1973. Classification of the architecture of Dicotyledonous leaves. *Am. J. Bot.* 60: 17-33.
- HILL, R.S. 1980. A numerical taxonomic approach to the study of Angiosperm leaves. *Bot. Gaz.* 141: 213-229.
- HIRSINGER, V. 1976. Numerical strain analysis using polar coordinate transformations. *Math. Geol.* 8: 183-202.
- KEEFE, P.D. & DRAPER, S.R. 1986. The isolation of carrot embryos and their measurement by machine vision for the prediction of crop uniformity. *J. Hort. Sci.* 61: 497-502.
- KEEFE, P.D. & DRAPER, S.R. 1988. An automated machine vision system for the morphometry of new cultivars and plant genebank accessions. *Plant Var. Seeds* 1: 1-11.
- LOHMANN, G.P. 1983. Eigenshape analysis of microfossils: A general morphometric procedure for describing changes in shape. *Math. Geol.* 15: 659-672.
- MÄDLER, K. & STRAUS, A. 1971. Ein System der Blattformen mit spezieller Anwendung für die Bestimmung neogener Blattreste (Miozän und Pliozän). *Bot. Jb.* 90: 562-574.
- MÄDLER, K. 1975. Über die Möglichkeiten einer planmässigen morphologischen Analyse der dikotylen Blätter. *Cour. Forschunsinst. Senckenb.* 13: 70-118.
- MEDAWAR, P.B. 1947. Size, shape and age. In: *Essays on growth and form presented to D'Arcy Wentworth Thompson*, ed. Clark, W.E.L.G. & Medawar, P.B., 2nd edn. Clarendon Press, Oxford.
- MELTZER, B., SEARLE, N.H. & BROWN, R. 1967. Numerical specification of biological form. *Nature* 216: 32-36.
- MELLVILLE, R. 1937. The accurate definition of leaf shapes by rectangular coordinates. *Ann. Bot. N.S.* 1: 673-679.
- MELVILLE, R. 1951. A joint discussion with the Systematics Association on Biometrics and Systematics, on the application of biometrical methods in plant taxonomy. *Proc. Linn. Soc.* 162: 153-159.
- MELVILLE, R. 1960. A metrical study of leaf-shape in hybrids: I. The leaf-shape of some F<sub>1</sub> hybrids and their parents. *Kew Bull* 14: 88-102.
- MELVILLE, R. 1976. The terminology of leaf architecture. *Taxon* 25: 549-561.

- MOELLERING, H. & RAYNER, J.N. 1981. The harmonic analysis of spatial shapes using Dual Axis Fourier Shape Analysis (DAFSA). *Geogr. Anal.* 13: 64-77.
- MONTGOMERY, F.H. 1978. Seeds and fruits of plants of eastern Canada and northeastern United States. University of Toronto Press, Toronto.
- MOSIMANN, J.E. 1970. Size allometry: size and shape variables with characterizations of the lognormal and generalized gamma distributions. *Am. Stat. Assn. J.* 65: 930-945.
- MUKHERJEE, S.K. 1953. The mango - its botany, cultivation, uses and future improvement, especially as observed in India. *Econ. Bot.* 7: 130-162.
- OXNARD, C. E. 1978. One biologist's view of morphometrics. *A. Rev. Ecol. Syst.* 9: 219-241.
- PERSOON, E. & FU, K.-S. 1977. Shape discrimination using Fourier descriptors. *IEEE Trans. Syst. Man Cybern.* 7: 170-179.
- RADFORD, A.E., DICKISON, W.C., MASSEY, J.R. & BELL, C.R. 1974. Vascular plant systematics. Harper & Row Publishers, New York.
- RICHARDS, O.W. & KAVANAGH, A.J. 1943. The analysis of the relative growth gradients and changing form of growing organisms: illustrated by the tobacco leaf. *Am. Nat.* 77: 385-399.
- RICKETT, H.W. 1954. Materials for a dictionary of botanical terms - I. *Bull. Torrey bot. Club* 81: 1-15.
- ROHLF, F.J. & ARCHIE, J.W. 1984. A comparison of Fourier methods for the description of wing shape in mosquitoes (Diptera: Culicidae). *Syst. Zool.* 33: 302-317.
- SAS INSTITUTE INC. 1985. SAS user's guide: statistics, Version 5 Edition. SAS Institute Inc., Cary, North Carolina
- SINGH, L.B. 1960. The mango. Botany, cultivation and utilization. Interscience Publishers, New York.
- SNEATH, P.H.A. 1976. Phenetic taxonomy at the species level and above. *Taxon* 25: 437-450.
- SNYMAN, J.A. & BUITENDAG, E. 1989. An algorithm for the characterization and identification of profile shapes. *Proc. Int. Conf. Comp. Inf.* 2: 351-354.
- SOKAL, R.R. & SNEATH, P.H.A. 1963. Principles of numerical taxonomy. Freeman and Co., San Francisco.
- SPIEGEL, M.R. 1963. Schaum's outline of theory and problems of advanced calculus. Schaum Publishing Co., New York.
- SPRENT, P. 1972. The mathematics of size and shape. *Biometrics* 28: 23-37.
- STEARNS, W.T. 1983. Botanical Latin. 3rd revised edn. David & Charles Inc., North Pomfret.

- STURROCK, T.T. & WOLFE, H.S. 1944. A key to Florida mango varieties. *Proc. Fla. State Hort. Soc.*: 175-180.
- SYSTEMATICS ASSOCIATION COMMITTEE FOR DESCRIPTIVE BIOLOGICAL TERMINOLOGY 1960. I. Preliminary list of works relevant to descriptive biological terminology. *Taxon* 9: 245-257.
- SYSTEMATICS ASSOCIATION COMMITTEE FOR DESCRIPTIVE BIOLOGICAL TERMINOLOGY 1962. II. Terminology of simple symmetrical plane shapes (chart 1). *Taxon* 11: 145-157.
- THONNAT, M. 1985. Automatic morphological description of galaxies and classification by an expert system. *INRIA Rapports de Recherche* no. 387.
- TRAVIS, A.J. & DRAPER, S.R. 1985. A computer based system for the recognition of seed shape. *Seed Sci. Technol.* 13: 813-820.
- UPOV WORKSHOP ON CARNATIONS REPORT 1988. Subgroup meeting on the revision of the test guidelines for carnation. Meeting held at La Baronne (France) and San Remo (Italy).
- UPOV TECHNICAL WORKING PARTY FOR VEGETABLES 1989. New methods, techniques and equipment in the examination of varieties. *TWV/XXII/7*.
- VAN ARK, H. 1981. Eenvoudige biometriese tegnieke en proefontwerpe met spesiale verwysing na entomologiese navorsing. *Wet. Pamf. Dep. Landb. Vis. Republ. S. Afr.* no. 396.
- WATERMAN, T.H. 1965. The problem. In: *Theoretical and Mathematical Biology*, eds Waterman, T.H. & Morowitz, H.J. Blaisdell Publishing Co., New York.
- WEST, J.G. & NOBLE, I.R. 1984. Analysis of digitised leaf images of the *Dodonaea viscosa* complex in Australia. *Taxon* 33: 595-613.
- ZAHN, C.T. & ROSKIES, R.Z. 1972. Fourier descriptors for plane closed curves. *IEEE Trans. Comp. C-21*: 269-281.